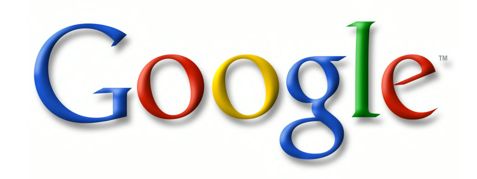
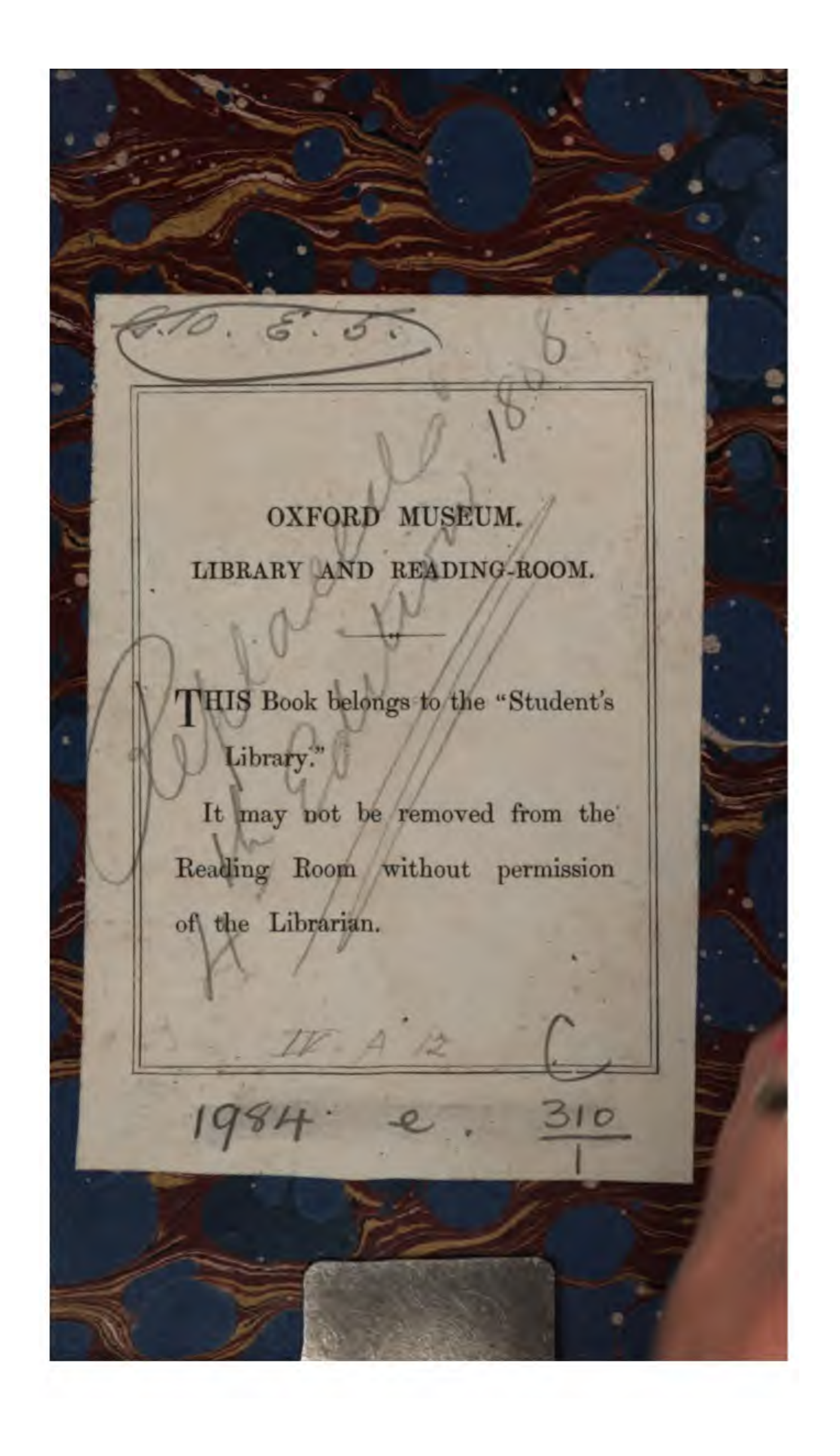
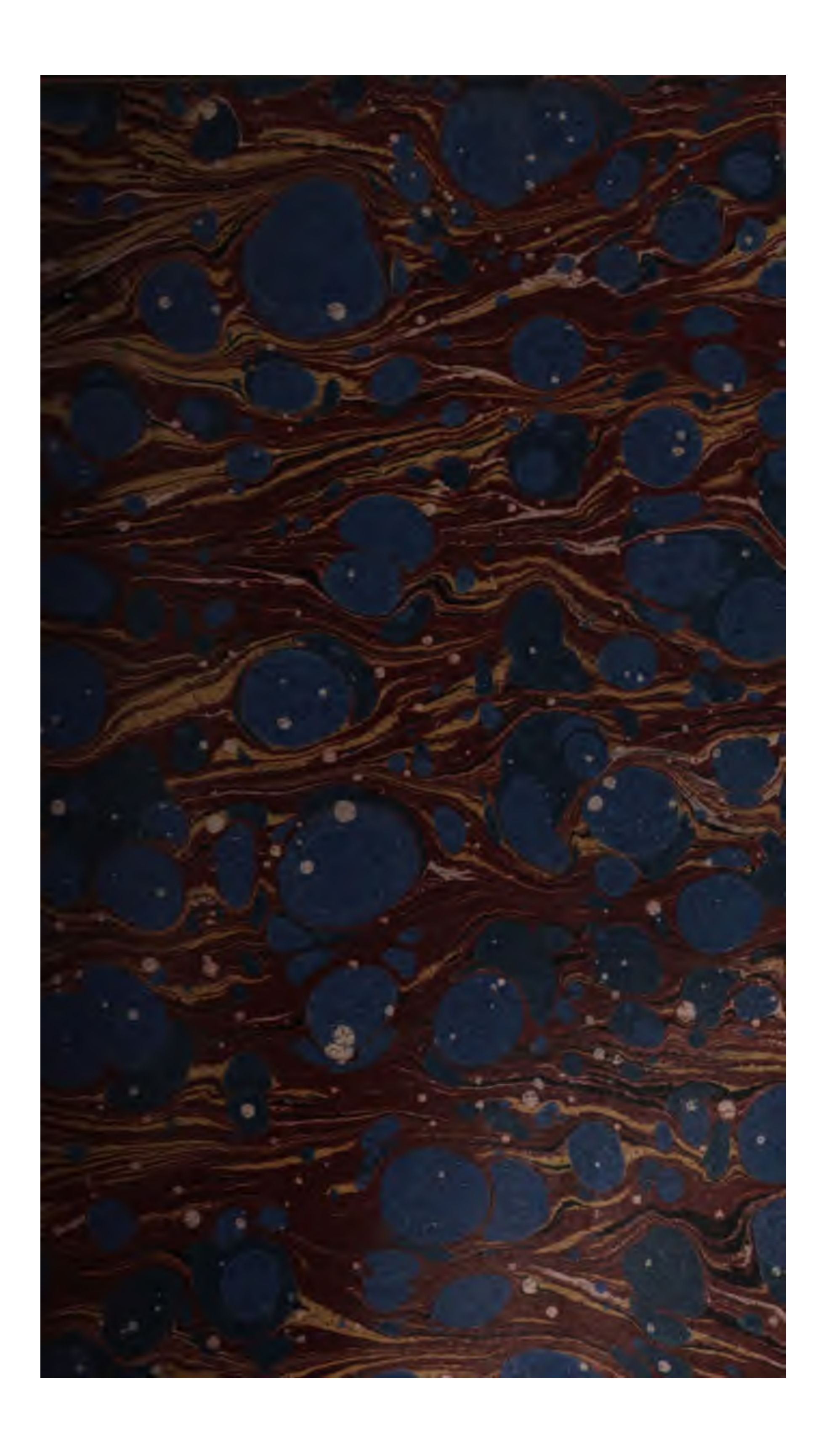






OXFORD MUSEUM.
LIBRARY AND READING-ROOM.
THIS Book belongs to the "Student's Library."
It may not be removed from the Reading Room without permission of the Librarian.
1984 e. 310
1




600036669-

COURS
DE PHYSIQUE
DE
L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

COURS
DE PHYSIQUE
DE
L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.


ΑΕΙ Ο ΘΕΟΣ ΓΕΩΜΕΤΡΕΙ

COURS
DE PHYSIQUE
DE
L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

PAR M. J. JAMIN.

TROISIÈME ÉDITION
AUGMENTÉE ET ENTIÈREMENT REFONDUE

PAR

M. JAMIN,
Membre de l'Institut (Académie des Sciences).

M. BOUTY,
Professeur au Lycée Saint-Louis.

TOME PREMIER.

PROPRIÉTÉS GÉNÉRALES DES CORPS,
HYDROSTATIQUE, ÉLECTRICITÉ STATIQUE, MAGNÉTISME,
THÉORIE DU POTENTIEL.

PARIS,
GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE,
DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,
Quai des Augustins, 55.

1878



AVERTISSEMENT DE L'ÉDITEUR.

Le *Cours de Physique de l'École Polytechnique* de M. Jamin a été, dès son apparition, un livre classique, non-seulement en France, mais en Europe (1). Deux éditions des derniers volumes, trois éditions du premier sont épuisées, et nous offrons aujourd'hui au public une édition nouvelle de l'Ouvrage entier, développé et refondu.

Nulle science ne s'est plus rapidement transformée que la Physique. Les faits acquis se multiplient si vite que le meilleur Traité est condamné à vieillir en peu d'années, s'il ne se rajeunit sans cesse, comme l'enseignement du professeur lui-même, par l'application judicieuse des méthodes nouvelles; s'il n'est, en un mot, au jour de sa publication, l'expression aussi complète et aussi fidèle que possible de l'état d'une science qu'il faut presque devancer sur certains points, sous peine d'être trop rapidement devancé par elle.

Pénétré de ces idées, M. Jamin a cru devoir, tout en conservant à son *Cours de Physique* la même portée générale et le même esprit dans lequel il l'avait conçu d'abord, élargir le cadre de l'Ouvrage, et en mettre en harmonie les grandes divisions et jusqu'aux moindres détails avec les derniers progrès accomplis.

Actuellement engagé dans des recherches de longue haleine qui absorbent une grande partie de son temps, il a jugé utile

---

(1) Il est peut-être opportun de rappeler que M. Wüllner a publié, en Allemagne, un grand Traité de Physique, qui fut d'abord une imitation de l'Ouvrage de M. Jamin, publié avec l'autorisation et le nom de l'auteur. Ce livre, parvenu aujourd'hui à sa troisième édition, et d'où le nom de M. Jamin a disparu, a dû son premier succès aux qualités de critique, de clarté et de concision que M. Wüllner n'a peut-être pas toujours su réunir au même degré dans les additions qui ont, depuis, rendu l'Ouvrage primitif à peine reconnaissable.

de s'adjoindre un collaborateur pour la rédaction de l'édition actuelle et pour les soins matériels qu'elle exige. M. Jamin était sûr, en s'adressant à M. Bouty, son élève, que sa pensée serait partout religieusement suivie et respectée. Tout en gardant la haute direction de l'Ouvrage, il a laissé à M. Bouty la plus grande latitude pour les modifications à apporter dans le texte ancien et pour les additions qu'il convenait d'y introduire.

Le premier volume de l'Ouvrage était déjà arrivé à sa troisième édition. On en a provisoirement fait un second tirage, qui diffère du premier par l'addition d'un Supplément, rédigé par M. Bouty, et relatif à la théorie de l'électricité statique (*Théorie du potentiel*).

Les matières renfermées dans le second et le troisième volume des éditions précédentes reçoivent un beaucoup plus large développement. Cette partie de l'Ouvrage formera désormais trois volumes, et paraîtra en fascicules portant une pagination séparée, et qui pourront être vendus séparément.

Le second volume est exclusivement consacré à l'étude de la *Chaleur*. Le premier fascicule comprend la *Thermométrie* et les *Dilatations*. Il répond à une partie du programme actuel de la classe de Mathématiques spéciales des lycées. Le second fascicule contient la *Calorimétrie*, la *Théorie mécanique de la chaleur* et la *Conductibilité*.

Le tome III comprend l'*Acoustique* et l'*Optique*. Le premier fascicule de ce tome est consacré à l'*Acoustique*, et deux autres fascicules comprennent le Cours d'Optique, qui est lui-même divisé en trois Parties, ainsi qu'il suit :

Deuxième fascicule : 1° *Optique géométrique* (Cours de Mathématiques spéciales);

Troisième fascicule : 2° *Étude des radiations*, comprenant les radiations lumineuses, chimiques et calorifiques, et par conséquent la partie de la science étudiée jusqu'ici séparément sous le nom de *chaleur rayonnante;* 3° *Optique physique*.

Le tome IV a pour objet l'*Électricité dynamique* et le *Magnétisme;* il forme deux fascicules.

Les élèves des lycées trouveront, comme précédemment, dans le premier volume et dans l'Appendice qui leur était spé-

cialement destiné, et auquel on n'a pas touché, tout ce qui est indispensable pour leur Cours de Mathématiques spéciales. Le premier fascicule du tome II (*Thermométrie, Dilatations*) et le second fascicule du tome III (*Optique géométrique*) contiennent, avec plus de développements, les matières traitées dans cet Appendice.

Le public saura gré aux auteurs d'avoir joint à la présente édition des indications bibliographiques précises, qui permettront toujours au lecteur de remonter aux sources originales et d'y chercher au besoin les développements étendus qui ne peuvent trouver place dans un Traité élémentaire.

TABLE DES MATIÈRES

DU TOME PREMIER.

COURS
DE PHYSIQUE
DE
L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

PREMIÈRE LEÇON.
INTRODUCTION.

Caractères différents des méthodes expérimentales et des méthodes mathématiques. — Observation. — Expérience. — Lois physiques. — Utilité des lois physiques. — Théories mathématiques. — Systèmes. — But de la Physique. — Idées généralement admises sur la constitution moléculaire des corps. — Ces conceptions, purement hypothétiques, ne doivent pas être confondues avec les lois physiques.

Quand on commence l'étude des sciences mathématiques, il suffit d'avoir admis quelques vérités évidentes pour être conduit, par une série de raisonnements qui s'enchaînent, à une suite continue de conclusions aussi certaines que les principes qui leur servent de base ; ces sciences sont des conceptions pures, et n'obéissent qu'aux lois nécessaires du raisonnement. Mais dans l'étude que nous allons faire du monde physique, il n'y a point d'axiomes que la raison nous indique, ni de principes que nous puissions tirer de notre esprit ; on ne voit dans la nature que des mécanismes complexes gouvernés par des forces que l'on ne peut deviner. Le seul objet de nos recherches sera d'analyser ces mécanismes et de découvrir ces forces ; le seul moyen que nous ayons pour y réussir est

d'observer les effets qui se produisent devant nous. En voyant tant de phénomènes s'accomplir, nous ressemblons à ceux qui examinent pour la première fois le jeu d'une machine à vapeur : ils y trouvent des organes nombreux obéissant à l'action d'un moteur caché, et s'ils veulent expliquer l'appareil, ils sont conduits à le démonter pour étudier la fonction de chaque partie, jusqu'au moment où ils découvrent la vapeur qui met tout en mouvement. Vis-à-vis des phénomènes naturels, nous avons la même ignorance du mécanisme et des causes, et le même besoin de les étudier par un travail de décomposition semblable.

Du moment que nous ne pouvons rien savoir *à priori* sur le monde physique, il nous faut renoncer d'une manière absolue à l'habitude que nous prenons trop souvent d'accepter à titre d'explications des hypothèses auxquelles nous ne demandons que d'être possibles, et nous imposer la règle invariable d'étudier les phénomènes tels que nous les voyons se produire sans chercher à rien deviner des causes qui les déterminent : c'est à ce genre particulier d'études, qui n'est rien qu'un examen attentif des faits, que nous donnons le nom d'*observation*, et c'est comme pour avouer la nécessité de nous y soumettre que nous appelons les sciences physiques *sciences d'observation*. Avant tout, il faut que l'on sache bien que l'observation n'est point un examen superficiel et vague des phénomènes; c'est, au contraire, une étude minutieuse et longtemps poursuivie de toutes leurs phases, et surtout une mesure précise de toutes leurs circonstances. Pour en faire comprendre le besoin, la marche et les conséquences, je vais prendre un exemple qui est célèbre dans l'histoire des sciences. Depuis les temps les plus reculés on avait grossièrement suivi le cours des planètes : cela suffisait pour avoir donné une idée sommaire de leur marche, mais ce n'était pas assez pour que l'on en pût calculer exactement le mouvement. Sur ces donnés vagues, on avait imaginé des systèmes qui n'avaient point de réalité parce qu'il leur manquait une base expérimentale, et qui disparurent aussitôt que Tycho-Brahë se fut appliqué à observer les déplacements de ces astres avec une rigoureuse exactitude. Il détermina par des mesures journalières les positions que les planètes occupent à des époques très-rapprochées, et les

temps qu'elles emploient pour passer de l'une à l'autre de ces positions. Jusque-là, Tycho-Brahë n'avait exécuté qu'un travail matériel de mesure et rassemblé des documents exacts, mais isolés; il fallait les discuter et les calculer, chercher une courbe continue qui reliât toutes les positions apparentes qui avaient été déterminées, c'est-à-dire l'orbite parcourue, et ensuite exprimer la variation continue des vitesses avec lesquelles l'astre s'était transporté de l'une à l'autre de ses positions : c'est ce que fit Kepler. On voit que l'observation seule ne suffit pas, et qu'il faut encore en interpréter les résultats par un travail de coordination qui les résume, en les traduisant dans un énoncé mathématique qui les exprime tous à la fois. C'est ainsi que Kepler reconnut la forme de l'orbite, qui est une ellipse dont le soleil occupe un des foyers, et qu'il exprima la loi des vitesses, en disant que les aires décrites sont proportionnelles aux temps. Si j'ajoute que ce travail coûta dix-huit années de recherches, et qu'il fut la base du système par lequel Newton expliqua le mécanisme du monde, j'aurai donné à la fois l'idée de la marche qu'il faut suivre dans l'étude des phénomènes, de la manière dont il faut coordonner les mesures, de la difficulté qu'on y rencontre et des bénéfices que la science en recueille.

A l'origine des sciences physiques, elles ne pouvaient s'attaquer qu'aux actions naturelles qui se développent sous nos yeux et sans notre concours; réduites à les observer sans y exercer d'influence, elles ne devaient faire et ne firent, en effet, que des progrès insensibles, car, ces actions étant le plus souvent les effets superposés de forces multiples, il était trop difficile d'y démêler l'influence complexe des causes auxquelles il faut les rapporter. Mais si les anciens en étaient là, les modernes ont inventé l'art de mettre en jeu et de diriger l'action des forces naturelles; cet art, qui a donné aux siences physiques un si rapide essor, est celui de l'*expérimentation*. En plaçant les corps dans des circonstances qu'il règle à l'avance et qu'il varie à volonté, l'expérimentateur les chauffe ou les refroidit, les comprime ou les dilate, et dans les opérations qu'il dirige à son gré, il voit naître des phénomènes qui sont autant de sujets nouveaux d'observation. Le hasard, par exemple, fit découvrir autrefois que l'ambre jaune attire,

quand il est frotté, les corps légers qui sont voisins de lui; à force de recommencer cette épreuve, on a trouvé peu à peu les moyens d'en augmenter les effets; on a fini par construire des machines qui les développent avec une grande énergie et qui les reproduisent aussi souvent qu'on le veut : de là sont nées des multitudes de faits curieux qui ne se réalisent pas dans la nature et que nous provoquons nous-mêmes, non point en créant les forces naturelles, ce qui est au-dessus de notre puissance, mais en faisant naître des circonstances qui permettent à ces forces d'agir; et comme nous pouvons le plus souvent modifier nos expériences de manière à éliminer les actions étrangères qui les compliquent, les effets que nous préparons ainsi sont simples, et les forces qui les développent sont plus faciles à mesurer.

C'est ce qui est arrivé pour l'aimant : trouvée d'abord parmi les minerais dont le globe est composé, cette pierre avait la propriété d'attirer le fer, propriété très-inégalement distribuée sur sa surface; on réussit ensuite à communiquer la même vertu à l'acier, et depuis lors il a été possible de préparer des aimants plus réguliers dans leurs formes, plus énergiques dans leur action, et d'étudier avec plus de fruit les propriétés qu'ils possèdent. On a fait plus, on a profité de ces propriétés pour se diriger dans les voyages, en imaginant la boussole.

Les alchimistes ont surtout contribué, sans le savoir ni le vouloir, à développer cet art de l'investigation; ils ont imaginé les premiers de soumettre les substances à toutes sortes d'actions qui les transformaient, et s'ils n'ont pas réussi dans l'œuvre qu'ils poursuivaient avec une illusion si opiniâtre, au moins ont-ils trouvé ce qu'ils ne cherchaient pas, des corps inconnus jusque-là. Voilà comment, le hasard intervenant souvent et l'esprit de système lui venant en aide, les savants ont renoncé à leur rôle de spectateurs passifs, pour devenir des investigateurs laborieux.

Ce n'est pas seulement par la découverte des faits, c'est encore par l'invention d'appareils que les sciences d'observation se sont développées : la Chimie eut des fourneaux et des vases destinés spécialement à ses recherches; la Physique se fit un matériel coûteux d'instruments qui lui sont propres, et chacun d'eux venant augmenter les moyens d'action que l'on peut

avoir sur les agents naturels, ouvrit, aussitôt qu'il parut, une nouvelle mine à exploiter. Ainsi la machine pneumatique nous montra la pression de l'air, et permit de reconnaître les propriétés des gaz, on sait ce que nous valut la machine à vapeur; et bien que la pile de Volta nous ait déjà beaucoup donné, on ne sait pas encore tout ce qu'elle réserve de découvertes à l'avenir. A côté de ces appareils actifs spécialement destinés à l'investigation, il en est d'autres dont l'utilité n'est pas moindre, bien qu'elle soit toute différente, et qui ont pour objet de mesurer les effets que l'on observe, comme le baromètre, ou le thermomètre, ou les lunettes, ou tant d'autres dont les cabinets de physique sont aujourd'hui remplis, et qui seuls pouvaient donner aux observations l'exactitude qu'il est nécessaire d'atteindre. Les progrès de la science sont donc de deux sortes : elle découvre des faits nouveaux d'une part, elle imagine de l'autre des appareils pour les produire ou les observer.

Naturellement cette collection de phénomènes découverts par l'expérimentation a commencé par être très-décousue, parce qu'elle a commencé par être très-incomplète; mais les lacunes diminuant à mesure qu'elle s'agrandissait, on a pu s'occuper de la classer. On y a reconnu cinq espèces particulières de forces : les actions mutuelles des corps, la chaleur, la lumière, l'électricité et le magnétisme. Puis il a fallu mettre de l'ordre dans les actions provenant d'une même cause, et chercher s'il n'y a point entre ces faits des rapports qui les lient et des lois qui expriment leur dépendance mutuelle. Je vais choisir un exemple pour mieux me faire comprendre. Aussitôt qu'un rayon de lumière vient rencontrer une surface polie interposée dans son trajet, il change brusquement sa direction primitive; c'est une action qui se produit avec toutes les substances polies, sous toutes les inclinaisons, et que l'on nomme la *réflexion de la lumière*. Pour ne point en rester à cette notion vague, on a comparé sur un cercle gradué les angles que font les deux rayons avec la surface du miroir, et on les a trouvés toujours égaux entre eux; on put alors résumer ce résultat dans un énoncé général et dire : « L'angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion. » C'est exprimer ce que nous nommons une *loi* physique, et l'on voit qu'une loi physique est une relation constante entre des quantités variables.

On a quelque sujet de s'étonner en voyant combien est simple la loi que nous venons de citer. Mais ce qui est plus remarquable encore, c'est que tous les phénomènes qui ne sont pas le résultat de causes multipliées paraissent présenter le même caractère : les attractions de la matière, celles de l'électricité ou du magnétisme ou des courants, tous les phénomènes lumineux nous offriront des rapports aussi faciles à exprimer ; c'est ce qui rend les recherches plus aisées, et ce qui donne à la Physique un caractère de simplicité philosophique si remarquable. On conçoit toute l'importance que les physiciens attachent à découvrir ces lois, puisqu'elles expriment les règles générales auxquelles obéissent tous les faits particuliers. Pour mieux faire comprendre ce besoin et ses conséquences, je suppose qu'après avoir trouvé la loi de la réflexion, on vienne à construire un miroir dont la forme soit quelconque, mais définie géométriquement, et qu'ensuite on fasse tomber sur sa surface les rayons venus d'une bougie placée en un point déterminé. La direction que prendra chacun d'eux en se réfléchissant pourra se calculer par la Géométrie analytique ; l'effet du miroir sera conséquemment prévu avant même qu'il ait été construit et que l'expérience l'ait étudié. Telle est l'importance pratique des lois physiques ; elles embrassent un grand nombre de faits particuliers qu'elles règlent, et quand elles sont connues, il n'y a plus qu'à demander aux Mathématiques le développement rationnel de toutes leurs conséquences.

Dans chaque branche des sciences physiques, on trouve diverses classes de phénomènes généraux qui sont réglées chacune par des lois spéciales. Dans la lumière, par exemple, il y a la réflexion, la réfraction et la transmission ; les lois de ces actions sont aujourd'hui parfaitement connues, et conséquemment il est facile de résoudre tous les problèmes de la propagation de la lumière à travers une succession quelconque de milieux, en acceptant ces lois comme principes, et sans autre secours que le raisonnement mathématique. Or, si toutes les lois élémentaires de l'Optique et en général d'une science quelconque étaient connues, on pourrait abandonner la marche expérimentale qui a servi à les découvrir, et en changeant de méthode, il n'y aurait plus qu'à descendre des prin-

cipes à leurs conséquences. Nous sommes loin d'en être arrivés là; mais c'est un but qu'il est raisonnable de se proposer, qu'il n'est pas impossible d'atteindre un jour, et auquel on est arrivé déjà pour une science au moins, qui est la Mécanique rationnelle. Elle se présentait à nous avec tous les caractères d'une science d'observation, car on ne peut deviner *à priori* les lois de l'action des forces sur un corps, et les mouvements produits dans chaque cas particulier sont des phénomènes physiques qu'il fallait d'abord observer si on voulait les connaître; mais, à cause sans doute de leur simplicité et de leur petit nombre, les lois élémentaires de cette science ont été bientôt découvertes, et depuis qu'on les connaît, la Mécanique est devenue science rationnelle, elle est exclusivement mathématique et se passe de l'expérience.

Ce qui est arrivé dans ce cas particulier, on cherche à le réaliser pour toutes les autres sciences physiques; on y est déjà parvenu pour l'Astronomie, pour une grande partie des phénomènes de l'Optique et pour beaucoup de points assez étendus de la Physique générale. On voit donc que ces sciences observent afin de conquérir leurs principes, et qu'elles cherchent à remonter des effets qui les frappent, à ces principes qu'elles ignorent, uniquement afin de pouvoir un jour embrasser tous les détails dans des formules générales qui les contiendront toutes, et d'où on les ferait découler par la méthode de déduction.

Cela nous amène à faire remarquer le rôle que jouent les Mathématiques dans l'étude de la Physique, et tout ce que nous venons de dire le fait déjà pressentir. Elles sont aussi indispensables que les expériences elles-mêmes, puisqu'elles les résument et les calculent, qu'elles en expriment les lois générales et qu'elles en développent toutes les conséquences : elles sont à la fois un langage et un instrument de déduction. Comme on ne peut les employer qu'au moment où une science est sortie des aperçus vagues pour arriver à des relations numériques, et des détails particuliers pour les généraliser dans des lois, on peut dire que le degré d'avancement de cette science se mesure à l'emploi qu'elle fait des Mathématiques. De plus, quand on a découvert les lois élémentaires qui embrassent une classe étendue de phénomènes, les Mathéma-

tiques cessent d'être un auxiliaire de l'observation, elles la rendent inutile et suffisent pour faire la théorie complète de tous ces phénomènes; ainsi, après que l'on eut découvert les lois des attractions électriques ou magnétiques, on a pu faire la théorie mathématique de l'électricité et des aimants.

Je viens de montrer la marche logique qu'il faut suivre dans la Physique : comment il faut commencer par des expériences, comment on les résume par des lois, et comment enfin ces lois commandent les détails; mais ce n'est pas toujours aux conclusions légitimes qu'on s'arrête. Nous avons ou une habitude ou une tendance instinctive de l'esprit qui nous porte à vouloir expliquer tout, et à inventer l'explication quand elle nous manque. Or, s'il est évident qu'on peut logiquement descendre d'une cause connue à l'effet qu'elle détermine, il n'est pas moins clair que l'opération inverse est absolument dépourvue de règle et livrée à tous les hasards de l'interprétation. Si l'on sait que l'eau est pressée par l'atmosphère, on prévoit aussitôt qu'elle montera dans le tuyau d'une pompe où on fera le vide; mais admettons que l'on ne connaisse pas l'existence de cette pression et que l'on voie monter l'eau, on aura le choix entre une multitude de causes que l'imagination peut suggérer; et quand on voudra se décider entre elles, on aura toutes les chances possibles de se tromper, contre une seule pour deviner juste. On sait comment avaient réussi les anciens qui admettaient *l'horreur de la nature pour le vide*. C'est le même besoin que l'on veut satisfaire et la même opération logique que l'on fait quand on dit que *la matière s'attire*. Tout se ressemble dans ces deux hypothèses, jusqu'à la manière dont on les exprime, et peut-être que tout se ressemble aussi dans la réalité des deux explications. Qu'il y ait une force agissant entre deux astres voisins, c'est ce que les lois de la Mécanique démontrent rigoureusement; mais quand on dit que cette force est une attraction de la matière, on a fait une hypothèse aussi gratuite que celle des anciens, quand ils disaient que la force qui fait monter l'eau est une horreur du vide. Voit-on se produire les phénomènes de la chaleur, de l'électricité, du magnétisme et de la lumière, on s'empresse d'inventer quatre fluides pour les expliquer; et que sont ces fluides? ce sont des êtres d'imagination, parfaitement choisis d'ailleurs pour se prêter à toutes

les explications, parce qu'en les créant pour le besoin qu'on en a, on peut leur donner toutes les propriétés que l'on veut. C'est là ce que l'on nomme *imaginer des systèmes;* le plus souvent ils ne servent qu'à dissimuler l'ignorance où l'on est des choses, à faire illusion sur cette ignorance, et à fausser l'esprit, qu'ils habituent à se payer de mots. Il est rare d'ailleurs que le progrès des sciences ne vienne tôt ou tard les déjouer : on en a fait beaucoup, il n'en reste guère, et qui peut prévoir le sort de ceux que nous acceptons?

Bien que les physiciens modernes prennent pour s'en garantir autant de soins qu'en mettaient les anciens à les multiplier, ils en admettent cependant quelques-uns encore, mais à une condition, qui leur donne une véritable utilité, à la condition qu'ils soient renfermés dans une hypothèse générale qui puisse embrasser mathématiquement toutes les lois expérimentales d'une science tout entière, et même en faire découvrir d'autres. De ce nombre est la nouvelle théorie que l'on accepte en Optique. Aussitôt que l'on a admis que la lumière est un mouvement vibratoire de l'éther, toutes les lois expérimentales deviennent des conséquences que l'on fait découler de l'hypothèse, et l'Optique arrive, à peu près, à cet état de perfection finale où l'expérience n'est plus qu'un auxiliaire qui vérifie les prévisions de la théorie, au lieu d'être l'unique moyen de rechercher les lois : c'est à ces caractères que l'on juge aujourd'hui les systèmes, c'est à cette condition qu'on les admet.

Nous résumerons de ces considérations générales les deux vérités essentielles qu'elles contiennent : le premier de nos besoins dans l'étude que nous commençons est de trouver des phénomènes et d'en chercher les lois expérimentales; la seule ressource que nous ayons pour y réussir, c'est d'observer et de mesurer. Fixons maintenant le but et les limites de la Physique.

Le monde est composé d'objets ou corps : les uns sont près de nous, nous pouvons les voir et les toucher; les autres sont placés hors de notre portée, et nous ne pouvons que les voir : dans tous les cas, nous ne les connaissons que par les impressions qu'ils produisent sur nos sens; quant au principe même qui les constitue, on ne le connaît pas, mais on lui donne un nom : on l'appelle *matière.*

La matière est donc ce qui forme les corps; c'est leur essence même; c'est la cause des propriétés qu'ils affectent et des sensations qui nous les révèlent.

La Physique et la Chimie étudient toutes deux les propriétés de la matière, mais à des points de vue différents.

Les corps de la nature offrant des propriétés très-diverses, il y a plusieurs espèces de matières : la Chimie s'occupe de les reconnaître et de les classer. Elle a trouvé qu'il existe un certain nombre de matières simples, que celles-ci peuvent se combiner entre elles pour former tous les corps qui se trouvent dans la nature et un grand nombre d'autres qui ne s'y rencontrent pas; elle a donc extrait des composés les éléments qui les forment, elle a constitué ensuite toutes les combinaisons possibles avec ces éléments qu'elle a reconnus. Le rôle de la Chimie est ainsi parfaitement défini et limité; il se résume dans l'étude individuelle de chaque corps et dans celle de tous les phénomènes où la constitution intime de la matière se transforme.

La Physique laisse de côté toutes les actions qui modifient la composition des corps, et fait l'étude de toutes celles qui n'impriment aucune transformation intime et permanente à la matière. Voici en peu de mots son programme : elle examine les propriétés générales de tous les corps, puis, les voyant passer par les trois états solide, liquide et gazeux, elle observe les propriétés communes à tous les solides, à tous les liquides, à tous les gaz : cet ensemble de recherches constitue la première Partie de la Physique. La nature nous offre ensuite quatre grandes classes de phénomènes distincts dépendant de causes qui, au premier abord, paraissent différentes : ce sont les phénomènes de la chaleur, de l'électricité, du magnétisme et de la lumière. Ces divers ordres d'actions sont étudiés dans quatre grands Chapitres qui complètent la Physique.

SUR LA CONSTITUTION DE LA MATIÈRE.

Tous les corps pouvant être séparés en plusieurs fragments, toute matière est divisible, et cette divisibilité s'étend tellement loin, qu'il n'est pas possible d'en atteindre ni d'en assi-

gner la limite. Pour le prouver, il suffit de citer un exemple : un grain de musc placé dans un appartement y répand une odeur très-sensible, parce qu'il y verse continuellement une partie de sa substance ; et cependant il peut y être abandonné pendant plusieurs années sans diminuer de poids, parce que les parcelles qu'il perd à chaque instant sont tellement déliées, qu'elles échappent à toute évaluation.

En présence de cette divisibilité si grande, on peut faire deux hypothèses pour se représenter la constitution de la matière : ou admettre qu'elle est indéfiniment divisible, ou supposer qu'en continuant toujours la subdivision d'un fragment déjà très-petit, on arriverait à un dernier élément insécable, à un atome. Si l'on admet la première idée, il faudra concevoir un corps comme un masse continue, à la manière des solides géométriques; si l'on accepte la seconde, on se figurera la matière comme étant un assemblage de molécules élémentaires distinctes, placées les unes à côté des autres, sans se toucher, pouvant s'attirer ou se repousser, se fixer entre elles, comme dans les solides, ou demeurer libres et mobiles, comme dans les liquides et les gaz. Or, en général, quand on veut étudier un sujet, il faut commencer par le définir, et conséquemment, au moment où nous allons examiner les propriétés de la matière, nous devons nous demander ce qu'elle est : si nous parvenons à fixer nos idées sur cette question fondamentale, nous serons dirigés dans nos études futures par la connaissance que nous aurons de la constitution intime des corps, et leurs propriétés nous apparaîtront comme des conséquences de cette constitution même. La première question que nous avons à traiter va donc être de savoir si la matière est un tout continu ou un assemblage d'atomes indivisibles juxtaposés; et comme la Chimie a pour but spécial d'étudier la composition des diverses substances, c'est elle qui nous a renseignés sur la constitution de la matière. Nous allons résumer sommairement les lois qu'elle a découvertes et la théorie qu'elle a admise.

I. Si nous introduisons dans un même vase 1 litre d'oxygène et 2 litres d'hydrogène, nous formons un mélange pur et simple de deux corps qui se pénètrent mutuellement sans subir aucune altération; les propriétés qu'ils avaient se con-

servent, et cet état de repos persiste aussi longtemps qu'on le veut. Mais quand on plonge une bougie dans le vase, ou bien qu'on y fait naître une étincelle électrique, on développe une commotion extrêmement vive au sein du mélange, et l'on voit se produire de la lumière, de la chaleur et de l'électricité, c'est-à-dire des *phénomènes transitoires*, et quand ils sont accomplis, tout rentre en repos pour s'y maintenir ensuite indéfiniment.

II. En cherchant ensuite ce que contient le vase où l'opération a été faite, on n'y trouve plus d'oxygène ni d'hydrogène : ces deux gaz ont disparu complétement pour faire place à une nouvelle substance, qui est de l'eau. Si l'on a pesé le vase avant et après la combustion qui vient de s'effectuer, on trouve qu'il a conservé le même poids : on peut donc dire que les deux gaz ont changé d'état sans rien perdre de leur matière, et qu'ils se sont réunis intimement pour former un poids d'eau égal à la somme de leurs poids respectifs. Cette réunion, que l'on nomme une *combinaison*, n'est que la concentration de deux matières en une seule qui les contient toutes deux, et au moment où elle se produit, elle développe un travail intestin qui se révèle par un dégagement de chaleur, de lumière et d'électricité; mais ce que nous devons soigneusement remarquer, c'est qu'il s'est produit *une substance nouvelle dans laquelle on ne retrouve aucune des propriétés qui caractérisaient les éléments qui l'ont formée*. Ces phénomènes sont généraux. L'exemple précédent n'a été choisi que pour les faire comprendre.

III. Nous arrivons maintenant à faire connaître une loi dont l'importance est fondamentale : on a mêlé précédemment 2 volumes d'hydrogène à 1 volume d'oxygène, et l'on a vu qu'après la combustion ils s'étaient combinés intégralement sans laisser de résidu; si maintenant on recommençait l'opération en ajoutant aux proportions précédentes un excès de l'un ou de l'autre des deux gaz, cet excès serait inutile; il ne se combinerait pas et se retrouverait dans le vase après la combinaison. L'eau n'est donc pas seulement un composé d'oxygène et d'hydrogène réunis en proportion quelconque, c'est de plus un composé de 1 volume d'oxygène et de 2 volumes d'hydrogène dont les rapports sont fixes; en général, *toute combinai-*

son est constante et le rapport en poids des éléments qui la forment est invariable; dès lors il suffit de faire l'analyse d'un échantillon d'un composé pour être sûr que tous les autres échantillons du même corps ont la même constitution et sont connus. Nous allons supposer ces analyses exécutées, et, en les comparant, rechercher les lois qui régissent les combinaisons.

IV. La première est relative aux combinaisons différentes que deux corps simples peuvent former; ils se réunissent, en effet, dans des rapports différents pour donner naissance à plusieurs composés distincts, n'ayant d'autre caractère commun que d'être constitués par les mêmes éléments. L'exemple le plus instructif que l'on puisse citer est offert par les combinaisons de l'azote et de l'oxygène. Le premier groupement contient un poids d'azote que nous pouvons représenter par Az, contre un poids d'oxygène que l'on désigne par O : c'est le protoxyde d'azote. Les autres renferment, associés à la même quantité d'azote, des poids d'oxygène doubles, triples, quadruples et quintuples, ou 2O, 3O, 4O, 5O. L'azote peut donc donner lieu à cinq composés oxygénés dans lesquels les quantités d'oxygène suivent la série des nombres naturels pendant que l'azote reste constant, ou, pour parler le langage plus simple de la Chimie, ces composés se forment *en proportions multiples.*

Tous les cas où plusieurs compositions se forment entre deux éléments ne sont pas aussi simplement liés entre eux. On trouve, par exemple, deux oxydes de fer, le premier pouvant se représenter par FeO, le second exprimé par Fe^2O^3; il faut donc étendre la loi des proportions multiples et dire que, les proportions de l'un des composés étant connues, on arrive à la composition des autres *en multipliant les premières par des facteurs entiers très-simples.*

V. Puisque tous les corps de la Chimie sont définis par leur composition, qui reste fixe, on conçoit l'utilité qu'il y a de dresser des Tables destinées à résumer les proportions pondérales dans lesquelles tous les corps simples se combinent entre eux. Supposons que l'on s'occupe, en premier lieu, des composés oxygénés; on inscrira dans un tableau, au-dessous du nom d'oxygène, les noms de tous les autres corps simples; vis-à-vis du premier on écrira le chiffre 100, nombre convenu

et pris comme terme de comparaison; vis-à-vis de tous les autres, on inscrira ensuite le nombre des grammes qui se combinent avec 100 grammes d'oxygène. Quand il n'y a qu'une combinaison oxygénée, il n'y a qu'un nombre à écrire; quand il y en a plusieurs, comme pour l'azote, qui en forme cinq, on aura cinq nombres à placer vis-à-vis son nom.

Quand ce tableau est formé, on remarque aussitôt qu'il peut être simplifié. Les poids de l'azote qui se combinent avec 100 grammes d'oxygène pour donner les divers composés qu'il forme, sont, par exemple,

$$175,\quad \frac{175}{2},\quad \frac{175}{3},\quad \frac{175}{4},\quad \frac{175}{5}.$$

Il est dès lors évident qu'il suffit de garder dans le tableau le premier de ces nombres, au lieu de les conserver tous, sauf à se rappeler les facteurs par lesquels il faut le diviser pour obtenir tous les autres. En général, on gardera dans le tableau le poids du corps qui se combine avec 100 d'oxygène pour former le composé le moins oxygéné. Ce poids se nomme l'***équivalent*** relatif à l'oxygène, et on le représente symboliquement par les premières lettres du nom du corps; ainsi O, S, Cl, C,... expriment les équivalents de l'oxygène, du soufre, du chlore et du carbone, que l'on a trouvés respectivement égaux à 100, 200, 443, 75, etc.

Il est bien évident d'ailleurs que ces équivalents n'ont qu'une valeur relative et ne résument que les combinaisons oxygénées, sans nous apprendre absolument rien sur les composés du chlore ou du phosphore; on doit donc répéter pour chaque corps simple le travail que l'on vient de faire pour l'oxygène, et dresser un tableau pareil pour tous: le chlore, par exemple, étant déjà inscrit dans la Table précédente avec le nombre 443, il est naturel, pour ne pas multiplier les difficultés, de chercher les poids de tous les autres corps simples qui s'unissent à 443 parties de chlore : ces poids seront les équivalents relatifs au chlore. Quand on en aura dressé la Table résumée, on en construira une semblable pour l'iode, une autre pour le phosphore, et en général pour tous les corps simples; ensuite on les comparera toutes, et voici la loi générale qu'on y trouvera.

Les nombres inscrits dans chacun des tableaux vis-à-vis le nom d'un même corps sont les mêmes, ou, s'ils diffèrent, ils sont des multiples ou des sous-multiples simples les uns des autres; dès lors, au lieu de ces tableaux nombreux, on pourra n'en dresser qu'un seul qui les résumera tous; dès lors aussi, au lieu de considérer les divers équivalents comme relatifs à l'élément qui a servi à les déterminer, on les acceptera d'une manière absolue comme exprimant les proportions antagonistes qui s'allient dans toute combinaison binaire. Ainsi le soufre et le carbone ayant pour équivalents 200 et 75, on peut être assuré que toute combinaison qui prendra naissance entre ces deux corps sera constituée par un multiple de 200 pour le soufre et un multiple de 75 pour le carbone, et en général, si A et B sont les équivalents de ces deux éléments, $m\mathrm{A}+n\mathrm{B}$, m et n étant des nombres entiers, sera la formule générale de toutes les combinaisons possibles entre les deux corps.

Cette loi s'étend à des combinaisons plus complexes. La Chimie inorganique nous montre, outre les composés binaires, des corps formés de trois éléments, comme les sels, ou de quatre principes, comme les sels hydratés ou les sels doubles. Mais quelle que soit la complication des groupements ainsi formés, le composé est toujours constitué par la réunion de multiples entiers m, n, p, q des équivalents A, B, C, D des éléments, et sa formule chimique est

$$m\mathrm{A}+n\mathrm{B}+p\mathrm{C}+q\mathrm{D}.$$

Les corps que l'on étudie dans la Chimie organique sont généralement composés d'oxygène, d'hydrogène et de carbone, auxquels se joint l'azote, surtout dans les substances extraites de l'organisme animal. Le nombre de ces corps formés par un si petit nombre d'éléments est immense et s'accroît tous les jours; néanmoins ils apportent tous à la loi précédente une confirmation complète, car ils sont, sans exception, des *réunions de multiples entiers, des équivalents des éléments qui les composent*.

Telles sont les principales lois que l'on a découvertes sur les combinaisons des corps; elles se résument dans les divers points suivants : 1° phénomènes transitoires, lumineux, calorifiques et électriques pendant l'acte de la combinaison; 2° pro-

priétés nouvelles acquises par les composés; 3° constance des proportions pondérales des éléments qui forment un composé; 4° proportions multiples pour les cas où plusieurs combinaisons se forment avec les mêmes éléments; 5° toute combinaison chimique s'établit entre des multiples entiers des équivalents élémentaires.

Nous allons entrer maintenant dans un nouvel ordre de raisonnements. Jusqu'à présent nous avons suivi l'expérience pour en tirer des faits généraux sans les interpréter; il nous reste à examiner si les deux hypothèses que nous avons énoncées sur la constitution de la matière sont en concordance ou en opposition avec les lois expérimentales des combinaisons : celle des deux qui pourra expliquer, coordonner et prévoir ces lois acquerra un degré de probabilité dont l'autre sera dépourvue.

Dans la supposition qui fait de la matière une masse continue qu'on ne peut résoudre en éléments insécables, l'idée même de combinaison est essentiellement obscure. Est-ce une pénétration intime de deux matières différentes? Mais alors pourquoi la fixité des proportions qui se combinent? pourquoi les proportions multiples? pourquoi des équivalents invariables? On ne saisit aucun lien entre les faits, qu'il faut bien accepter, et l'hypothèse qui devrait en rendre compte.

Au contraire, toutes les lois reconnues deviennent des conséquences évidentes et des corollaires logiques quand on suppose la matière formée par la juxtaposition de petites masses indivisibles. On comprend tout de suite que deux corps simples puissent se réunir intimement, les atomes de l'un se joignant aux atomes de l'autre pour former des molécules mixtes et donner naissance à une nouvelle matière qui sera l'association des deux éléments. L'idée générale de combinaison devient précise; acceptons-la et voyons les conséquences qui en découlent.

1° Au moment même où cette réunion des atomes se fait, un mouvement moléculaire est produit et il doit se révéler par quelque manifestation extérieure, par des *phénomènes transitoires* qui dureront autant que l'acte de la combinaison, et qui cesseront quand elle sera terminée. L'expérience nous a montré ces phénomènes.

2° Quand deux corps tels que l'oxygène et l'hydrogène sont isolés, ils sont formés de molécules simples, et leurs propriétés chimiques sont celles de leurs molécules; quand ils ont produit de l'eau par leur combinaison, ils ont donné naissance à de nouvelles molécules intégrantes, composées d'atomes d'oxygène et d'hydrogène réunis, et la substance formée, n'ayant plus rien conservé de sa constitution élémentaire, *n'aura plus rien conservé des propriétés de ses éléments.*

3° Quelque petits qu'ils soient, les atomes des corps simples doivent avoir des poids qui ne seront pas les mêmes, mais qui seront constants; a et b, par exemple, étant les poids des atomes de deux corps simples, toute combinaison qu'ils formeront résultera de la réunion de m atomes de l'un avec n atomes de l'autre; les proportions pondérales de la combinaison seront ma et nb. Ces proportions seront fixes, et par conséquent *toute combinaison sera constante.*

4° Prenons pour exemple l'azote et l'oxygène. On peut concevoir que 1 atome du premier se combine successivement avec 1, 2, 3, 4, 5 atomes du second pour former cinq composés différents, dans lesquels on trouvera pour le même poids d'azote 1, 2, 3, 4, 5 fois autant d'oxygène. *C'est la loi des proportions multiples.*

5° En général, admettons que les poids des atomes de divers corps simples soient connus et représentés par a, b, c, d. Si ces corps se combinent, ce sera en formant une molécule mixte par la réunion de m, n, p, q atomes de divers éléments. Cette molécule pèsera $ma + nb + pc + qd$; les atomes respectifs des corps simples qui la composent seront ma, nb, pc, qd. Par conséquent, les proportions pondérales, dans une combinaison quelconque, seront exprimées par *des multiples entiers des poids atomiques des éléments.* C'est la loi générale que l'expérience a fait découvrir, avec cette différence qu'elle s'appliquait aux équivalents.

6° Il est évidemment impossible d'exprimer en fractions de gramme les poids des atomes, mais on peut obtenir leurs rapports. Prenons une unité telle, que le poids atomique de l'oxygène soit exprimé par 100; ceux du chlore Cl, de l'azote Az, etc., pourront se mesurer avec la même unité, et un composé quelconque de chlore et d'oxygène, par exemple,

sera $m\,100 + n\,\mathrm{Cl}$, m et n étant des nombres entiers très-simples qui représentent les nombres d'atomes d'oxygène et de chlore qui se groupent. Le rapport des poids d'oxygène et de chlore sera celui de $m\,100$ à $n\,\mathrm{Cl}$ ou de 100 à $\frac{n}{m}\,\mathrm{Cl}$, et l'analyse chimique, qui nous apprend quel est le poids du chlore associé à 100 d'oxygène, nous donne ce poids $\frac{n}{m}\,\mathrm{Cl}$, c'est-à-dire le poids atomique Cl du chlore multiplié par une fraction $\frac{n}{m}$.

On voit donc que les mêmes analyses qui ont servi à connaître les équivalents pourraient également servir à mesurer les poids atomiques, si l'on connaissait les nombres m et n; mais il n'y a aucun moyen direct pour les trouver, car on ne peut jamais savoir combien d'atomes se réunissent en un seul dans une combinaison quelconque. Cependant il y a quelques analogies que l'on peut consulter, et certaines propriétés physiques par lesquelles on peut se laisser guider; mais il n'entre pas dans notre plan de les faire connaître; contentons-nous d'avoir montré que toutes les lois des combinaisons s'expliquent par l'hypothèse des atomes : cette théorie a donc tous les caractères de la probabilité la moins contestable, et nous l'admettrons à l'avenir. Nous devons faire remarquer que, dans ce long travail qui a donné naissance à la théorie atomique, il y a trois phases distinctes à constater : dans l'origine, on fait des analyses, on étudie les détails, on accumule des faits; dans la deuxième période, les faits se classent et se groupent, leurs circonstances générales sont constatées et exprimées : jusque-là c'est l'expérience qui est en jeu et ce sont les lois expérimentales que l'on établit. Enfin vient le système, c'est-à-dire une hypothèse plausible qui coordonne les faits; mais on passe de la certitude à la probabilité.

Tableau des équivalents des corps simples rapportés à

l'Hydrogène = 1, l'Oxygène = 100

MÉTALLOÏDES.

Hydrogène.........	H.........	1,00	12,50
Oxygène...........	O.........	8,00	100,00
Soufre.............	S.........	16,00	200,00
Sélénium...........	Se........	39,75	498,75
Tellure............	Te........	64,50	806,25
Fluor..............	Fl.........	19,00	237,50
Chlore.............	Cl.........	35,50	443,75
Brome.............	Br........	80,00	1000,00
Iode...............	I..........	127,00	1587,75
Azote..............	Az........	14,00	175,00
Phosphore.........	Ph........	31,00	387,50
Arsenic............	As........	75,00	937,50
Antimoine.........	Sb........	122,00	1525,00
Carbone...........	C.........	6,00	75,00
Bore..............	Bo........	10,89	136,21
Silicium...........	Si.........	21,00	262,50
Zirconium.........	Zr........	33,58	419,73

MÉTAUX.

Césium............	Cs........	123,35	1541,88
Rubidium..........	Rb........	85,35	1067,00
Potassium..........	K.........	39,14	489,30
Sodium............	Na........	23,00	287,50
Lithium............	Li.........	6,53	81,66
Baryum............	Ba........	68,50	856,25
Thallium...........	Tl........	204,00	2550,00
Strontium..........	Sr........	43,75	546,87
Calcium............	Ca........	20,00	250,00
Glucinium..........	Gl........	6,96	87,12
Aluminium.........	Al.........	13,67	170,99
Magnésium.........	Mg........	12,00	150,00
Thorium...........	Th........	59,50	743,86
Yttrium............	Y.........	32,18	402,31
Cérium............	Ce........	47,26	590,80
Lanthane...........	La........	48,00	600,00
Didyme............	Di........	»	»
Manganèse.........	Mn........	27,50	343,75

MÉTAUX. (Suite.)

Uranium	U	60,00	750,00
Pélopium	»	»	»
Niobium	»	»	»
Erbium	»	»	»
Terbium	»	»	»
Fer	Fe	28,00	350,00
Nickel	Ni	29,50	368,75
Cobalt	Co	29,50	368,75
Zinc	Zn	32,75	409,75
Cadmium	Cd	56,00	700,00
Indium	In	35,90	448,75
Chrome	Cr	26,28	328,50
Vanadium	Vn	68,46	855,84
Tungstène	W	92,00	1150,00
Molybdène	Mo	48,00	600,00
Osmium	Os	99,50	1243,75
Tantale	Ta	92,29	1153,62
Titane	Ti	25,10	314,70
Étain	Sn	59,00	737,50
Bismuth	Bi	106,43	1330,88
Plomb	Pb	103,50	1293,50
Cuivre	Cu	31,75	396,50
Mercure	Hg	100,00	1250,00
Argent	Ag	108,00	1330,00
Rhodium	Rh	52,16	652,00
Iridium	Ir	98,57	1232,08
Palladium	Pd	52,23	665,47
Ruthénium	Ru	52,16	652,04
Platine	Pt	98,58	1232,08
Or	Au	98,18	1227,19

DEUXIÈME LEÇON.

DES INSTRUMENTS DE MESURE.

Comparateur. — Machine à diviser. — Vernier. — Sphéromètre. — Cathétomètre.

Il y a dans les sciences physiques une nécessité qui domine toutes les autres, c'est celle de mesurer, et l'on peut déjà le pressentir en se rappelant les faits exposés dans la Leçon précédente. Sans l'analyse chimique, l'histoire générale des combinaisons serait demeurée un vague assemblage de notions confuses; elle a commencé à devenir précise le jour où l'on a commencé à peser les proportions des éléments qui se combinent, et les lois générales nous sont venues le jour où tout ce travail de mesures numériques a été complété. Dans toutes les parties de la Physique, le même besoin se révèle en s'étendant; ce ne sont pas seulement des poids, ce sont des longueurs, des angles, des surfaces et des volumes qu'il faut comparer; ce sont des pressions, des températures, des quantités de chaleur et de lumière que l'on a à apprécier. Pour mieux faire concevoir le but de ces observations précises, je reprends l'exemple déjà cité de la réflexion de la lumière. Quand on fait tomber un rayon incident sur une glace, on voit naître un rayon réfléchi, et l'on compare les angles que tous deux font avec la surface. Changeant ensuite la position du miroir et recommençant les mêmes mesures, depuis les incidences les plus petites jusqu'aux plus grandes, on dresse un tableau renfermant dans une première colonne les angles d'incidence et dans une seconde les valeurs correspondantes des angles de réflexion, et l'on trouve ces angles égaux deux à deux. En voyant qu'il existe une relation constante entre toutes ces valeurs particulières, on admet qu'elle est générale; c'est une loi démontrée.

La démonstration d'une loi physique n'est donc rien autre chose que le résultat d'une concordance observée entre des nombres obtenus par les mesures et des nombres calculés par une relation mathématique, concordance qui se justifie dans des cas particuliers, et que l'on admet devoir exister toujours. Mais on va voir, en étudiant de près cette méthode, combien elle exige de restrictions.

Pour mesurer les angles d'incidence et de réflexion, il faut employer un cercle divisé et comparer les positions de l'alidade qui amène le rayon incident et de celle qui reçoit le rayon réfléchi; alors interviennent les inexactitudes du cercle, les erreurs de lecture, la difficulté des installations; de là des mesures imparfaites et des résultats qui ne sont qu'approximatifs. Aussi les angles d'incidence et de réflexion trouvés ne sont pas rigoureusement égaux entre eux, ils diffèrent, au contraire, de quantités plus ou moins grandes suivant les difficultés de l'expérience et l'habileté de l'opérateur. Alors on fait le raisonnement suivant : puisqu'il y a dans les observations des erreurs inévitables, il n'y a aucune possibilité d'obtenir une concordance absolue entre les mesures et une loi présumée; mais comme les divergences sont fort petites, elles s'expliquent naturellement par l'inexactitude des mesures; elles seraient nulles si les observations étaient parfaites, et la loi peut être admise.

Il faut réduire ce raisonnement à sa valeur réelle. Si le cercle mesureur est grossier, les alidades mal construites, et si nous mettons peu de soin dans les expériences, les divergences s'élèvent à quelques degrés. Ce que l'on a prouvé alors, c'est que la réflexion de la lumière suit, ou la loi d'égalité des angles, ou toute autre loi qui en diffère de quantités comparables aux erreurs de l'observation; et comme elles sont grandes, on peut imaginer un grand nombre d'expressions algébriques qui justifieraient l'expérience avec la même exactitude, qui auraient toutes un même degré de probabilité, et entre lesquelles on ne pourrait choisir.

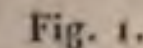
Mais quand le cercle dont on fait usage est construit avec une grande perfection, que le miroir et les alidades sont installés avec des soins délicats, quand d'un autre côté l'expérimentateur possède cette sorte d'adresse manuelle que l'habi-

tude développe, on voit les erreurs expérimentales se réduire à des proportions insignifiantes; et si les divergences trouvées restent comparables aux erreurs que l'on peut commettre, la probabilité de la loi augmente : c'est alors, mais alors seulement, que le raisonnement des physiciens peut être accepté. Nous verrons dans la suite que pour l'avoir appliqué trop tôt, et à des phénomènes mesurés grossièrement, on a été conduit d'abord à des conclusions trop absolues, qu'il a fallu modifier quand les mesures sont devenues plus exactes.

Il ne faut donc pas seulement mesurer, il faut encore mesurer avec le dernier degré de précision auquel on puisse atteindre; et puisque l'art de le faire tient une si grande place dans la Physique, notre premier besoin, en commençant l'étude de cette science, est de nous mettre en possession des appareils généraux de mesure qu'elle emploie. Nous allons en conséquence décrire les plus importants.

COMPARATEUR. — Nous rapportons toutes les longueurs à une unité convenue, qui est le mètre; il équivaut à la dix-millionième partie du quart du méridien. Comme cette définition ne suffirait pas pour le retrouver, on a construit un mètre en platine qui a été déposé aux Archives : c'est l'étalon unique qui fait loi et sur lequel on a calqué tous les mètres particuliers dont on fait usage. Mais ce n'est pas une chose facile que de le reproduire exactement : on n'y parvient qu'après une comparaison soignée, qui se fait avec l'aide d'instruments nommés *comparateurs*. Nous allons en décrire un, qui est très-simple et qui a été construit par Fortin.

Une large plaque en fonte rabotée sert de base à tout l'appareil (*fig.* 1); elle porte à une extrémité un talon en acier C,


Fig. 1.



fixé invariablement par des vis : c'est une pièce en saillie qui a la forme d'un tranchant émoussé contre lequel on appuie

le mètre. A l'autre bout de l'appareil on a disposé une tige d'acier DE, qui glisse longitudinalement; on peut la pousser de D en E, mais un ressort en spirale qui l'entoure la ramène de E en D. Enfin la partie de l'appareil qui fait la mesure est un levier coudé HGE, mobile autour d'un axe G, ayant un bras très-court GE, toujours pressé sur l'extrémité de la tige par l'effet du ressort F, et un autre bras 100 fois plus long qui parcourt un arc divisé; une loupe I laisse voir, en les grossissant, les divisions du limbe sur lesquelles s'arrête l'extrémité H.

Voici maintenant à quoi se réduit la comparaison de deux mètres. On place l'étalon AB contre le butoir C, et on l'aligne au moyen de deux guides M et N; la tige mobile, par l'effet du ressort en spirale, se met en contact avec l'extrémité A; le bras de levier GE presse la pointe antérieure de la tige, et l'aiguille GH s'arrête vis-à-vis d'une division du limbe que l'on observe et que l'on note. Alors on enlève le mètre type et on le remplace par celui que l'on veut essayer. Si l'aiguille s'arrête au même point du limbe, ce mètre est exact; si elle se place dans une autre situation, il est imparfait, et il faut ou l'allonger ou le raccourcir.

Pour juger de la sensibilité de l'appareil, il suffit de remarquer que la différence des deux mètres que l'on compare se multiplie par 100 dans le mouvement de l'extrémité H; or on peut apprécier un dixième de millimètre sur le limbe : on rend donc sensible une différence des deux règles 100 fois plus petite, c'est-à-dire une différence égale à un millième de millimètre.

Toutefois la vérification ne se réduit à cette simplicité que dans le cas très-rare où le mètre que l'on essaye est de platine, comme le type auquel on le compare. En effet, tout métal se dilate par l'élévation de température, et l'étalon métrique lui-même ne conserve la longueur prise pour unité qu'à une température invariable, qui est celle de la glace fondante. C'est donc à zéro qu'il faudrait faire les comparaisons, et si on les exécute à une autre température, les deux mètres seront dilatés tous les deux, et le seront inégalement si les règles sont de matières différentes : il faudra donc tenir compte de la température et de la dilatation des règles, et c'est ce qui complique

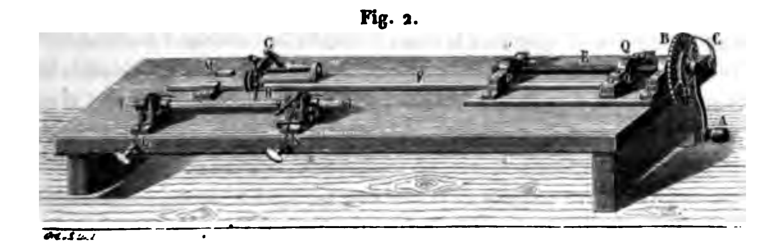
l'opération. Je me contente d'avoir signalé cette difficulté, que l'on apprendra à résoudre dans la suite.

On pourra donc obtenir avec un comparateur, toutes les fois qu'on le voudra, des mètres qui seront la reproduction exacte de celui qui leur sert de modèle ; mais quand on les aura construits, il faudra les diviser en décimètres, centimètres et millimètres, opération qui est aussi délicate que la précédente et qui exige un nouvel appareil : c'est la machine à diviser.

MACHINE A DIVISER. — Cet instrument a pour organe essentiel une pièce de précision que l'on nomme *vis micrométrique*. On la taille sur le contour d'un cylindre bien homogène de bronze ou d'acier fondu, long de 50 à 80 centimètres, et le constructeur, par des procédés mécaniques que nous n'avons pas à décrire, s'attache à obtenir, dans toute l'étendue du cylindre, un pas de vis constant et égal à 1 millimètre. Cela veut dire, premièrement, que la distance entre deux filets consécutifs de la vis doit toujours être la même, secondement toujours égale à 1 millimètre; d'où il résulte que le nombre des filets compris le long d'une génératrice doit être égal au nombre de millimètres qui mesure sa longueur. Demander qu'une machine réalise absolument ces deux conditions serait exiger une impossibilité; mais il faut qu'elle y satisfasse très-sensiblement et qu'on puisse mesurer les inexactitudes qu'elle comporte. En attendant que nous disions comment on peut vérifier l'instrument, nous admettrons que la vis est parfaite.

A ses deux extrémités, le cylindre de la vis est saisi entre deux colliers P et B (*fig.* 2), dans lesquels il peut tourner à

Fig. 2.



frottement doux, sans avancer ni reculer, et une manivelle A que l'on tient à la main produit ce mouvement. La vis passe

dans un écrou Q qui l'embrasse et qui ne peut tourner avec elle; dès lors il avance ou recule quand elle tourne dans un sens ou dans le sens opposé; en même temps il communique son mouvement à une règle d'acier F qui est fixée sur lui, et aussi à un burin H qui est attaché à cette règle; le burin prend donc exactement le mouvement de l'écrou.

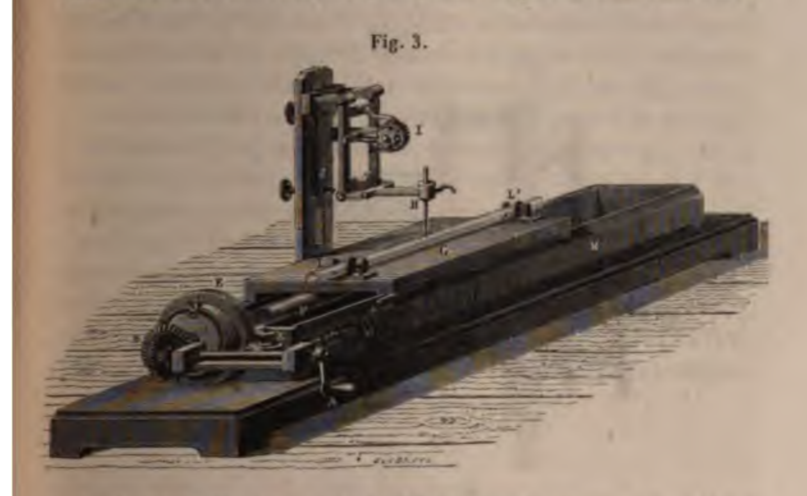
Il est clair que si la manivelle fait un tour entier, le burin avancera d'un pas de vis, c'est-à-dire de 1 millimètre; si elle décrit un dixième, un centième, un millième de tour, il marchera d'un dixième, d'un centième ou d'un millième de millimètre : il suffit donc de mesurer la fraction de tour parcourue par la manivelle pour avoir la fraction de millimètre franchie longitudinalement par le burin. A cet effet, la partie antérieure de la vis est munie d'un cercle D qui tourne avec elle et qui est divisé en 100 parties égales; puis un index immobile C, fixé à la base de l'appareil, indique le déplacement du cercle.

Veut-on maintenant tracer des divisions équidistantes sur un tube de verre par exemple, on le dispose, comme la figure le montre, dans des coussinets où il est appuyé par deux cordes à boyau L, K, et dans lesquels il peut tourner sans avancer ou reculer; on prend un burin de diamant, et on l'amène à l'un des bouts du tube où l'on trace la division initiale en tournant le tube d'une main et appuyant sur le burin de l'autre. Ensuite on décrit avec la manivelle un arc de n divisions, ce qui fait marcher le burin de $\frac{n}{100}$ de millimètre, et l'on trace un second trait; on répète ensuite la même opération jusqu'à la fin du tube.

Telle était la machine à diviser dans sa simplicité primitive, complète théoriquement, mais laissant beaucoup à désirer sous le rapport de la commodité dans l'emploi qu'on en faisait. On verra dans la *fig.* 3 un appareil plus perfectionné. La base M est en fonte et constitue un chemin de fer dont les rails supérieurs sont bien rabotés; la vis se voit en F, et l'écrou qu'elle met en mouvement est lié à la plaque G, qui avance avec lui en glissant sur les rails. Sur cette plaque on fixe l'objet LL′ que l'on veut diviser. Quant au burin, il est placé en H et demeure fixe; c'est l'objet qui se déplace et présente successivement ses divers points à l'action du traçoir. Pour plus de commodité,

la manivelle placée en A imprime le mouvement à la vis par l'intermédiaire de deux roues dentées qui se rencontrent à

Fig. 3.



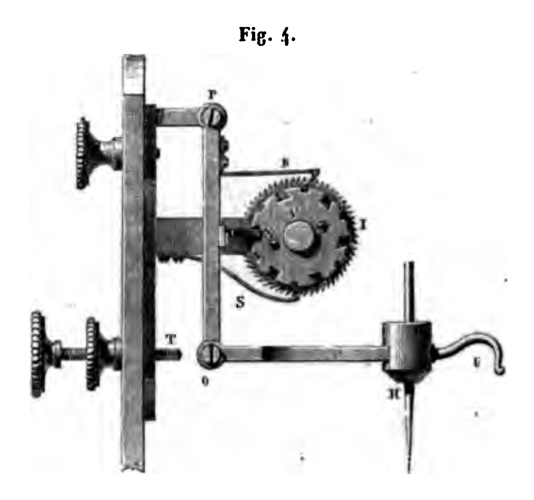
angle droit. Telle que nous la décrivons, la nouvelle machine se comprend aisément; mais il y a deux points particuliers sur lesquels nous allons insister : c'est la disposition du burin d'abord, et la mesure de la rotation de la vis ensuite.

On ne trace pas sur une règle que l'on divise de traits également allongés : le premier est long, les quatre suivants sont courts, le cinquième est intermédiaire entre le premier et les suivants; puis viennent quatre divisions courtes et une dixième qui est égale à la première. Or, dans l'ancienne machine, c'était à la main de l'opérateur qu'on laissait le soin d'aligner convenablement les traits : cela exigeait de l'habileté et une attention continuelle, sans produire toute la régularité possible. La nouvelle disposition du burin, représentée en perspective dans la *fig.* 3 et en profil *fig.* 4, charge un mécanisme spécial de ce soin. On tient à la main le petit crochet U, on le tire d'abord vers soi en le soulevant; ensuite on le pousse en appuyant légèrement, et le tracelet H pénètre dans la plaque à diviser où il marque le trait : pour donner à ce trait la longueur convenable, il suffit donc de limiter par des butoirs la course des pièces qui portent le burin.

Il y a au-dessus du burin une roue IVX qui peut tourner

autour d'un axe fixe; cette roue est composée de deux plaques circulaires, l'une I qui est dentée sur son contour, l'autre VX

Fig. 4.



qui est entaillée d'échancrures alternativement profondes et peu creuses, séparées par des espaces qui forment le contour circulaire de la roue. A chaque échancrure correspond une dent de la roue dentée, et quatre dents à chaque partie pleine. Au moment où l'on tire le crochet U, une pièce saillante X avance vers la roue, pénètre dans une échancrure et, arrivée au fond, termine le mouvement du burin. Quand après cela on pousse le tracelet, il marche jusqu'à ce que l'on rencontre un butoir T qui ne permet pas d'aller plus loin.

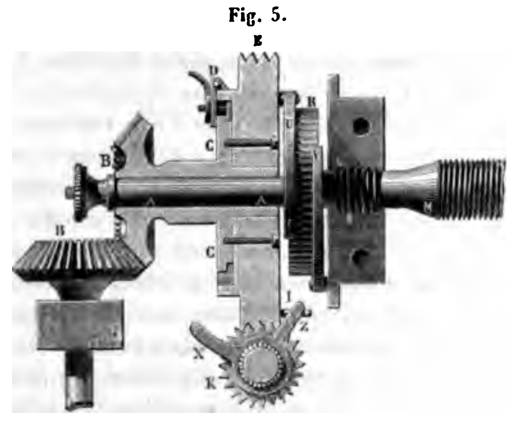
Mais pendant que ce mouvement se fait, un crochet R, qui engrène dans la roue extérieure, la fait tourner d'une dent, déplace les échancrures de la roue voisine V, et, quand ensuite on tire de nouveau le burin, la pièce X rencontre, non l'échancrure qui s'est abaissée, mais le contour extérieur qui a pris sa place; la course est donc moins longue et le trait plus court que précédemment. A chaque mouvement, la même rotation des roues directrices se produit, et quand arrive la cinquième division, la saillie X pénètre dans une seconde échancrure qui allonge le trait, mais qui, étant moins profonde que la première, le fait moins long. En résumé, l'opérateur n'aura pas à s'occuper de la longueur de ces traits : ils seront bien

alignés, et toutes les divisions multiples de 5 ou de 10 se reconnaîtront par des longueurs spéciales.

Le deuxième mécanisme que nous allons étudier est légitimé par le même besoin de simplifier la manœuvre en la confiant tout entière à l'appareil. Quand on opérait avec l'ancienne machine, il fallait entre le tracé de chaque division faire tourner la vis du même angle; cela exigeait à chaque fois une petite opération d'arithmétique. On tournait, par exemple, de la division 0 à la division 12, ensuite de 12 à 24, puis de 24 à 36: tout cela exigeait du travail d'esprit, et il fallait à chaque fois se préoccuper d'arrêter la roue divisée à la division voulue, sans la dépasser tout en l'atteignant. C'est toute cette peine et toutes ces causes d'inexactitude que nous allons éviter.

La vis micrométrique M (*fig.* 5) s'appuie sur le collet NN, que l'on a figuré démonté : c'est là qu'elle tourne sans dépla-

Fig. 5.



cement; elle se prolonge ensuite par une roue à rochet R et se termine par un axe rodé AA.

Autour de cet axe AA est une pièce CCDE que la figure montre en coupe; elle reçoit le mouvement de la manivelle par les roues d'angle B, B'; elle porte un plateau circulaire E large et épais, sur le contour extérieur duquel est taillée une vis dont nous verrons bientôt l'usage. Cette pièce, étant folle sur l'axe AA, peut tourner autour de lui sans faire mouvoir la vis.

Mais il y a un ressort UF, fixé d'une part sur le contour du cercle E et venant appuyer de l'autre sur les dents de la roue

à rochet : si par la manivelle on fait tourner le cercle de F vers U, le ressort glisse sur les dents sans entraîner la roue, et la vis demeure immobile; mais quand le mouvement se fait de U vers F, le ressort s'engage dans les dents, les chasse devant lui et imprime à la vis une rotation égale à celle qu'il a reçue. Par ce mécanisme, la vis micrométrique cesse de pouvoir marcher dans les deux sens; tout mouvement qui va de U vers F lui est transmis; tout mouvement qui est dirigé de F vers U la laisse en repos. On peut tourner la manivelle dans un sens sans produire aucune action; mais dans le sens inverse elle communique sa rotation à la vis M.

Cela posé, nous ferons remarquer un pignon denté K placé près du cercle E, et qui s'engrène avec la vis tracée sur ce cercle. Quand celui-ci fait un tour, le pignon marche d'une dent, dans un sens ou dans l'autre. Or il y a sur le cercle un butoir I et sur le pignon un arrêt Z, et le mouvement des deux pièces que nous examinons s'arrête quand le butoir I et cet arrêt Z se rencontrent : c'est là un point de départ fixe, et arrivés à ce moment, nous traçons une division. Nous faisons alors mouvoir le cercle E de U vers F; la vis marche, le pignon denté se déplace angulairement de X vers Z, et il arrive bientôt qu'un second arrêt X du pignon rencontre un deuxième butoir D du cercle; alors le mouvement s'arrête, et la vis a marché d'une quantité déterminée par les positions respectives des deux systèmes d'arrêt : on marque un deuxième trait. Ensuite on tourne la manivelle en sens contraire, ce qui ne déplace pas la vis, mais ramène en contact les deux butoirs I et Z, comme ils y étaient au point de départ, et l'on peut recommencer indéfiniment sans avoir à se préoccuper de mesurer la rotation. Disons, pour terminer, que les arrêts I et Z sont fixes et les deux autres X et D mobiles; c'est en plaçant convenablement ceux-ci, au moyen d'une graduation faite sur le contour CC du cercle, qu'on règle la fraction de tour que l'on fait d'un arrêt à l'autre.

Sans insister aujourd'hui sur les nombreux usages de la machine à diviser, revenons à la question qui nous a amené à la décrire. Nous avons une règle de métal qui a la longueur du mètre, et nous voulons la diviser en millimètres. Si la machine à diviser que nous possédons était parfaite, cette opération se-

rait bien simple : on réglerait la course des butoirs de manière à faire tourner la vis d'une circonférence complète à chaque fois, les divisions tracées seraient égales à 1 millimètre, et la première étant à l'un des bouts du mètre, la millième arriverait nécessairement à l'autre extrémité; mais dans la pratique cela n'arrive pas, et il faut commencer par étudier la machine avant de l'employer. On fixe le mètre sur la plaque mobile parallèlement à la vis, on place au-dessus un microscope portant des fils croisés, et l'on vise l'extrémité, puis on fait marcher la machine; le mètre se déplace, et l'on compte le nombre de tours qu'il faut faire pour amener l'autre extrémité sous la croisée des fils du microscope. Cette opération ne peut se faire en une seule fois, parce que la vis micrométrique n'a pas un mètre de longueur; mais on fractionne le mètre en parties successives sur lesquelles on fait séparément cette opération. On trouvera généralement que le nombre total des pas de vis contenus dans la longueur du mètre ne sera pas égal à 1000; par exemple, il sera égal à 998. Cela voudra dire qu'un pas de vis est égal à $\frac{1000}{998}$ millimètres ou $1^{mm},002$, et par suite, si l'on veut tracer 1000 divisions sur la règle, il faudra les espacer d'une fraction de pas de vis représentée par 0,998 et faire tourner la vis de cette fraction de tour entre deux divisions consécutives; dans ce cas, on est sûr que la millième division tombera exactement au second bout du mètre, si la division initiale coïncide avec le premier.

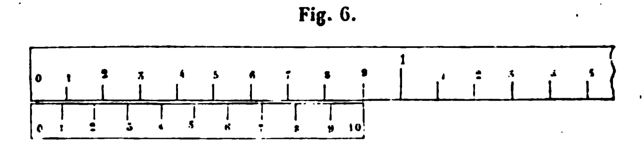
Grâce à cette machine, nous pouvons, comme on le voit, diviser les règles en millimètres et adapter ces règles à tous les appareils qui devront mesurer les longueurs; mais cela ne suffit pas encore : il faut pouvoir pousser plus loin la division du mètre et apprécier des fractions de millimètre. Il y a pour atteindre ce but un appareil fort simple, c'est le vernier.

VERNIER. — Prenons une règle de cuivre d'une longueur totale de 9 millimètres; divisons-la en 10 parties égales au moyen de la machine précédente. Puis disposons cette règle le long du mètre de manière à pouvoir aisément la faire glisser contre son arête divisée : cette règle sera un vernier. Puisque sa longueur totale est de 9 millimètres, et qu'elle est divisée en

10 parties, chaque division vaut $\frac{9}{10}$ de millimètre, pendant que la valeur des divisions du mètre est de 1 millimètre ou $\frac{10}{10}$; la différence est donc $\frac{10}{10} - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$.

Il suit de là que si les deux traits o (*fig.* 6) coïncident, les deux traits 1 différeront de $0^{mm},1$, les traits 2 de $0^{mm},2$, et ainsi

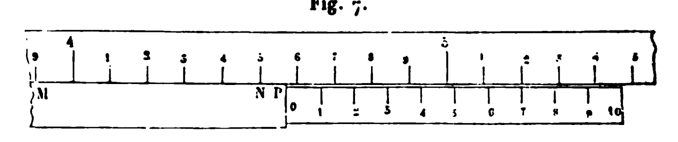
Fig. 6.



de suite; et si ce sont deux autres divisions quelconques qui coïncident, les retards des divisions du vernier sur celles de la règle seront encore 0,1; 0,2; 0,3, etc., à partir des traits qui se confondent.

Supposons maintenant que l'on veuille mesurer un objet MNP (*fig.* 7), c'est-à-dire le comparer au mètre; on trouvera, par

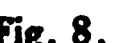
Fig. 7.



exemple, qu'il contient 4 centimètres et 5 millimètres, plus une fraction, qui est la distance NP comprise entre le cinquième millimètre et l'autre bout P de l'objet; c'est cette fraction qu'il faut mesurer. A cet effet, on amène le vernier contre l'extrémité P de l'objet, et l'on cherche quel est celui de ses traits qui coïncide avec un des traits de la règle; dans la figure, c'est le septième. Alors en partant de là nous trouvons les divisions 6, 5, 4, 3,..., 0, du vernier qui sont en retard sur les traits de la règle de $0^{mm},1$, $0^{mm},2$,..., $0^{mm},7$; donc la fraction NP qu'il fallait apprécier est égale à $0^{mm},7$. Sa valeur est donnée en dixièmes de millimètre par le numéro d'ordre de la division qui coïncide.

Appliquons ceci au cas où l'on voudrait mesurer la hauteur d'une colonne barométrique. Le sommet du mercure se voit

en A (*fig.* 8) entre les divisions 760 et 761 de la règle. On descend le vernier au moyen d'un pignon C jusqu'à placer le trait o vis-à-vis le sommet du mercure; la longueur à mesurer est la distance du trait o à la division 760. Or, en parcourant l'échelle du vernier, on voit la septième division en coïncidence avec un trait de la règle; la fraction de millimètre que l'on cherche est $0^{mm},7$.


Fig. 8.



Nous avons pris comme exemple le cas où l'on donne au vernier une longueur de 9 millimètres pour le diviser en 10 parties; nous pourrions le prendre égal à 19, 29, 39 millimètres et y tracer 20, 30, 40 divisions, ce qui nous permettrait de mesurer des 20es, 30es et 40es de millimètre. Toutefois, quand on multiplie beaucoup les traits, il arrive un moment où, à droite et à gauche des deux divisions qui coïncident exactement, il y en a un grand nombre qui diffèrent si peu dans leur position, qu'elles semblent encore se confondre, et l'on est dans l'impossibilité de distinguer celles qui se superposent le mieux. En diminuant la largeur des traits et en les regardant avec une loupe qui les grossit, on peut aller jusqu'aux centièmes de millimètre; mais il y a toujours une limite qu'on ne peut dépasser.

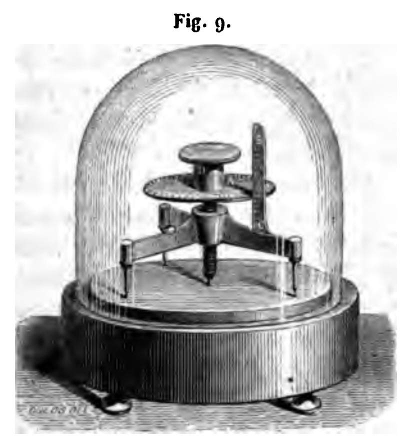
Le vernier s'applique à toutes les règles divisées; il s'applique également aux arcs de cercle, et se trace sur les alidades. Si le cercle marque les degrés, un vernier au 60e mesure les minutes.

SPHÉROMÈTRE. — La vis micrométrique ne sert pas seulement à diviser des longueurs; elle est encore employée toutes les fois qu'il faut apprécier des distances très-petites, et on la retrouve dans tous les appareils micrométriques. Je vais décrire celui qui sert à mesurer l'epaisseur des lames minces à faces parallèles.

Un trépied (*fig.* 9) à pointes d'acier bien trempé est percé en son milieu d'un trou façonné en écrou dans lequel s'engage

une vis d'un pas régulier et égal à $\frac{1}{2}$ millimètre. Le trépied repose sur un plan de verre douci à l'émeri; il est fixe. Quant à la vis, elle s'élève ou s'abaisse si on la tourne, et son extrémité pointue peut d'abord se mettre en contact avec le plan de base, puis se relever peu à peu et d'une quantité qui est proportionnelle au nombre fractionnaire de tours que l'on a faits. Il ne s'agit que de le mesurer.

Fig. 9.



A cet effet, on a vissé sur un des pieds de l'écrou une règle verticale tranchante BC, qui est divisée en demi-millimètres : c'est l'index; et sur le sommet de la vis on a placé un cercle horizontal mince A, il porte 500 divisions égales qui défilent devant l'index au moment où la vis marche. Enfin, pour manœuvrer commodément l'appareil, on l'a surmonté d'un bouton fileté D que l'on fait tourner d'une main, pendant que de l'autre on saisit un des pieds pour maintenir l'écrou dans une position fixe.

Faisons d'abord descendre la vis jusqu'au moment où le bord du cercle horizontal A soit au niveau de la division o de l'index et où la division o tracée sur le cercle soit en face du tranchant de cet index : cette position est le point de départ de la graduation. Si nous faisons ensuite remonter la vis, nous voyons passer successivement les divisions 1, 2, 3,..., devant l'index, et comme il y en a 500 dans un tour, chacune d'elles correspond à un mouvement ascensionnel égal à un 500e de pas de vis ou à un 1000e de millimètre. Quand on a fait un tour entier, la division o est revenue à son point de départ, mais le bord du cercle a monté, il se trouve au niveau de la division 1 de l'index, et l'élévation est de $\frac{1}{2}$ millimètre. En continuant ainsi nous arrivons, par exemple, à placer le bord du cercle à une hauteur comprise entre 3 et 4, et à mettre la division 25 vis-à-vis l'index; à ce moment, la hauteur de la vis

au-dessus du point de départ sera égale à 3 demi-millimètres augmentés de 25 millièmes, ou $\frac{3}{2} + 0,025$ ou $1^{mm},525$. Pour apprécier la hauteur de la vis au-dessus du zéro il faudra donc : 1° observer le nombre de divisions que le bord du cercle a parcourues sur la règle verticale et le diviser par 2; 2° lire le numéro d'ordre de la division du cercle qui est en regard du tranchant, le diviser par 1000 et faire la somme de ces deux nombres.

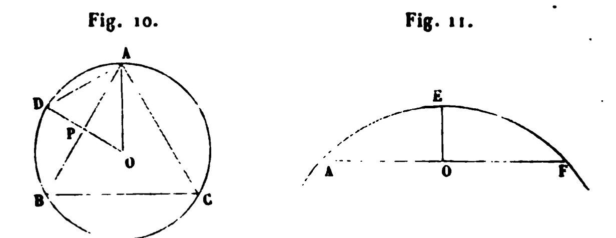
Indiquons maintenant comment on doit s'y prendre quand on veut mesurer l'épaisseur d'une glace mince à faces parallèles. Nous commencerons par abaisser l'extrémité de la vis au-dessous du plan des pointes du trépied, et nous poserons ensuite l'instrument sur son plan de verre; il s'y tiendra sur trois pointes; la quatrième restant soulevée, il ne sera pas calé, et si on l'agite à la main, il oscillera avec un bruit de trépidation particulier. Mais quand on relève la vis, ce mouvement et ce bruit diminuent peu à peu et cessent quand les quatre pieds reposent sur la base; l'habileté de l'expérimentateur consiste à saisir ce moment précis sans le dépasser. On y arrivera plus aisément encore en modifiant l'opération comme nous allons le dire. Au moment où la vis est trop abaissée, on peut avec le doigt donner à l'un des supports une légère impulsion horizontale; sous cette influence, l'appareil se met à tourner autour de la pointe de la vis, pendant que celles du trépied décrivent des arcs de cercle en traînant sur la base avec un bruit de frottement; mais en relevant la vis peu à peu, on arrive à un moment où ce mouvement devient progressivement plus dur et enfin cesse d'être possible : c'est ce moment que l'on saisit; mais quelque habitude que l'on ait de l'opération, il y a toujours une latitude de une on deux divisions entre deux mesures consécutives.

Cela fait, on lit les divisions et l'on calcule la hauteur de cette station initiale, soit par exemple $1^{mm},525$. Alors on soulève le sphéromètre et l'on place sous la vis la glace que l'on veut mesurer pendant que les pointes du trépied continuent de poser sur le plan de verre; on relève peu à peu la vis et l'on opère en tout point comme dans le cas précédent. La nouvelle station mesurée se trouvera, par exemple, à une hauteur

de $3^{mm},826$, et l'épaisseur de la glace sera la différence entre 3,826 et 1,525.

On peut, au moyen du sphéromètre, mesurer le rayon d'une sphère. A cet effet, on place les trois pieds de l'instrument en ABC sur cette sphère (*fig.* 10), et l'on relève la vis jusqu'à ce qu'elle touche au pôle du petit cercle qui passe par les trois pieds ABC. Soient e la quantité dont il a fallu la soulever, d la distance commune de deux pieds consécutifs de l'instrument.

Fig. 10. Fig. 11.



Le rayon du petit cercle ABC est AO et dans le triangle AOP, on a

$$\frac{d}{2} = \text{AO} \sin 60° = \text{AO}\frac{\sqrt{3}}{2};$$

donc

$$\text{AO} = \frac{d}{\sqrt{3}}.$$

On voit maintenant (*fig.* 11) le contour AEF de la sphère; la pointe est en E, les pieds sont sur le cercle AOF, et l'on a

$$\text{AO}^2 = \text{EO}\,(2\text{R} - \text{EO}),$$

$$\frac{d^2}{3} = e(2\text{R} - e),$$

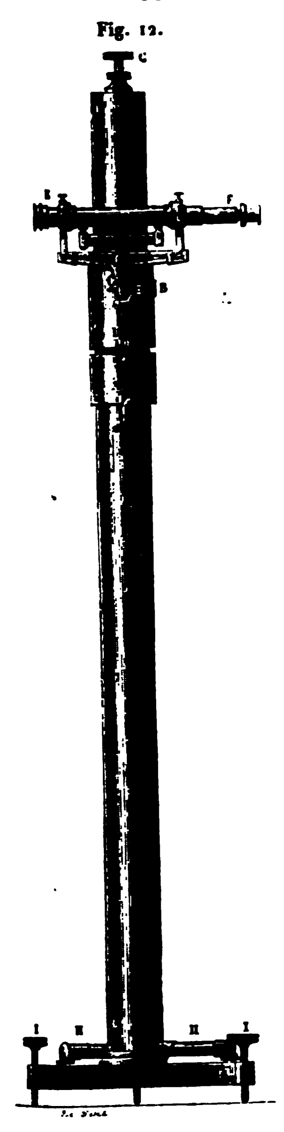
dont on tirera R.

Si l'on voulait mesurer l'épaisseur d'un cheveu ou en général d'un corps qui ne pourrait directement se placer sous la vis, on prendrait pour première station le cas de la pointe posant sur une glace parallèle, et pour deuxième celui où l'on aurait interposé le cheveu entre le plan de base et la glace.

CATHÉTOMÈTRE. — Dans le cours de ces Leçons, on verra se reproduire à chaque instant la nécessité de connaître la diffé-

rence de niveau de deux colonnes liquides en équilibre et le besoin d'un appareil spécial destiné à la mesurer dans tous les cas. Cet appareil a été imaginé par Dulong et Petit à l'occasion de leurs recherches sur la dilatation des liquides; M. Pouillet en a depuis signalé l'utilité générale; il l'a agrandi et lui a donné le nom de *cathétomètre;* enfin M. Regnault en a fait un si fréquent usage, qu'on ne peut se dispenser de le décrire ici. Il se réduit à une règle divisée, verticale, sur laquelle glisse une lunette horizontale (*fig.* 12). On vise les deux sommets que l'on veut comparer, et la course de la lunette entre les deux stations mesure la différence de leurs hauteurs. Il n'y a pas d'appareil plus commode quand il est bien gouverné; mais il n'y en a pas de plus trompeur quand il est mal conduit. Cela nous oblige à le faire connaître en détail.

Fig. 12.



Le cathétomètre repose sur un pied de fonte à niveaux rectangulaires HH et à vis calantes, sur lequel s'élève verticalement une tige solide de fer forgé, ayant environ 1m,30 de longueur. Avant d'être fixée, cette tige a été travaillée au tour : on a taillé à sa base un tourillon conique et à son sommet un ombilic. L'axe de l'instrument est celui du tourillon, et il passe par le sommet de l'ombilic.

A cette tige on a superposé un tube creux de laiton formant manchon; on a travaillé sa base sur le tour, de manière à embrasser le tourillon du noyau sur lequel

il repose, et l'on a disposé au sommet une vis G qui entre dans l'ombilic où elle s'appuie. Ce manchon peut donc tourner régulièrement autour de l'axe de la tige de fer, et une vis de pression permet au besoin de le fixer invariablement. A sa partie extérieure, le manchon offre deux règles JJ, LL; elles sont rabotées ensemble; leurs bords taillés en biseau sont parallèles entre eux et à l'axe, et l'une d'elles est, comme on le voit *fig.* 13, divisée en millimètres dans toute sa longueur.

Sur cette double règle glisse un équipage mobile portant la lunette et ses accessoires : c'est un curseur composé de deux pièces qui embrassent la règle; on les voit en A et D à la face antérieure (*fig.* 12), en VM et KN à la face opposée (*fig.* 13). Elles glissent à frottement contre les bords, et leur mouvement, facilité par l'interposition d'un corps gras, se fait régulièrement et sans oscillations si l'appareil est bien construit; on les arrête au moyen d'une vis de pression K qui serre contre la règle, et l'on mesure les déplacements par un vernier V qui donne le cinquantième de millimètre.

Fig. 13.

Ces deux pièces sont distinctes, mais on les réunit l'une à l'autre par une vis de rappel AD qui les rapproche ou les éloigne. Quand le système a été fixé par le bouton K, on peut, au moyen de la vis, faire monter ou descendre le curseur supérieur qui porte la lunette et achever de préciser la visée par un mouvement micrométrique très-lent. Au besoin, la vis est munie d'un tambour divisé qui mesure des deux-centièmes de millimètre.

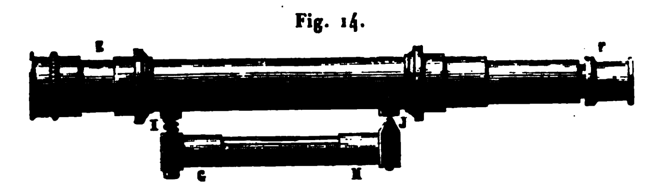
La lunette EF porte un niveau qui sert à reconnaître si elle est horizontale; elle repose sur les bras d'une fourchette, et une vis horizontale BC, par laquelle on incline la fourchette, sert à placer la lunette horizontalement.

Telle est la forme générale de l'instrument; voyons maintenant comment on arrive à le rendre précis et à le régler. La lunette est un appareil optique que nous ne décrirons que dans la suite, mais dont les propriétés doivent être expliquées dès aujourd'hui. Elle porte dans son intérieur un système de deux fils d'araignée tendus et croisés à angle droit, et en même temps que l'on voit l'image des objets, on voit aussi celle de

ces fils, qui sont très-fins, et que l'on peut faire coïncider avec le point que l'on veut relever. Or il y a dans toute lunette une ligne bien définie que l'on nomme l'*axe optique*, qui passe par la croisée des fils et le centre de l'objectif, ou verre antérieur; et quand on voit l'image d'un point coïncider avec le croisement des fils, on est assuré que ce point se trouve sur le prolongement de l'axe optique. C'est de tous les moyens de visée celui qui est le plus parfait.

Tout le système optique de la lunette est enfermé dans un tube de laiton qui n'en est que l'enveloppe. Sur ce tube on place deux colliers K et L (*fig.* 14) qui ont été travaillés ensemble, et qui ne sont que des parties d'un même cylindre

Fig. 14.



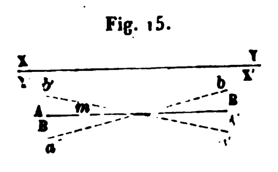
parfait que l'on a coupé en deux; leur axe est commun : c'est l'axe de l'enveloppe de la lunette ou son axe géométrique. On voit que, si, la lunette étant posée sur la fourchette, on la fait tourner sur elle-même, on ne déplace pas l'axe géométrique, pas plus qu'en la retournant bout à bout; mais on voit aussi que les axes optique et géométrique sont distincts, et la première opération à faire, c'est de les mettre en coïncidence : il n'y a pour cela qu'à régler les fils croisés. On s'assurera que cette condition est remplie si, en tournant la lunette sur elle-même autour des colliers, ce qui ne change pas l'axe géométrique, on vise toujours au même point; et quand on voudra ensuite régler l'axe optique, on n'aura plus qu'à régler l'axe géométrique, puisque tous deux sont confondus.

Après avoir satisfait à cette condition, il faut, avant d'employer le cathétomètre, en réaliser trois autres : 1° fixer la lunette parallèlement à son niveau; 2° la placer perpendiculairement aux arêtes de la règle sur laquelle elle glisse; 3° diriger dans la verticale l'axe de rotation du cathétomètre.

I. Soient XY (*fig.* 15) l'axe de la lunette, AB le niveau, *m* la position de la bulle; si XY et AB sont parallèles et que l'on

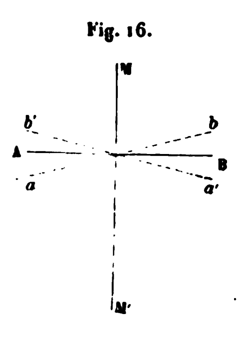
retourne la lunette bout à bout, XY se replacera X′Y′, le niveau ne fera que se retourner en se superposant, il se retrouvera en B′A′, et la bulle, sans avoir changé de place par rapport au spectateur, se trouvera sous le même numéro de division *m*, de l'autre côté du zéro, c'est-à-dire du côté de B′. Si, au contraire, le niveau était d'abord en *ab*, il se retrouverait en *a′b′* après le retournement, et la bulle aurait changé de place. On pourra donc, en agissant sur les vis dont le niveau est muni, satisfaire à cette condition d'immobilité de la bulle, et le niveau sera réglé.

Fig. 15.



II. Cette première condition réalisée, on veut placer la lunette perpendiculairement à l'axe MM′ (*fig.* 16); il faut alors faire décrire à l'instrument une demi-révolution autour de la tige fixe. Si la lunette AB est perpendiculaire à l'axe, elle se retrouvera parallèle à elle-même après la rotation; si elle était oblique en *ab*, elle se replacera en *a′b′*, et la bulle aura changé de place. On pourra donc faire mouvoir la vis qui gouverne la fourchette jusqu'à ce qu'on voie la bulle au même point dans les deux positions de l'appareil.

Fig. 16.

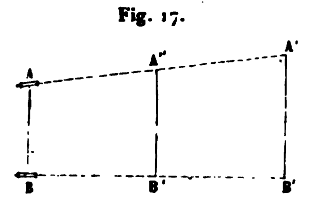


III. Il faut placer verticalement l'axe MM′. A cet effet, on dirigera la lunette parallèlement à la ligne qui joint les pieds de deux vis calantes, et l'on fera mouvoir l'une de ces vis jusqu'à placer la bulle au zéro; puis on fera tourner de 90 degrés le plan azimutal de la lunette, et en déplaçant la troisième vis, on amènera une seconde fois le niveau au zéro, et quand il est ainsi réglé dans deux azimuts rectangulaires, il l'est dans tous les autres.

Telle est la série des opérations qu'il faut effectuer pour mettre un cathétomètre en état de donner des mesures précises; une fois qu'elles sont faites, il faut encore compter avec les imperfections auxquelles aucun appareil n'échappe. Ainsi, toutes les fois que l'on transportera le curseur du haut en bas de l'échelle, on verra la bulle du niveau subir de légères

oscillations; or, si la lunette n'est pas parallèle à une même direction aux stations A et B (*fig.* 17), les différences de hauteur A'B', A"B" des points que l'on vise ne sont pas égales à la distance AB, qui représente sur l'instrument la course de la lunette, et l'erreur commise est d'autant plus grande, que la distance des points observés est plus considérable. Il est donc nécessaire de faire mouvoir légèrement la fourchette au moment de chaque mesure, afin de ramener le niveau à son zéro. C'est à cause de cette nécessité de déplacer la fourchette à chaque moment, qu'il est utile de disposer sur le pied de l'instrument deux niveaux fixes que l'on règle une fois pour toutes et qui servent à placer l'axe dans la position verticale.

Fig. 17.



TROISIÈME LEÇON.

PESANTEUR.

Mobilité. — Inertie. — Forces. — Mouvement uniforme. — Direction de la pesanteur. — Fil à plomb. — Relation entre la direction de la pesanteur et la surface des eaux tranquilles. — Poids. — Centre de gravité. — Étude expérimentale du mouvement produit par la pesanteur. — Influence perturbatrice de l'air. — Appareil de M. Morin. — Plan incliné de Galilée. — Machine d'Atwood. — Démonstration de la loi des espaces et des vitesses. — Proportionnalité des forces aux accélérations.

On dit qu'un point est en *repos* quand il occupe toujours le même lieu de l'espace; on dit qu'il est en *mouvement* quand sa position change d'une manière continue avec le temps. Comme le repos n'existe point autour de nous, puisque nous sommes entraînés dans l'espace avec la terre qui nous porte, nous ne pouvons observer que des mouvements relatifs: et puisque c'est la seule chose qu'il nous soit possible d'étudier physiquement, nous ferons abstraction du mouvement qui nous anime à notre insu pour ne chercher que les lois de la mobilité relative, telles qu'elles se présentent à nous, sauf à nous élever par induction à la théorie du mouvement absolu.

INERTIE. — Nous voyons que la matière est mobile, mais nous reconnaissons aussi qu'elle ne change pas son état de mouvement sans des causes qui l'y déterminent. Si un corps est en repos, il y reste; s'il a un mouvement, il le garde. Cette propriété de la matière se nomme l'*inertie;* les causes qui déterminent ou modifient le mouvement s'appellent *forces.*

Il ne faut pas croire que la matière soit incapable de produire le mouvement. Nous verrons, au contraire, qu'il suffit de mettre deux corps en présence pour qu'une force se développe entre eux et les fasse mouvoir tous deux; l'inertie consiste seulement en ceci, qu'un point matériel libre et isolé

reste en repos s'il y était d'abord, et que, s'il se meut sans qu'aucune force lui soit appliquée, il continue son mouvement en ligne droite sans accélération ni ralentissement, en parcourant des distances égales dans des temps égaux. Ce mouvement est dit *uniforme*.

MOUVEMENT UNIFORME. — Il y a des mouvements uniformes qui sont lents, comme il y en a qui sont rapides, et dans le langage ordinaire nous disons que le mobile va plus ou moins *vite*, pour exprimer qu'il parcourt plus ou moins d'espace pendant le même temps. Le mot *vitesse* résume donc l'idée d'espace parcouru pendant des temps égaux, et pour rendre cette idée précise, on appelle vitesse v l'espace parcouru pendant l'unité de temps. On dira, par exemple, que la vitesse d'un mobile est 1, 2, 3 ou 4 mètres pour exprimer qu'il franchit ces longueurs pendant une seconde. D'où il résulte que dans le mouvement uniforme l'espace e parcouru pendant un temps t est représenté par la formule

$$e = vt.$$

MESURE DES FORCES. — Pour connaître tout ce qui définit une force, il faut savoir le point sur lequel elle agit : c'est son *point d'application*; il faut déterminer la direction du mouvement qu'elle lui imprime : c'est la *direction* de la force; enfin il faut connaître son *intensité*. Or, comme on peut toujours l'équilibrer par un poids appliqué au même point et de direction contraire, ce poids lui est égal et la mesure. Les forces peuvent donc être évaluées en kilogrammes, et des instruments appelés *dynamomètres* servent à faire cette évaluation quand on le désire.

Quelle que soit la nature des forces, qu'elles proviennent d'une cause ou d'une autre, elles peuvent se partager en deux classes : les unes agissent toujours dans une direction fixe et exigent le même nombre de kilogrammes pour être équilibrées à un moment quelconque : on les appelle *constantes*; les autres peuvent varier en direction et en intensité avec le temps, c'est-à-dire qu'il faut pour les équilibrer des poids qui croissent ou décroissent avec le temps, et qui agissent dans une direction qui n'est pas toujours la même : elles sont dites *forces variables*.

Il faut maintenant chercher comment un corps se meut pen-

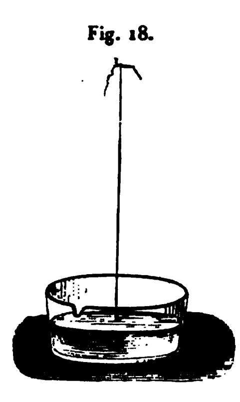
dant tout le temps qu'une force agit sur lui; c'est là un problème général qui constitue une science tout entière et qui embrasse une multitude de phénomènes physiques : on ne peut évidemment les prévoir par le seul secours du raisonnement, et l'on est réduit à les étudier, comme on étudie toutes les actions physiques, par l'expérience. Voici la marche que nous devrons suivre : nous observerons quelques cas simples, et nous déterminerons les lois expérimentales des mouvements produits, puis nous chercherons s'il est possible d'imaginer quelques principes généraux qui, une fois admis, comprendraient non-seulement les lois trouvées dans leurs conséquences, mais aussi tous les effets que les forces peuvent produire sur les corps dans toutes les circonstances possibles. Ce sera faire la théorie des forces, et les principes que nous aurons trouvés deviendront la base d'une science mathématique que l'on nomme la *Mécanique*. Nous voici conséquemment amenés à faire une application de la méthode expérimentale des physiciens, et pour cela il faudra : 1° observer les lois de l'effet des forces dans des cas particuliers; 2° imaginer des principes généraux pour les expliquer et les prévoir : jusque-là nous serons dans le domaine de la Physique; 3° descendre de ces principes à toutes leurs conséquences logiques par des raisonnements mathématiques : nous entrerons alors dans la Mécanique rationnelle.

Or il y a une classe de phénomènes qui se prête aisément à cette étude : ce sont les actions de la pesanteur. Nous allons les observer sans aucune hypothèse, puis essayer de remplir le programme que nous venons de tracer.

DIRECTION DE LA PESANTEUR. — La pesanteur est la cause qui fait tomber les corps; elle agit suivant une direction qui est fixe pour un même lieu, que l'on nomme *verticale* et qu'on détermine par l'expérience suivante. On suspend un corps (*fig.* 18) par un de ses points extérieurs au moyen d'un fil que l'on attache à un obstacle résistant. Après un certain temps pendant lequel il oscille, le corps se met au repos, et comme il ne tombe pas, l'action de la pesanteur est détruite par la résistance du fil, c'est-à-dire par une force unique dirigée suivant ce fil; elle est égale et opposée à cette résistance.

La direction de la pesanteur est donc en chaque lieu celle du fil à plomb. On pourra, au moyen d'intruments précis, raccorder cette direction avec la position des astres, ce qui est une opération fréquente en géodésie : on pourra simplement la comparer à la surface des liquides en équilibre. Il suffira d'attacher une balle à un fil, de la plonger dans un vase plein d'eau noircie et d'examiner à la fois le fil et son image réfléchie; ce sont deux lignes droites qui se voient dans le prolongement l'une de l'autre, et comme cette condition est remplie quelle que soit la position de l'observateur, il faut que le fil soit normal à la surface du liquide.

Fig. 18.



POIDS. — CENTRE DE GRAVITÉ. — Un corps étant formé par une réunion de molécules, chacune d'elles est sollicitée par la pesanteur, et toutes les forces qui leur sont appliquées peuvent se composer en une résultante unique : c'est le *poids* du corps, c'est la force qui le fait tomber. Elle est constante en intensité et en direction dans un même lieu; mais elle est différente d'un corps à un autre.

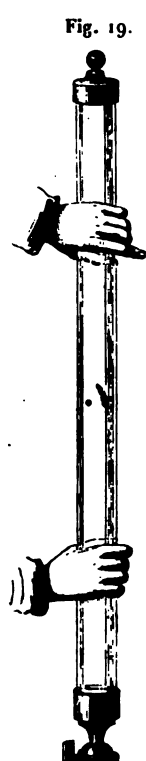
Le point où est appliqué le poids se nomme le *centre de gravité;* il est fixe, et l'on peut en donner cette définition : c'est le point d'application de la résultante de tous les poids des éléments matériels du corps; toutes les méthodes de calcul employées pour le déterminer sont fondées sur cette définition.

On peut remarquer que si l'on immobilise le centre de gravité d'un corps, on détruit l'effet du poids qui le sollicite, quelle que soit l'orientation du corps; de là cette deuxième définition du centre de gravité : c'est le point sur lequel le corps se tient en équilibre dans toutes ses positions.

LOIS DE LA CHUTE DES CORPS.

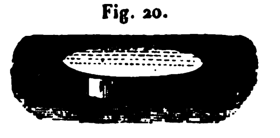
INFLUENCE PERTURBATRICE DE L'AIR. — Avant d'étudier les lois compliquées de la chute des corps, nous commencerons par faire remarquer qu'elle n'est pas également rapide pour tous.

Une balle de plomb, une feuille de papier, une plume tombent avec des vitesses inégales, de façon qu'il semble au premier abord que l'on doive étudier les lois spéciales de la chute de chaque substance particulière.


Fig. 19.

Une expérience bien facile ramène la question à plus de simplicité. On prend un large tube de verre (*fig.* 19), long de 2 mètres environ, muni à l'une de ses extrémités d'une simple couverture de métal qui le ferme, et à l'autre d'une douille métallique mastiquée, prolongée par un tube à robinet et terminée par un écrou qui s'accorde avec l'extrémité du conduit d'une machine pneumatique. Le tube contient des parcelles de diverses substances choisies parmi celles dont la chute libre est la plus inégale. On fait le vide, on ferme le robinet, on enlève le tube, et, le retournant brusquement, on voit tomber les corps qu'il contient. Leur chute se fait d'ensemble, sans que l'un d'eux prenne l'avance ou reste en arrière. Ensuite on ouvre le robinet pendant un temps très-court, ce qui permet la rentrée d'une petite quantité d'air et suffit pour retarder la chute de quelques-unes des parcelles. Enfin, quand on a laissé le robinet entièrement ouvert et que le tube est totalement rempli de gaz, les différences de vitesse sont devenues très-grandes. Il est donc démontré que l'air exerce une action perturbatrice, qu'il retarde inégalement les diverses substances dans leur chute, mais que si l'on étudiait les lois de la pesanteur dans le vide, elles seraient les mêmes pour tous les corps.

Je citerai encore deux expériences sur le même sujet. On prend d'abord une pièce de monnaie, et l'on taille dans une feuille de papier mince une rondelle égale en diamètre (*fig.* 20). Quand on les fait tomber séparément, on voit la rondelle marcher plus lentement que la monnaie; quand on pose le papier sur le


Fig. 20.

métal et qu'on les abandonne ensemble, l'air n'agit plus sur la rondelle, qui suit le métal et prend le même mouvement que lui.

La deuxième expérience exige un appareil spécial : c'est un tube de verre (*fig.* 21) arrondi et fermé par un bout, pointu et ouvert à l'autre. On remplit la moitié de sa capacité avec de l'eau qu'on fait bouillir; il se forme des vapeurs qui balayent le tube, et quand elles ont expulsé l'air qu'il contenait, on le ferme au chalumeau. On a préparé ainsi un vase contenant de l'eau et vide d'air, et quand on le retourne brusquement, l'eau tombe en une seule masse, au lieu de se diviser en gouttelettes comme dans l'air, et frappe le fond avec un bruit sec, qui fait donner à l'appareil le nom de *marteau d'eau*.

Fig. 21.

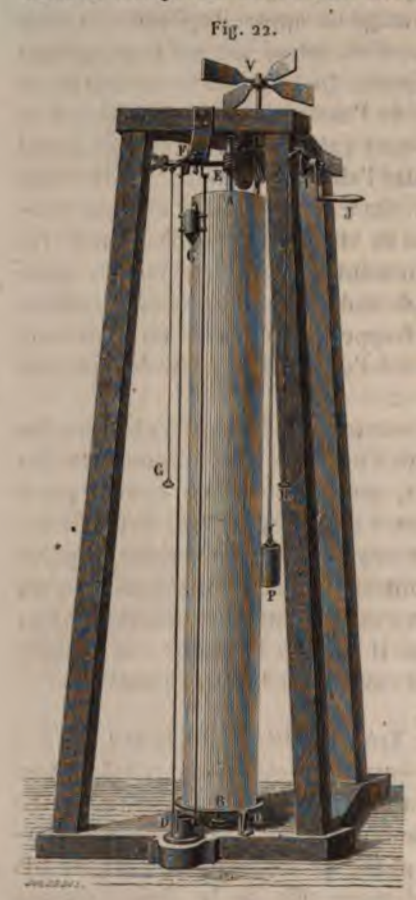
Nous voici maintenant autorisés à chercher les lois de la chute d'un corps quelconque, pour les étendre ensuite aux autres, puisqu'elles sont communes à tous : mais aussi nous sommes avertis qu'il faut éviter la résistance de l'air. Le meilleur moyen d'y parvenir serait d'opérer dans le vide; mais on rencontrerait des difficultés que l'on n'a pas cherché à surmonter. On s'est contenté en opérant dans l'air de choisir ceux des corps qu'il retarde le moins : ce sont les métaux. Nous allons dès lors employer l'appareil suivant.

APPAREIL DE M. MORIN. — Trois madriers de bois (*fig.* 22) réunis à leur sommet et à leur base, et qui ont 2 à 3 mètres de hauteur, soutiennent toutes les pièces de l'instrument. La principale est le mobile que l'on voit en C; c'est un poids cylindro-conique de fer qui glisse en tombant le long de fils métalliques tendus verticalement, afin de le diriger dans sa chute : pour le soutenir avant l'expérience, on l'accroche à la pointe recourbée d'un levier F; pour le faire tomber, on relève le crochet en tirant le fil G. Alors il parcourt toute la hauteur de l'appareil et s'enfonce à la fin de sa course dans un tube D où il reste; c'est ce mouvement qu'il faut étudier.

A cet effet, on a disposé vis-à-vis et tout près du poids un cylindre de sapin AB, qui doit recevoir un mouvement rapide de rotation; pour le lui communiquer, on a fixé sur l'axe, en

E, une vis sans fin; elle s'engrène avec une roue dentée, et celle-ci fait partie d'un treuil horizontal FI qu'un poids P sollicite à tourner. On le remonte avec une manivelle J, et on le lâche ou on l'arrête par un crochet correspondant à la poignée G. Aussitôt qu'on tire celle-ci, le mouvement du treuil commence, et celui du cylindre se produit avec une vitesse qui s'accélère peu à peu jusqu'au moment où la résistance, développée par un moulin à ailettes V, la rende constante. On attend que cette uniformité soit atteinte avant d'opérer.

Fig. 22.

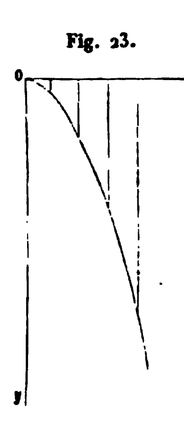


Le poids C porte en outre un crayon dont la pointe, poussée par un ressort, appuie sur la surface du cylindre que l'on a enveloppé d'une feuille de papier. Avant que la chute ait commencé, le crayon décrit sur le cylindre un cercle horizontal; aussitôt que le mobile se met en mouvement, le crayon s'abaisse avec lui et marque une courbe qu'il n'y a plus qu'à étudier pour connaître la loi de la chute.

Traçons sur la surface du cylindre des génératrices équidistantes, en faisant passer la première par l'origine de la courbe. Elles sont venues se placer successivement dans la verticale que parcourt le crayon pendant la chute, après des temps o, 1, 2, 3,..., puisque la rotation est uniforme; leurs distances x à l'origine sont donc proportionnelles au temps, et l'on a $x = at$. D'un autre côté, les longueurs y de ces généra-

trices, comprises entre le cercle décrit d'abord et la courbe tracée ensuite, mesurent les espaces parcourus par le mobile, ce qui donne $y = e$. Développons maintenant la surface du cylindre en déroulant la feuille de papier, et nous aurons une courbe plane, représentée ci-contre (*fig.* 23), rapportée à deux axes horizontal et vertical. En mesurant avec soin les coordonnées de ses divers points, nous reconnaîtrons qu'elle est une parabole dont l'équation est

Fig. 23.



$$y = a' x^2.$$

En remplaçant y par e et x par at, il vient

$$e = a^2 a' t^2 \quad \text{ou} \quad e = A t^2.$$

Nous sommes arrivés à représenter par une courbe continue, tracée par le mobile lui-même, la loi continue de son mouvement et à l'exprimer mathématiquement. Pour achever de la déterminer, il n'y a plus qu'à remplacer la constante A par sa valeur numérique, et l'expérience de M. Morin permet de la mesurer, car on peut déterminer la vitesse constante que l'on donne au cylindre, et l'on trouve que A est égal à $4^m,9$. Admettons provisoirement ce nombre que nous mesurerons dans la suite avec plus de précision; désignons-le par $\frac{g}{2}$, suivant une notation consacrée par l'usage, et nous aurons

$$\frac{g}{2} = 4^m,9, \quad e = \frac{g}{2} t^2,$$

ce qui se résume ainsi :

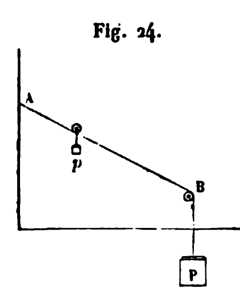
1° L'espace parcouru dans la première seconde est égal a $4^m,9$.

2° L'espace parcouru pendant un temps quelconque, exprimé en secondes, est égal à $4^m,9$ multiplié par le carré du temps.

PLAN INCLINÉ. — L'appareil de M. Morin étudie les lois de la chute des corps sans la transformer en aucune manière; les

instruments qu'il nous reste à décrire la modifient; mais ils nous apprendront quelque chose de plus. Galilée, à qui on doit les premières expériences qui aient été faites sur ce sujet, renonçant à trouver directement les lois de la chute libre, avait eu l'idée de la ralentir pour la rendre plus facile à observer, et de recourir à l'artifice du plan incliné. Que l'on imagine un fil métallique (*fig.* 24) attaché à un mur en A, passant en B sur une poulie que l'on peut élever ou abaisser et tendu par un poids P; on aura un plan incliné qui fera avec l'horizontale un angle α qu'on variera à volonté. On pose à cheval sur le fil une poulie à chape soutenant un poids p. C'est le mobile dont on va observer le mouvement.

Fig. 24.



Plaçons ce mobile en A, laissons-le partir au commencement d'une seconde, et arrêtons-le par un obstacle que nous placerons par tâtonnement à une distance telle, que le mobile y arrive à la fin de cette seconde; mesurant ensuite l'espace parcouru, nous le trouvons plus petit que $4^m,9$, ce à quoi nous pouvions nous attendre; soit $\frac{g'}{2}$ sa valeur. Cherchons ensuite, et de la même manière, les longueurs du fil parcourues pendant 2, 3, 4,... secondes, et comparons-les à $\frac{g'}{2}$. Nous trouvons qu'elles suivent la même loi que dans la chute libre, c'est-à-dire que l'on a $e = \frac{g'}{2} t^2$.

Ensuite nous pouvons donner au fil AB d'autres inclinaisons, et répéter pour chacune d'elles les mêmes déterminations; chaque cas reproduira la même loi générale, mais avec des valeurs différentes g'', g''',... de la constante. Tels sont les résultats; voyons maintenant les conséquences qui en découlent.

Si le mobile tombait librement dans l'air, il serait entraîné par son propre poids p; tombant sur le plan incliné, il n'est sollicité que par la composante parallèle au mouvement, c'est-à-dire par une fraction de son poids; mais cette fraction reste

la même pendant toute la durée de la chute. Le corps est donc soumis à l'action d'une force constante qui diminue jusqu'à s'annuler quand le plan s'abaisse jusqu'à devenir horizontal, et qui augmente jusqu'à devenir égale au poids total si le plan se relève jusqu'à devenir vertical. Le genre de mouvement que l'on a observé est donc celui qui est produit par une force constante quelconque.

Or l'expérience a montré que tous ces mouvements satisfont à une loi commune exprimée généralement par la formule

$$e = \frac{G}{2} t^2,$$

et que toutes les fois que la force constante qui les produit change d'intensité, la constante G change de valeur. Tous ces mouvements sont appelés *uniformément accélérés;* la chute libre dans le vide n'en est que le cas particulier où la force motrice est égale au poids du mobile.

MACHINE D'ATWOOD. — On trouve dans les cabinets de physique un instrument qui conduit aux mêmes conséquences que le plan incliné, et qui est plus heureusement disposé pour faire les expériences; en voici la description (*fig.* 25). Sur une plate-forme élevée de 3 mètres environ et soutenue par une colonne de bois, est établie une poulie de cuivre CAD qui est aussi légère et aussi mobile que possible. Pour augmenter sa mobilité, on fait reposer l'axe A, qui est bien poli, sur deux systèmes de roues C et D, qui se croisent et qu'il entraîne avec lui pendant qu'il tourne. Par ce moyen, le frottement devient peu sensible; on admet qu'il est nul et que le poids de la poulie est négligeable.

Sur la gorge de la poulie s'enroule un fil de soie qui soutient deux poids P et P' : ils se font équilibre s'ils sont égaux; mais si l'un est plus fort que l'autre, il se meut de haut en bas, fait marcher le plus faible de bas en haut, et tout le système prend un mouvement commun. Dans ce cas, le poids total qui est entraîné est la somme de P et de P', et la force qui agit sur lui est égale à P — P'; par conséquent la différence entre la chute libre et le mouvement sur cette machine consiste en ce que dans le premier cas c'est la somme P + P' qui ferait mou-

voir le système, et dans le second c'est la différence P — P'.

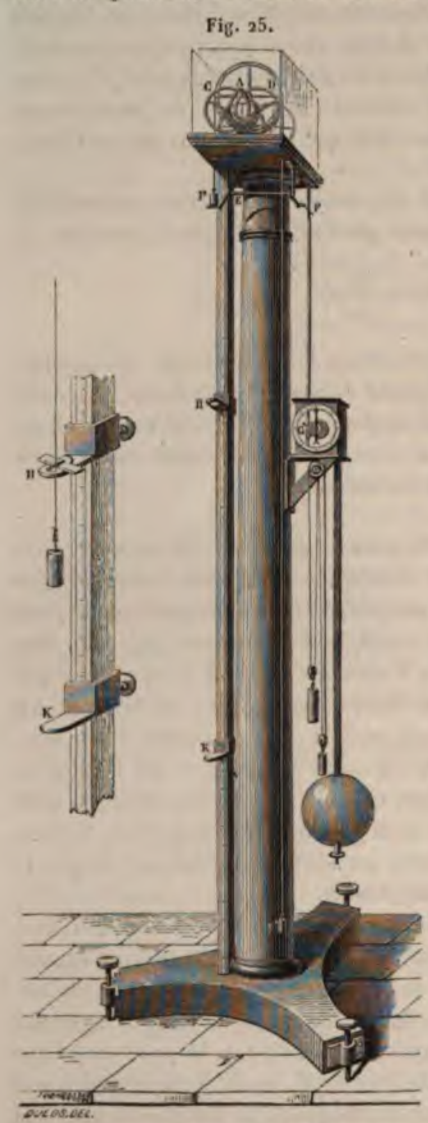


Fig. 25.

Tout se réduit ainsi à avoir diminué la force dans le rapport de P — P' à P + P', rapport qui est constant pendant la durée de l'expérience, et l'artifice employé dans cet appareil a cela de commun avec celui du plan incliné, qu'il fait mouvoir un corps sous l'action d'une force constante dans chaque expérience, mais que l'on peut augmenter ou diminuer à volonté.

Une horloge à balancier G, battant la seconde, est soutenue sur le même support ; une aiguille marque les secondes, et l'échappement produit à toutes les oscillations un bruit qui permet de les compter. Une bascule P est disposée en haut de l'appareil pour soutenir le poids; elle est reliée à l'horloge par un levier EFG, et au moment où l'aiguille passe au zéro du cadran, un mécanisme convenable fait jouer la bascule et commencer la chute.

L'appareil se complète par une règle de bois HK disposée derrière la bascule et divisée en centimètres. Un curseur K, formé par une plaque hori-

zontale de cuivre, peut être fixé par une vis de pression à une hauteur quelconque. C'est sur cette plaque K que le poids tombe et que se termine le mouvement avec un bruit de choc que les auditeurs entendent comme le bruit d'échappement du balancier.

Quand on veut faire une expérience, on soutient le poids le plus lourd sur le support, vis-à-vis le zéro des divisions. La bascule s'abaisse par l'effet de l'échappement au premier battement du pendule; le système commence son mouvement, et il le continue jusqu'à sa rencontre avec le curseur K qui l'arrête. On cherche la position qu'il faut donner à celui-ci pour que le choc produit soit entendu en même temps que le deuxième battement, et quand on l'a trouvée, on est sûr que la chute a duré 1 seconde et que l'espace parcouru est marqué sur la règle vis-à-vis le curseur.

On recommence l'expérience en descendant le curseur et cherchant de la même manière la course du mobile pendant 2, 3 ou 4 secondes. Voici, par exemple, un tableau des résultats :

Temps...............	1^s,	2^s,	3^s,	4^s.
Espaces.............	10^c,	40^c,	90^c,	160^c.

Ces derniers nombres peuvent s'écrire :

$$10,\quad 10.2^2,\quad 10.3^2,\quad 10.4^2,$$

et l'on voit que les espaces parcourus sont égaux à celui qui est franchi dans la première seconde multiplié par le carré du temps : ce qui se traduit par la formule

$$e = \frac{G}{2}t^2.$$

Chaque fois que l'on change la valeur de $\frac{P - P'}{P + P'}$, on change l'intensité de la force qui agit sur le mobile ainsi que tous les nombres trouvés; mais la relation générale que nous venons d'écrire subsiste avec une autre valeur de la constante G; on peut donc répéter les conclusions que nous avons formulées à propos du plan incliné :

Toute force constante qui agit sur un mobile produit un mouvement uniformément accéléré, et le cas de la chute libre d'un corps soumis à l'action de son poids n'est qu'un cas particulier de cette loi générale.

VITESSE. — Dans les mouvements variés en général, l'idée de vitesse n'est pas aussi simple que dans le mouvement uniforme. On parvient à la rendre claire par les considérations suivantes. Imaginons un mouvement varié quelconque et supposons qu'à partir d'un point donné le mobile parcoure un arc Δe pendant un temps Δt très-court : il parcourrait le même espace s'il conservait pendant Δt une vitesse moyenne constante égale à $\frac{\Delta e}{\Delta t}$, avec laquelle l'arc aura été décrit. Si l'on suppose ensuite que Δt décroisse indéfiniment, $\frac{\Delta e}{\Delta t}$ tendra vers sa limite, qui sera la vitesse moyenne avec laquelle le mobile aura parcouru un arc infiniment petit. C'est ce que l'on nomme la *vitesse du mobile* au moment considéré ; et dans le cas du mouvement uniformément accéléré, on a

$$e = \frac{Gt^2}{2}, \quad v = \lim \frac{\Delta e}{\Delta t} = Gt.$$

Le mot *vitesse* ainsi défini représente une idée exclusivement théorique. Il faut lui chercher une signification physique et en trouver la mesure expérimentale. A cet effet, nous remarquerons que, si le mobile pouvait être soustrait à l'influence de la force à un moment donné, il continuerait à marcher avec la même vitesse, $\lim \frac{\Delta e}{\Delta t}$, qui deviendrait constante. Alors on peut dire que la vitesse à un moment donné est celle du mouvement uniforme que prend le mobile quand on supprime à cet instant la force qui agit sur lui.

Nous avons ainsi un moyen expérimental pour trouver la vitesse; il consiste à supprimer la force, et la machine d'Atwood nous permet aisément de le faire. Elle possède à cet effet, outre le curseur destiné à arrêter les poids, une plaque annulaire H à travers laquelle ils peuvent passer s'ils sont cylindriques et sur laquelle ils s'arrêtent s'ils sont allongés. On prend alors un poids ascendant P′ (*fig.* 25) et un poids descendant P, formé d'une masse cylindrique égale à P′ et d'une lame allongée p qui s'arrêtera sur l'anneau H du curseur.

On fait tomber le système comme dans les expériences précédentes; il prend un mouvement varié jusqu'au moment où

le poids additionnel p est enlevé par l'anneau, et après cet instant, les deux poids ascendant et descendant devenant égaux, aucune force ne les pousse plus, et ils continuent leur mouvement avec une vitesse constante égale à celle qu'ils avaient acquise dans leur mouvement varié. Plaçons, par exemple, le curseur annulaire à 10 centimètres; si les relations des poids sont les mêmes que précédemment, cet espace sera franchi en 1 seconde : mettons le curseur K à des distances convenables au-dessous et cherchons les espaces parcourus entre les deux curseurs pendant 1, 2, 3,... secondes, nous trouvons

Temps total..........................	1^s,	2^s,	3^s,	4^s,...,
Espace total parcouru..................	10^c,	30^c,	50^c,	70^c,...;
Espace parcouru après la première seconde.	»	20^c,	40^c,	60^c,....

Ceci nous montre, premièrement, qu'après la chute accélérée qui s'est faite dans la première seconde, le mobile a été animé d'un autre genre de mouvement qui lui faisait parcourir 20, 40, 60 centimètres dans 1, 2 ou 3 secondes, et qui, par conséquent, était uniforme. Il est donc bien vrai qu'après la suppression de la force, la vitesse demeure constante.

En second lieu, la vitesse de ce mouvement est égale à 20 centimètres, et elle représente celle que la pesanteur avait imprimée au mobile au bout de 1 seconde, après qu'il avait parcouru 10 centimètres; et comme 10 centimètres était dans notre formule représenté par $\frac{G}{2}$, 20 centimètres sera exprimé par G. *La vitesse acquise au bout de l'unité de temps est donc double de l'espace parcouru.*

Il faut déterminer de même les vitesses acquises après 2, 3, 4,... secondes de chute accélérée, et il suffira de fixer le curseur annulaire aux points où la chute amène le mobile après ces temps, c'est-à-dire à 40, 90, 160 centimètres, et de chercher par tâtonnement l'espace que le mouvement alors uniforme fait parcourir dans chacune des secondes qui suivent; on trouve ainsi

Temps..............	1^s,	2^s,	3^s,	4^s;
Vitesses.............	20^c,	40^c,	60^c,	80^c;

et, par suite, on aura

$$v = Gt.$$

Toutes les fois qu'on changera la valeur du rapport $\frac{P - P'}{P + P'}$, on changera la valeur de G; mais la loi de la vitesse se maintiendra toujours, quelle que soit la force qui agit, pourvu qu'elle soit constante, et le cas particulier de la chute libre est compris dans le théorème général.

On a donc, pour les deux formules du mouvement produit, par une force constante,

$$e = \frac{Gt^2}{2}, \quad v = Gt.$$

PROPORTIONNALITÉ DES FORCES AUX ACCÉLÉRATIONS. — Le coefficient G s'exprime en unités de longueur; il représente ou la vitesse acquise après 1 seconde, ou le double de l'espace parcouru pendant ce temps; il caractérise chaque mouvement uniformément varié, et le fait distinguer d'un autre qui est plus ou moins rapide.

Ce coefficient se nomme l'*accélération*.

Il faut chercher maintenant la loi qui lie les accélérations aux forces. C'est encore à l'expérience que nous aurons recours. Reprenons le plan incliné, et appelons α l'angle qu'il fait avec l'horizontale; la composante du poids parallèle au plan est représentée par $p \sin \alpha$. Or, si l'on mesure l'accélération du mouvement produit, on la trouve égale à $g \sin \alpha$, et si l'on compare ce mouvement à celui de la chute libre, on voit que les forces étant dans le rapport de $p \sin \alpha$ à p, les accélérations sont dans un rapport égal de $g \sin \alpha$ à g, c'est-à-dire que les accélérations sont proportionnelles aux forces.

A la vérité, quand on fait l'expérience, on reconnaît que cette proportionnalité n'est pas parfaitement justifiée; c'est qu'en effet il y a, comme dans toutes les expériences de physique, des causes perturbatrices qui altèrent la loi : ce sont des frottements; mais quand on les diminue de plus en plus, la concordance des résultats trouvés avec les nombres calculés par la loi de proportionnalité devient de plus en plus satisfaisante.

On peut aussi répéter avec la machine d'Atwood des épreuves analogues. Voici comment il faudra s'y prendre : on placera aux deux extrémités du fil des poids égaux P composés d'un même

nombre de petits poids égaux entre eux et à p; ensuite on enlèvera l'un d'eux de dessus le poids ascendant pour le placer sur le poids descendant; la différence, c'est-à-dire la force qui met le système en mouvement, sera $2p$, et l'on mesurera la valeur de g' correspondante. Ensuite on transportera encore un poids p du côté ascendant vers le côté descendant, ce qui ne changera pas le poids total, mais rendra la différence ou la force motrice égale à $4p$, et le mouvement produit dans ce cas aura une autre accélération g''. En continuant toujours ainsi, on observera les mouvements imprimés à un même mobile par les forces $2p$, $4p$, $6p$: les accélérations correspondantes seront trouvées égales à g', g'', g''', et l'on verra qu'elles sont proportionnelles aux forces, c'est-à-dire aux nombres 2, 4, 6.

Pour que ces expériences puissent réussir complétement, il est nécessaire que la machine soit bien mobile, et que l'on prenne des poids considérables, afin de diminuer l'erreur introduite dans les expériences par la poulie, dont le poids n'est pas négligeable et dont la mobilité est imparfaite (*).

Nous admettrons dès lors que si un même mobile est successivement sollicité par son poids P et par une force F, il prendra des mouvements uniformément accélérés, avec des valeurs de l'accélération égales à g et G, et que l'on aura la relation

$$\frac{g}{G} = \frac{P}{F} \quad \text{ou} \quad F = \frac{P}{g} G.$$

Si donc on connaît l'accélération G, on trouvera la valeur de F

(*) On a supposé que le poids de la poulie est nul, et, dans ce cas,

$$G = g\,\frac{P - P'}{P + P'}.$$

Si l'on veut tenir compte du poids de la poulie, on peut dire qu'elle agit comme deux poids p qui s'ajouteraient aux masses ascendantes et descendantes, et alors

$$G = g'\,\frac{P - P'}{P + P' + 2p}.$$

Par une expérience on pourra déterminer p, et vérifier la formule pour toutes les valeurs possibles données à P et à P'.

en multipliant G par $\frac{P}{g}$, et inversement on obtiendra l'accélération en divisant F par $\frac{P}{g}$.

Il est évident maintenant que l'expérience n'a plus rien à nous apprendre sur cette question de l'effet des forces constantes; car du moment que l'on aura le poids P d'un mobile, on calculera la valeur de l'accélération G pour toutes les valeurs de la force F qui lui sera appliquée, et par les formules du mouvement on obtiendra les espaces parcourus et les vitesses acquises après un temps quelconque. Ces lois étant trouvées, nous allons maintenant aborder la deuxième partie du programme que nous nous étions tracé, et chercher à déduire des phénomènes précédents les principes généraux dont la Mécanique a besoin.

QUATRIÈME LEÇON.

PESANTEUR (Suite).

Loi de l'indépendance de l'effet produit par une force sur un corps et du mouvement antérieurement acquis de ce corps. — Loi de l'indépendance des effets des forces qui agissent simultanément sur un même corps. Démonstration expérimentale et généralisation de ces lois. — Masse. — A égalité de masse, les forces sont entre elles comme les accélérations qu'elles produisent. — Relation entre une force, la masse du corps sur lequel elle agit, et l'accélération qui résulte de cette action. — Lois générales du mouvement uniformément varié. — Problèmes divers.

INDÉPENDANCE DES EFFETS DES FORCES ET DU MOUVEMENT ANTÉRIEUREMENT ACQUIS. — La formule $v = Gt$ nous montre qu'au commencement de chaque seconde successive, un corps soumis à une force constante possède des vitesses

$$0,\quad G,\quad 2G,\quad 3G,\quad 4G,\ldots;$$

par conséquent, pendant chaque seconde, la force agit pour augmenter ces vitesses d'une quantité constante

$$G,\quad G,\quad G,\quad G,\ldots.$$

On peut donc dire que l'effet produit par elle sur le mobile est le même, soit quand il est primitivement en repos, soit quand il est animé d'une vitesse acquise quelconque.

Si nous étudions ensuite les espaces parcourus pendant des temps

$$1^s,\quad 2^s,\quad 3^s,\quad 4^s,\ldots,$$

ils sont

$$\frac{G}{2},\quad 4\frac{G}{2},\quad 9\frac{G}{2},\quad 16\frac{G}{2},\ldots;$$

et pendant chaque seconde successive, les longueurs parcou-

rues sont

$$\frac{G}{2},\quad 3\frac{G}{2},\quad 5\frac{G}{2},\quad 7\frac{G}{2},\ldots$$

Si le mobile ne marchait que sous l'influence des vitesses acquises au commencement de chaque seconde, il parcourrait pendant chacune d'elles

$$0,\quad G,\quad 2G,\quad 3G,\ldots$$

La différence entre ces nombres et les précédents représente donc l'effet résultant de l'action de la force pendant chacun de ces intervalles de temps; or cette différence est constante et égale à

$$\frac{G}{2},\quad \frac{G}{2},\quad \frac{G}{2},\quad \frac{G}{2},\ldots$$

On voit donc encore ici que l'effet produit par une force sur un mobile en repos, ou doué primitivement d'une vitesse initiale, est absolument le même.

La remarque que nous venons de faire ne s'applique que dans le cas où la force considérée agit dans la même direction que la vitesse initiale du mobile; mais on peut la généraliser par un grand nombre d'observations. Quand, par exemple, un vaisseau se meut uniformément, nous devenons insensibles à son mouvement si nous sommes enfermés dans une chambre intérieure, et nous reconnaissons que les effets des forces que nous faisons agir sur un point de ce vaisseau sont les mêmes que s'il était en repos; ils sont donc indépendants du mouvement antérieurement acquis par le mobile. Nous pouvons dès lors généraliser la remarque que nous avons précédemment faite et énoncer le principe général suivant :

Si tous les points d'un système ont des vitesses constantes égales et de même direction et que l'un d'eux vienne à être sollicité par une force, son mouvement, relativement aux autres, sera le même que si le mouvement commun au système n'avait point existé et qu'il eût été sollicité par la même force agissant dans la même direction.

INDÉPENDANCE DES EFFETS DES FORCES SIMULTANÉES. — Nous avons montré par l'expérience que deux forces constantes ap-

pliquées à un même mobile lui impriment, après des temps égaux, des vitesses proportionnelles à leurs intensités. Par conséquent, si une force F produit une vitesse v, une force $2F$, qui est la superposition de deux forces égales à F, donnera une vitesse $2v$ et fera parcourir un espace double pendant le même temps. En général, plusieurs forces agissant sur le même mobile dans la même direction superposeront leurs effets, qui peuvent donc être considérés comme indépendants, et si l'on étend cette remarque aux cas où les directions des forces sont différentes, on arrive au principe suivant :

Quand deux forces F *et* F′ *agissent sur un mobile dans des directions quelconques, elles lui impriment un mouvement qui est la superposition de ceux qu'il recevrait si elles agissaient séparément, c'est-à-dire qu'en rapportant le corps à un système de points animés du mouvement qu'il reçoit de* F, *il prendra, par rapport à ceux-ci, le mouvement qu'il recevrait de* F′ *si* F *n'eût pas agi et que le système fût demeuré en repos.*

MASSE. — Quand un corps déterminé est successivement soumis à l'action de forces exprimées en kilogrammes, P, F, F′, F″,..., dont la première est son poids, il reçoit les accélérations g, G, G', G'',..., exprimées en mètres, et l'on a, d'après le principe de la proportionnalité des forces aux accélérations, la suite de rapports égaux

$$\frac{F}{G} = \frac{F'}{G'} = \frac{F''}{G''} \cdots = \frac{P}{g} = m.$$

Une fois que l'on connaîtra pour un corps la valeur de ce rapport, l'effet d'une force quelconque F sera connu ; car on pourra calculer l'accélération G et ensuite la vitesse et l'espace parcouru au bout d'un temps quelconque. Inversement, quand on connaîtra l'accélération G qu'il reçoit d'une force, on pourra trouver la valeur F de cette force. Ce rapport se nomme la *masse* du corps.

Pour le mesurer, il suffit d'appliquer au corps une force quelconque F, de chercher son accélération G et de diviser F par G ; et comme il est indifférent de prendre une force plutôt qu'une autre, il vaut mieux choisir celle qu'on mesure le plus

aisément, c'est-à-dire le poids P qui produit une accélération constante $g = 9^m,8$. Alors la masse d'un corps est $\frac{P}{g}$.

La masse peut donc être considérée comme un coefficient numérique égal à $\frac{P}{g}$ et ne représenter rien autre chose.

Souvent on considère la masse comme étant une grandeur d'espèce particulière et on la mesure avec une unité convenue.

Deux corps éprouvant des effets inégaux d'une même force peuvent être comparés au point de vue de la résistance qu'ils opposent à son action comme ils le sont au point de vue de toutes leurs autres propriétés. Ils sont dits avoir des masses égales ou inégales quand une même force agit également ou inégalement sur eux.

On définit donc *masses égales celles qui sous l'influence de forces égales reçoivent des accélérations égales.* De cette définition de l'égalité on passe à la notion d'un rapport quelconque : deux masses sont dans le rapport de m à m' quand elles peuvent se décomposer, la première en m, la deuxième en m' masses égales.

Cela posé, considérons deux masses m et m' sollicitées la première par son poids P, la deuxième par un poids quelconque P', et recevant des accélérations g et g'. L'unité de masse sera soumise dans les deux cas à des forces $\frac{P}{m}$ et $\frac{P'}{m'}$, et recevra des accélérations g et g'. On aura donc, d'après le principe de la proportionnalité,

$$\frac{P}{m} : \frac{P'}{m'} :: g : g'$$

ou

$$\frac{P}{P'} = \frac{mg}{m'g'}.$$

Soient P' égal à 1 kilogramme, g' à 1 mètre, et convenons de prendre m' pour unité de masse, nous aurons

$$P = mg, \quad m = \frac{P}{g},$$

ce qui veut dire que la masse s'exprime en unités de masse

par le même nombre que le rapport de P à g, ou plus simplement que la mesure de la masse est égale à $\frac{P}{g}$, comme on dit que la mesure d'un rectangle est égale au produit de sa base par sa hauteur.

Quant à l'unité choisie pour mesurer les masses, c'est la masse qui, sollicitée par 1 kilogramme, prend une accélération égale à 1 mètre. Or 1 décimètre cube d'eau à 4 degrés pèse 1 kilogramme et prend en tombant une accélération de $9^{m},8$. Par conséquent $9^{dc},8$ d'eau, sous l'influence d'une force égale à 1 kilogramme, prendraient une accélération de 1 mètre. Donc l'unité de masse est celle de $9^{dc},8$ d'eau à 4 degrés qui pèsent $9^{kg},8$.

Quelques auteurs ont défini la masse « la quantité de matière que contient un corps ». Cette idée vient de la signification qu'on donne au mot *masse* dans le langage ordinaire : mais elle est aussi vague qu'illusoire; car la matière n'est pas une chose qui nous soit connue et qu'on puisse mesurer. On pourrait à la rigueur comparer du cuivre à du cuivre ou du plomb à du plomb; mais il n'existe aucune relation entre la matière de l'un et de l'autre de ces métaux, le cuivre et le plomb. Ceux qui veulent garder cette idée de la masse sont donc obligés, avant tout, de définir ce qu'ils appellent *quantités de matière égales* ou *masses égales*, et ils arrivent à dire : « Ce sont celles qui ont le même poids »; mais alors ce sont des masses qui, sollicitées par deux poids égaux, prennent des accélérations égales, et il vaut mieux commencer par cette définition des masses égales, sans la faire précéder d'une conception vague de la quantité de matière.

LOIS GÉNÉRALES DU MOUVEMENT UNIFORMÉMENT VARIÉ. — Les deux principes généraux que nous venons d'énoncer suffisent pour résoudre beaucoup de problèmes de la Mécanique : pour bien le montrer, faisons voir comment nous pourrons en déduire les lois du mouvement produit par une force constante; ce sera faire la synthèse des phénomènes que nous avons analysés par l'expérience.

Soit P le poids d'un corps; supposons qu'il ait reçu à l'avance une vitesse constante a dirigée verticalement de haut en bas

ou de bas en haut, et qu'il soit soumis à l'action d'une force constante quelconque F agissant de haut en bas.

Puisque l'action de la force est indépendante du mouvement antérieurement acquis par le mobile, elle lui communiquera une vitesse Gt qui s'ajoutera à la vitesse a si elle agit dans le même sens ou s'en retranchera si elle est de direction opposée. On aura donc

$$v = a + Gt \quad \text{ou} \quad v = a - Gt,$$

et généralement

$$v = a \pm Gt.$$

Puisque la vitesse est, par définition, la dérivée de la fonction qui exprime les espaces parcourus, on aura l'expression de l'espace en repassant de la dérivée à la fonction qui l'a produite, et cela donne

$$e = at \pm \frac{Gt^2}{2} + C.$$

C est une constante qui exprime la distance parcourue à l'origine du temps. Nous pouvons la supposer nulle :

$$v = at \pm \frac{Gt^2}{2}.$$

Il faut de plus connaître la valeur de G; nous y parviendrons par le deuxième principe qui nous apprend que les accélérations sont proportionnelles aux forces, et nous aurons

$$\frac{P}{F} = \frac{g}{G},$$

équation qui fera connaître G. On voit donc que les deux principes étant admis, la loi générale du mouvement uniformément accéléré en devient une conséquence. Si nous supposons que a soit nul, nous retrouvons les formules que l'expérience nous a données,

$$v = Gt, \quad e = \frac{Gt^2}{2}, \quad F = \left(\frac{P}{g}\right) G,$$

et si F est égal au poids du corps, G devient égal à g, et l'on a les lois de la chute libre :

$$v = gt, \quad e = \frac{gt^2}{2}.$$

Mais les formules générales s'appliquent à un cas que l'expérience n'a pas étudié, celui où le mobile aurait reçu une vitesse initiale constante a. Examinons ce qui arrive quand le corps est lancé de bas en haut et qu'il est soumis à l'action de la pesanteur :

$$v = a - gt, \quad e = at - \frac{gt^2}{2}.$$

La vitesse va en diminuant avec le temps, elle devient nulle quand $t = \frac{a}{g}$, et la hauteur à laquelle arrive le mobile se trouvera en remplaçant t par cette valeur dans l'équation de l'espace, ce qui donne

$$e = a\frac{a}{g} - \frac{g}{2}\frac{a^2}{g^2} = \frac{a^2}{2g}.$$

Une fois arrivé à cette hauteur, le mobile est ramené au repos, mais alors il est soumis à l'action de la pesanteur qui le fait redescendre, et il prend un mouvement inverse dont les formules sont

$$v = gt, \quad e = \frac{gt^2}{2},$$

et quand il est revenu sur le sol d'où il est parti primitivement, il a parcouru de nouveau la hauteur $\frac{a^2}{2g}$ à laquelle il s'était élevé; le temps qu'il a employé pour redescendre se trouvera en remplaçant e par $\frac{a^2}{2g}$ dans l'équation de l'espace, et sera

$$t = \frac{a}{g},$$

et la vitesse qu'il a acquise est

$$v = g \cdot \frac{a}{g} = a,$$

c'est-à-dire qu'il a mis pour descendre le même temps que pour monter, et qu'il a repris en retombant au point de départ une vitesse égale à celle qu'il avait en partant, mais de signe contraire.

On voit par cet exemple que non-seulement les principes

admis reproduisent nos expériences, mais qu'on en peut déduire des conséquences nouvelles, et s'en servir pour résoudre des problèmes particuliers : une fois la théorie faite, il n'y a plus qu'à l'appliquer. C'est ce que nous allons encore faire pour deux exemples.

CHUTE SUR UN PLAN INCLINÉ. — Le mobile ayant un poids p et l'inclinaison du plan étant α, la composante parallèle à la direction du mouvement, c'est-à-dire la force qui le produit, est $p\sin\alpha$. L'accélération G sera donnée d'après le deuxième principe par la formule

$$\frac{G}{g} = \frac{p\sin\alpha}{p}, \quad \text{ou} \quad G = g\sin\alpha,$$

et les équations du mouvement sont

$$v = gt\sin\alpha, \quad e = \frac{g\sin\alpha}{2}t^2.$$

Quand le mobile partant du point A sera arrivé au point B (*fig.* 24), il aura parcouru l'espace $AB = \frac{h}{\sin\alpha}$, en désignant par h la hauteur du plan. Si on remplace e par cette valeur et qu'on résolve la deuxième équation par rapport à t, on aura le temps de la chute, et la première équation donnera ensuite la vitesse acquise. On trouve

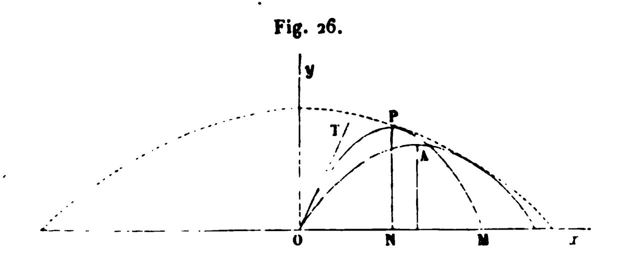
$$t = \sqrt{\frac{2h}{g\sin^2\alpha}}, \quad v = \sqrt{2gh}.$$

Ceci nous montre que si h est constant, le temps de la chute augmente quand α diminue, mais que la vitesse acquise par le mobile tombant de la hauteur h est indépendante de la direction du plan incliné, et qu'elle est la même que s'il tombait suivant la verticale.

MOUVEMENT DES PROJECTILES DANS LE VIDE. — Supposons un projectile lancé obliquement dans la direction OT (*fig.* 26), avec une vitesse initiale égale à a. En vertu du premier principe, il sera soumis à deux causes de mouvement qui agiront indépendamment l'une de l'autre : la première est la vitesse a,

la deuxième est l'action de la pesanteur. Cette vitesse a peut se décomposer en deux autres, l'une $a\cos\alpha$ qui est horizontale,

Fig. 26.



l'autre $a\sin\alpha$ qui est verticale. Quant à la pesanteur, elle agit de haut en bas en sens inverse de $a\sin\alpha$, et la vitesse gt qui en résulte se retranche de $a\sin\alpha$. On a donc, pour exprimer les vitesses horizontale et verticale du mobile,

$$v_1 = a\cos\alpha, \quad v_2 = a\sin\alpha - gt.$$

Par conséquent les espaces parcourus se trouveront en repassant de l'expression des vitesses, qui sont des dérivées, aux fonctions dont elles dérivent, ce qui donne

$$x = at\cos\alpha, \quad y = at\sin\alpha - \frac{gt^2}{2},$$

et si l'on élimine t entre ces deux expressions, on aura l'équation de la trajectoire suivie par le mobile

$$y = x\tan g\alpha - \frac{g}{2a^2\cos^2\alpha}x^2.$$

En remplaçant a^2 par $2gh$, h étant la hauteur à laquelle arriverait le mobile lancé verticalement avec la vitesse a, on obtient

$$y = x\tan g\alpha - \frac{x^2}{4h\cos^2\alpha}.$$

Les projectiles lancés obliquement dans le vide décrivent donc une portion de parabole, dont l'axe est vertical, et le chemin qu'ils parcourent se compose de deux parties, l'une ascendante, l'autre descendante, symétriques par rapport à cet axe.

Faisant $y = 0$, on trouve pour x deux valeurs x' et x'',

$$x' = 0, \quad x'' = 2h \sin 2\alpha;$$

x'' représente la distance horizontale OM parcourue par le mobile, elle se nomme *l'amplitude du jet*. On voit qu'elle croît d'abord avec α, qu'elle devient maximum pour $\alpha = 45°$, et qu'ensuite elle diminue; elle est, en outre, proportionnelle à h ou au carré de la vitesse initiale a.

Quand $\alpha = 45° \pm \mu$, l'amplitude est

$$2h \sin(90° \pm 2\mu) = 2h \cos 2\mu.$$

Elle prend donc des valeurs égales quand l'inclinaison du jet croît ou décroît d'une même quantité à partir de 45 degrés.

La hauteur maximum à laquelle le mobile arrive correspondra au point N, milieu de OM; faisons donc $x = h \sin 2\alpha$, et cherchons la valeur correspondante de y, nous trouverons

$$y = h \sin^2\alpha.$$

Cette hauteur maximum croît avec α et devient égale à h pour $\alpha = 90°$. On retombe dans le cas du mobile lancé verticalement de bas en haut.

La vitesse est égale en des points également élevés sur les deux arcs de la courbe. En effet, les vitesses composantes étant v_1 et v_2, on aura pour la vitesse totale V

$$V^2 = v_1^2 + v_2^2 = a^2 - 2g\left(at \sin\alpha - \frac{gt^2}{2}\right) = a^2 - 2gy,$$

et l'on voit que les vitesses sont égales pour la même valeur de y; elles sont symétriques par rapport à l'ordonnée moyenne PN.

Dès lors il est évident que le temps employé par le mobile pour monter est égal à celui qu'il met pour descendre.

On peut se proposer de trouver la valeur qu'il faut prendre pour α, c'est-à-dire la direction qu'il faut donner au jet pour atteindre un point déterminé : il faut alors que les coordonnées x', y' de ce point satisfassent à l'équation de la parabole, ou que

$$y' - x' \operatorname{tang}\alpha + \frac{x'^2}{4h}(1 + \operatorname{tang}^2\alpha) = 0,$$

donc

$$\operatorname{tang} x = \frac{2h \pm \sqrt{4h^2 - x'^2 - 4hy'}}{x'}.$$

On aura deux solutions correspondantes aux deux signes, il y aura donc deux paraboles satisfaisant à la question.

Si le radical est nul, les deux solutions se confondront en une seule.

Si la quantité comprise sous le radical est positive, le problème sera possible; si elle est négative, il ne le sera pas. En posant qu'elle est égale à zéro, on trouve l'équation de la courbe qui sépare les points que l'on peut ou qu'on ne peut pas atteindre. C'est une parabole que l'on nomme parabole de *sûreté*. Son équation est

$$x^2 + 4hy - 4h^2 = 0 \quad \text{ou} \quad x^2 = 4h(h - y).$$

Son axe est confondu avec l'axe des y, sa concavité est tournée vers l'axe des x; son sommet est à une hauteur h et son paramètre est $4h$; d'où il suit qu'elle a le point O pour foyer. On voit que la limite des points que l'on peut toucher s'éloigne avec h, c'est-à-dire avec la vitesse d'impulsion.

Résumons avant de quitter ce sujet la série d'expériences et de raisonnements qui sont la matière de cette Leçon et de la précédente,

Nous avons pris des forces constantes, c'est-à-dire des forces qui exigent pour être équilibrées une résistance invariable, et nous avons étudié par l'expérience les lois des mouvements qu'elles impriment à un mobile quand elles sont appliquées à son centre de gravité. Ces lois ont été trouvées; elles sont au nombre de trois, et se résument par les équations suivantes :

1° $$e = \frac{G}{2} t^2;$$

2° $$v = Gt;$$

3° $$\frac{P}{F} = \frac{g}{G}.$$

Elles déterminent complétement le mouvement produit quand on connaît F, le poids P du mobile et l'accélération g qu'il produit sur le corps quand il le fait tomber.

Nous avons fait ensuite des remarques sur ces lois. En étudiant les deux premières, nous avons vu que l'action de la force sur le mobile, quand il a déjà une vitesse acquise, est la même que quand il est d'abord à l'état de repos ; cette remarque a été corroborée ensuite par l'observation de phénomènes plus généraux, et nous avons admis le principe de l'indépendance des effets des forces et des vitesses acquises.

La troisième loi montrait que les forces sont proportionnelles aux accélérations qu'elles impriment à un même corps, ou, en d'autres termes, que deux forces agissant ensemble et dans la même direction produisent un effet égal à la somme des effets individuels qu'elles déterminent quand elles agissent séparément; nous avons généralisé cette remarque et nous en avons conclu un deuxième principe, celui de l'indépendance des effets produits par des forces agissant simultanément.

Acceptant ensuite ces principes, non pour les avoir démontrés, mais pour les avoir rendus probables, nous avons fait voir qu'ils suffisent pour que l'on puisse traiter mathématiquement divers problèmes sur les effets des forces ; et, par ces exemples, nous avons montré comment la Mécanique procède une fois que les principes dont elle avait besoin ont été découverts et qu'elle les a admis. Elle a besoin d'en accepter un troisième, celui de l'action et de la réaction, dont nous allons nous occuper.

CINQUIÈME LEÇON.

ACTION ET RÉACTION.

Loi de l'égalité de l'action et de la réaction. — Choc des corps. — Force d'inertie. — Force centrifuge.

Supposons deux corps occupant chacun une position déterminée, et imaginons qu'il y ait entre eux un ressort tendu et appuyant sur leurs centres de gravité, il exercera sur tous les deux des pressions égales dans des sens opposés. Si l'un d'eux devient libre, il se mettra en mouvement sous l'action de la force qui lui est appliquée ; si c'est l'autre, il se mouvra en sens inverse sous l'influence d'une force égale ; s'il arrive que tous les deux soient libres à la fois, tous deux obéiront en même temps à ces deux forces égales et opposées ; enfin si le ressort les tire au lieu de les pousser, il n'y aura rien de changé que le sens des effets produits. De ces deux forces, l'une est l'action, l'autre est la réaction. Nous allons montrer qu'elles se trouvent dans un grand nombre de phénomènes que nous prendrons comme exemples, et que les organes mécaniques qui transmettent le mouvement fonctionnent comme des ressorts.

Plaçons verticalement sur une table un cylindre creux plein d'air et enfonçons un piston dans l'intérieur, l'air se comprimera et exercera deux pressions égales et opposées, l'une sur le piston de bas en haut, l'autre sur la base du cylindre de haut en bas ; si nous cessons de maintenir le piston, il se relèvera ; si nous enlevons la table qui soutenait le cylindre, il s'abaissera brusquement. Il y avait donc un ressort tendu, c'était l'air comprimé qui exerçait une action et une réaction sur les faces opposées du cylindre et du piston. Le même phénomène se produit dans les armes à feu : l'inflammation de la poudre développe rapidement une grande quantité de gaz dans l'in-

térieur du canon; le boulet est chassé d'un côté : c'est l'action; l'arme est repoussée de l'autre, elle recule : c'est la réaction.

Si nous considérons ce qui se passe dans le cylindre d'une machine à feu, nous retrouvons les mêmes faits, avec cette différence que la vapeur y a remplacé le gaz. Pendant qu'elle chasse le piston d'un côté, elle presse la base du cylindre de l'autre; si le piston était fixe et le cylindre mobile, c'est celui-ci qui se mouvrait.

Au lieu d'un gaz, nous pouvons enfermer dans le cylindre creux un liquide quelconque; le piston s'y enfonce encore quand on le pousse; le liquide s'y comprime, puis il exerce une action et une réaction sur la base du cylindre et le piston. La preuve que ce liquide est comprimé, c'est qu'en ouvrant subitement un robinet, on voit s'échapper un jet rapide, et toute action cesser sur le piston et le cylindre.

Prenons maintenant une table chargée de poids; les pieds de la table interposés entre le sol et les poids se raccourcissent d'une quantité que l'on peut mesurer; en ce moment, ils passent à l'état de tension, et leur élasticité, comme celle d'un ressort, produit deux forces égales et opposées, l'une appuyant sur le sol, l'action, l'autre soutenant le poids, la réaction.

La même chose a lieu si on soutient un poids à un crochet, par l'intermédiaire d'une corde ou d'un fil de métal; ce soutien s'allonge, ses molécules s'écartent, et alors une force attractive, qui se développe entre elles, agit aux deux extrémités, d'une part pour soutenir et équilibrer le poids, de l'autre pour peser sur le crochet, comme si le corps suspendu y était directement appliqué.

Nous pouvons encore citer les actions développées par les animaux. Qu'un homme soulève un fardeau placé sur le sol, il développe une force verticale appliquée de bas en haut contre le poids qu'il soulève, mais aussi une réaction égale et dirigée en sens opposé sur le sol qui lui sert d'appui. Nous savons tous que pour déplacer un obstacle pesant, ou vaincre des résistances, ou soutenir même le poids de notre corps, il faut, comme on le dit vulgairement, prendre un *point d'appui*, c'est-à-dire tendre nos muscles qui font ressort entre l'objet

que nous voulons faire mouvoir et un obstacle résistant contre lequel se fait la réaction et qui la détruit.

Dans tous ces phénomènes, on voit donc une action dans un sens sur un des corps, une réaction opposée sur l'autre, et on en reconnaît la cause en étudiant l'organe mécanique qui les lie; qu'il soit gazeux, liquide ou solide, c'est son élasticité qui est en jeu, et il constitue un véritable ressort, agissant à ses deux extrémités.

Mais il y a dans la Physique des forces qui paraissent s'exercer sans aucun intermédiaire, ou qui agissent sans qu'on le connaisse : telles sont les attractions et les répulsions magnétiques ou électriques. Néanmoins, bien qu'on ne voie alors aucun lien entre les corps attirés ou repoussés, on n'en constate pas moins l'existence des deux forces opposées. Par exemple, l'aimant attire le fer, mais le fer attire aussi l'aimant; si l'un d'eux est fixe, l'autre se met en mouvement; quand tous les deux sont libres, tous les deux se déplacent, et font, avant de se rencontrer, une partie du chemin qui les sépare. De plus, les deux forces opposées sont égales, car si on fixe les deux corps sur un liége flottant, ils forment un système qui ne se déplace pas de lui-même, ce qui arriverait infailliblement si l'une des deux attractions n'était pas égale à l'autre.

Puisque dans tous les cas où les expériences directes sont possibles, l'existence des deux forces d'action et de réaction se constate, soit qu'il y ait un lien matériel qui les explique, soit qu'il n'y en ait pas de connu, on est conduit à penser qu'il en est encore de même quand il s'agit d'actions qu'on ne peut étudier par l'expérience. On admet par extension que si le soleil attire la terre, la terre attire aussi le soleil, et que quand un corps tombe sur la terre, celle-ci de son côté tombe vers le corps; on généralise, on étend à tous les cas possibles ce que l'on reconnaît vrai dans tous les cas particuliers que l'on étudie, et on énonce le principe suivant :

Quand un point matériel A *est sollicité par une force émanant d'un autre point matériel* B, *ce dernier est également soumis à l'action d'une force égale et contraire à la première.*

La loi admise va nous conduire immédiatement à des conséquences importantes. Prenons deux corps sphériques A et B (*fig.* 27), dont nous supposerons les masses m et m'. Suppo-

sons qu'ils soient tous les deux libres et sollicités par deux forces constantes, égales et opposées, appliquées à leur centre et dirigées l'une suivant AB, l'autre suivant BA; tous deux vont prendre un mouvement uniformément accéléré, et les accélérations seront

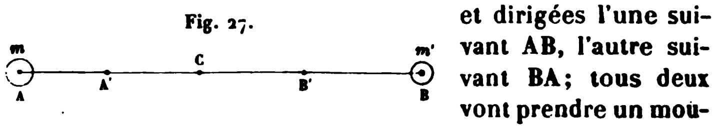


Fig. 27.

$$G = \frac{F}{m}, \quad G' = \frac{F}{m'},$$

c'est-à-dire que *les vitesses Gt et G't, au bout de temps égaux, seront en raison inverse des masses.*

Ce résultat nous explique comment il se fait que le boulet sort du canon avec une vitesse très-grande, pendant que la pièce en a pris une autre beaucoup moindre : c'est qu'elle a une masse bien plus considérable. Cela nous montre aussi comment la terre, dont la masse est infinie, comparée à celle des corps qui sont mis en mouvement à sa surface, ne se déplace pas par l'effet des réactions qu'elle subit.

Des équations précédentes on tire $mv = m'v'$; c'est ce que l'on exprime en disant que *les quantités de mouvement sont égales pour les deux corps.*

Soit C (*fig.* 27) le centre de gravité du système des deux masses A et B à l'origine du mouvement; après un temps t, elles sont venues se placer l'une en A', l'autre en B', et l'on peut voir que le centre de gravité est resté immobile : en effet, on a

$$\frac{AC}{CB} = \frac{m'}{m}.$$

Les équations du mouvement donnent

$$AA' = \frac{G}{2} t^2 = \frac{F}{2m} t^2,$$

$$BB' = \frac{G'}{2} t^2 = \frac{F}{2m'} t^2;$$

donc

$$\frac{AA'}{BB'} = \frac{m'}{m},$$

par conséquent

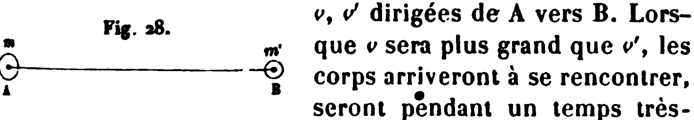
$$\frac{AC}{CB} = \frac{AA'}{BB'} = \frac{A'C}{B'C} = \frac{m'}{m};$$

donc *le point* C *est en un moment quelconque le centre de gravité des deux corps, et il reste immobile.*

Il résulte de là que si une pièce de canon et le boulet qu'elle lance étaient libres de toute résistance, leur centre de gravité commun resterait indéfiniment le même. Cette conséquence se généralise : ainsi l'on démontre en Mécanique qu'une bombe dont le centre de gravité décrit une parabole dans le vide, éclatant pendant sa course, se divise en divers fragments, dont le centre de gravité commun continue à décrire la parabole.

CHOC DES CORPS. — Faisons maintenant l'application du principe au cas du choc des corps. Je supposerai deux masses homogènes, m, m' (*fig.* 28), ayant reçu des vitesses constantes v, v' dirigées de A vers B. Lorsque v sera plus grand que v', les corps arriveront à se rencontrer, seront pendant un temps très-court pressés l'un contre l'autre, et une force réciproque F, qui dépend de leur élasticité, agira entre eux pour augmenter la vitesse de B d'une quantité x' et diminuer celle de A d'une quantité x. Si les masses ne sont pas élastiques, elles resteront déformées, ne se sépareront pas et continueront à marcher avec une vitesse constante commune, $v' + x'$ pour la première, et $v - x$ pour la seconde, et l'on aura

Fig. 28.



$$v - x = v' + x'.$$

Puisque x et x' sont les vitesses résultant d'une même force appliquée pendant le même temps à des masses différentes, on a la relation

$$\frac{x}{x'} = \frac{m'}{m}.$$

Ces deux équations suffisent pour trouver x et x', et l'on a

$$x = \frac{m'(v - v')}{m + m'}, \quad x' = \frac{m(v - v')}{m + m'},$$

d'où l'on tire pour la vitesse commune aux deux masses,

$$v - x = v' + x' = \frac{mv + m'v'}{m + m'}.$$

On passera du cas où les vitesses sont de même sens à celui où elles sont de direction opposée, en changeant le signe de v', ce qui donne l'expression générale

$$v - x = x' \pm v' = \frac{mv \pm m'v'}{m + m'}.$$

Nous avons supposé les corps A et B dépourvus de toute élasticité; s'ils sont au contraire parfaitement élastiques, ils se comprimeront au moment du choc, mais reprendront aussitôt après leur forme primitive. La masse m aura d'abord perdu une vitesse x, puis recevra par la réaction élastique une autre vitesse égale à x en sens inverse; elle aura donc une vitesse $v - 2x$. La masse m' aura gagné une vitesse x' au moment du choc et une autre vitesse x' par la réaction élastique; ces deux corps auront donc des vitesses définitives $v - 2x$ et $v' + 2x'$, ce qui donne

$$v - 2x = v - 2\frac{m'(v - v')}{m + m'} = \frac{2m'v' + v(m - m')}{m + m'},$$

$$v' + 2x' = v' + 2\frac{m(v - v')}{m + m'} = \frac{2mv + v'(m' - m)}{m + m'},$$

formules dans lesquelles il faudra changer le signe de v' si les vitesses sont de sens contraire.

Admettons que $m = m'$,

$$v - 2x = v', \quad v' + 2x' = v;$$

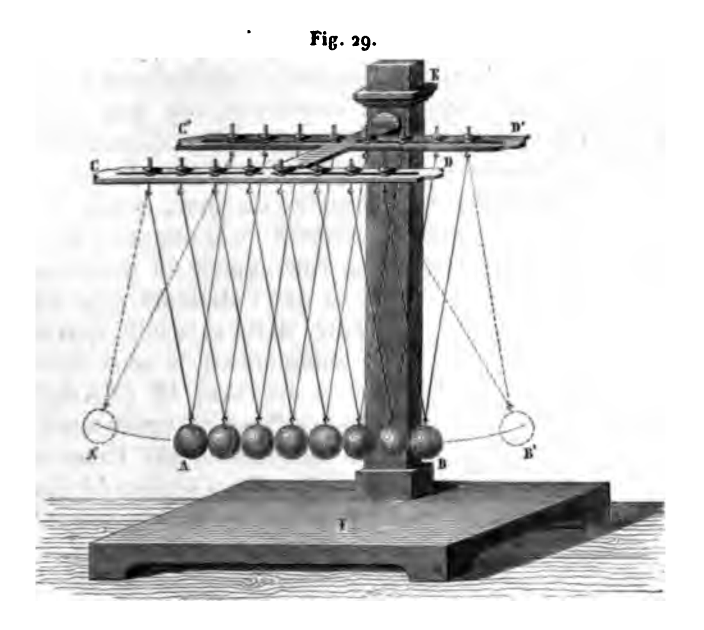
les deux corps ont échangé leurs vitesses; et si v' est égal à o c'est-à-dire si la sphère choquée est primitivement en repos,

$$v - 2x = 0, \quad v' + 2x' = v,$$

c'est-à-dire que la bille choquante reste en repos et qu'elle communique toute sa vitesse à la bille choquée. Ce remarquable résultat se vérifie aisément par l'expérience. On suspend à un support commun (*fig.* 29) plusieurs billes d'ivoire égales, en contact, et dont les centres se trouvent sur une

ligne droite. On écarte la première d'un angle quelconque, et on l'abandonne à l'action de la pesanteur; elle décrit un arc de

Fig. 29.



cercle comme un pendule et vient choquer la sphère suivante avec une vitesse $v = \sqrt{2gh}$. Après le choc, elle est en repos, mais elle donne toute sa vitesse à la deuxième bille, qui la transmet de même à la troisième, et l'action se continuant dans toute la série des sphères d'ivoire jusqu'à la dernière B, celle-ci acquiert la vitesse qu'avait A, et on la voit se soulever jusqu'en B'; ensuite elle retombe avec la même vitesse que celle qu'elle avait reçue, elle la communique inversement de B en A, et l'on a ainsi un pendule formé de parties intermédiaires immobiles et de deux billes extrêmes qui seules se soulèvent et s'abaissent alternativement. On vérifie par là avec la plus grande évidence le fait de la transmission des vitesses d'une bille à la suivante.

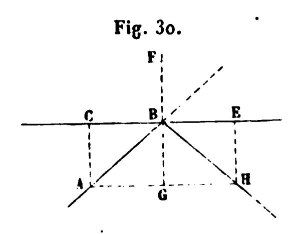
Lorsque $m' = \infty$ et $v' = 0$,

$$v - 2x = -v,$$

ce qui veut dire que, quand une bille frappera un obstacle de

masse infinie, elle prendra après le choc une vitesse égale et opposée à celle qu'elle avait d'abord. Par conséquent, quand on laissera tomber une sphère d'ivoire sur un plan de marbre, elle devra rebondir et remonter jusqu'au point d'où elle est tombée, pour recommencer ensuite et indéfiniment le même mouvement. On sait que ces oscillations ont lieu en effet, mais que leur amplitude diminue rapidement, ce qu'il faut attribuer à trois causes : 1° à ce que la résistance du plan n'est pas infinie, parce que, vu la rapidité du choc, la force ne se transmet qu'à une portion seulement de la masse et non à sa totalité; 2° à la résistance que l'air oppose au mouvement; 3° à ce que l'élasticité n'est jamais parfaite. Enfin si la bille vient frapper obliquement le plan résistant dans la direction AB (*fig.* 30), sa vitesse se décompose en deux autres, l'une tangentielle BE, l'autre normale BF; celle-ci seulement change de signe après le choc et devient BG, d'où résulte une vitesse unique BH par la composition de BE et dé BG; et il est évident que le mouvement incident se réfléchit avec un angle de réflexion égal à celui d'incidence. Tout le monde sait que l'expérience vérifie cette conclusion.

Fig. 30.

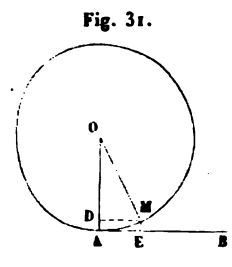


La discussion que nous venons de faire résume les cas les plus simples du choc, c'est-à-dire ceux où l'on suppose des billes sphériques animées d'un mouvement de translation, mais ne tournant pas sur elles-mêmes. Il ne faut pas croire que les formules précédentes suffisent pour expliquer les effets que l'on produit sur un billard : là, en effet, les billes tournent sur elles-mêmes, et suivant que le joueur les frappe en haut ou en bas, à droite ou à gauche, il imprime, outre une vitesse de translation, un mouvement de rotation très-complexe que le frottement sur le tapis ou le choc sur les bandes transforme à chaque instant. Cette complication fait de la théorie du jeu de billard une des questions les plus difficiles que l'analyse puisse aborder.

MOUVEMENT CURVILIGNE. — Je suppose un mobile A (*fig.* 31) de masse m, pouvant décrire un cercle autour du point O au-

quel il est lié par un fil : j'admets qu'il ait reçu à l'origine une vitesse constante dirigée suivant AB. Au bout d'un temps infiniment petit t, il est arrivé en M, il a décrit un arc que l'on peut confondre avec sa corde, et puisqu'il n'a pas suivi la direction AB, c'est qu'il a été sollicité par une force qui lui aurait fait parcourir l'espace AD pendant que la vitesse initiale lui aurait fait franchir AE. Or cette force pouvant être regardée comme constante en grandeur et en direction pendant le temps infiniment petit t, on a

Fig. 31.



$$AD = \frac{1}{2} f t^2,$$

en désignant par f l'accélération; d'autre part on a

$$AM = vt,$$

et enfin la relation

$$AM^2 = 2R \times AD,$$

dans laquelle on peut remplacer AM et AD par leurs valeurs, ce qui donne

$$f = \frac{v^2}{R}.$$

f est exprimé en mètres; c'est l'accélération due à la force qui a sollicité le corps. Pour avoir la mesure de cette force en kilogrammes, il faut multiplier l'accélération par la masse, et l'on a

$$F = \frac{mv^2}{R};$$

d'où il résulte que, pendant la durée du mouvement, le fil tirera le mobile vers le centre avec une force $\frac{mv^2}{R}$: c'est la *force centripète;* et que ce mobile exercera par le fil une réaction égale et opposée sur le centre : c'est la *force centrifuge.* Et pour maintenir le mobile sur le cercle, il faut qu'elle soit toujours détruite par la résistance du centre; ou, si le corps, au lieu d'être retenu par un fil, glisse sur un anneau solide, il exercera sur lui

à chaque moment une pression égale à $\frac{mv^2}{R}$, qui est la force centrifuge, et l'anneau opposera une résistance égale et de sens contraire.

On peut obtenir une autre expression de cette force en remarquant que la circonférence tout entière $2\pi R$ est parcourue avec une vitesse v en un temps T, ce qui donne

$$2\pi R = vT,$$

et en remplaçant v par sa valeur $\frac{2\pi R}{T}$, on trouve

$$f = \frac{4\pi^2 R}{T^2}.$$

On démontre l'existence de cette force au moyen d'expériences très-simples. Un petit seau, soutenu à un fil par son anse, peut être rempli d'eau; si on le fait rapidement tourner dans un plan vertical, il ne laissera tomber aucune portion de liquide, car celui-ci pressera contre le fond du vase avec une force normale au cercle parcouru et supérieure à son poids. Il existe aussi des appareils qui peuvent mesurer cette force : un axe métallique vertical EF (*fig.* 32) établi sur une table peut recevoir un mouvement de rotation au moyen d'une manivelle M, qui s'engrène avec lui. Sur l'axe est placé un rectangle TABU, dont les trois côtés AT, AB et BU sont solidaires, pendant que le quatrième TU est composé d'une tige cylindrique de laiton que l'on enlève à volonté. On peut enfiler cette tige dans une sphère percée S, dont le poids est P, placer entre elle et l'arrêt N un dynamomètre R avec un index, et faire tourner le tout rapidement. Au premier moment, la sphère décrit une spirale; mais bientôt elle comprime le ressort, jusqu'à un degré fixe; alors elle décrit un cercle et exerce sur le dynamomètre une pression qui mesure la force centrifuge. A la fin de l'expérience, l'index fait connaître cette pression F, et l'on a

$$\frac{mv^2}{R} = F = \frac{P}{g}\frac{v^2}{R}.$$

On peut comparer le résultat de l'expérience à la loi théorique. On voit que la force centrifuge F est proportionnelle au

poids P du corps qui tourne : c'est ce qui donne lieu à une expérience curieuse. On remplace, dans l'appareil précédent,

Fig. 32.



la tige TU par un tube de verre fermé contenant de l'air, de l'eau, des morceaux de liége et de la grenaille de plomb. Il est clair que l'on doit voir pendant la rotation de l'appareil l'air rester au centre, l'eau se réunir en deux colonnes aux extrémités du tube, puis le liége se placer à la surface de l'eau, et enfin le plomb s'éloigner jusqu'aux deux bouts.

SIXIÈME LEÇON.

DU PENDULE.

Loi de l'isochronisme et loi des longueurs déduites de l'observation. — Pendule simple. — Formule. — Pendule composé. — Les lois des oscillations du pendule composé sont identiques aux lois des oscillations d'un pendule simple dont le calcul détermine la longueur. — Détermination au moyen du pendule de l'accélération produite par la pesanteur. — Méthode des coïncidences. — L'accélération est indépendante de la nature du corps. — Emploi du pendule pour la mesure du temps. — Les formules du mouvement oscillatoire s'appliquent à la comparaison des forces de toute nature que l'on peut considérer comme constantes et parallèles dans toutes les positions du corps oscillant.

Si l'on veut calculer l'accélération qu'une force déterminée imprime à un corps, il faut connaître sa masse, c'est-à-dire le rapport de son poids à g. De là la nécessité de mesurer cette dernière constante g; et comme les mouvements que nous avons étudiés jusqu'ici n'en peuvent donner qu'une mesure grossière, on a dû s'adresser à d'autres phénomènes pour en déterminer la valeur avec plus d'approximation. Nous allons les faire connaître.

Concevons une sphère pesante B, soutenue à un obstacle fixe par un fil pouvant se mouvoir autour du point d'attache : cet appareil, qui se nomme *pendule* (*fig.* 33), se tient en équilibre dans la position verticale, et quand il est écarté jusqu'en C, il est soumis aux deux composantes P' et P'' de son poids, l'une qui tend le fil, l'autre tangente à la courbe, qui a pour valeur $P \sin A$, et qui ramène la sphère vers sa position d'équilibre B. Cette force varie à chaque instant avec la valeur de A; elle diminue quand le mobile se rapproche de B, et devient nulle quand il atteint ce point; elle n'est donc constante ni en grandeur ni en direction, et le mouvement qu'elle imprime se fait suivant des lois complexes qui ne sont pas celles du mou-

vement uniformément varié. Arrivé en B, le pendule possède une vitesse acquise, et continue sa marche sur l'arc BC'; mais le poids agissant toujours sur lui, se décompose comme précédemment en deux forces, dont l'une $P \sin A$, tangente à la courbe, détruit pendant la course ascendante les impulsions reçues pendant le mouvement descendant, et la sphère n'a plus aucune vitesse quand elle a parcouru l'espace $BC' = BC$. Ensuite elle recommence à descendre pour remonter jusqu'en C, puis elle revient en C', etc.; elle a donc un mouvement oscillatoire qui ne devrait jamais s'arrêter. Cependant, comme l'appareil ne pourra pas être réalisé sans qu'il y ait des frottements produits au point de suspension et des résistances opposées par l'air déplacé, on verra les amplitudes diminuer progressivement, et le pendule revenir bientôt à son équilibre.

ISOCHRONISME DES PETITES OSCILLATIONS. — Il est facile d'observer la durée moyenne d'une oscillation. On se sert à cet effet d'un compteur qui marque le quart de seconde, et dont l'aiguille se met en mouvement ou au repos quand on pousse un bouton dans un sens ou dans l'autre. On écarte le pendule d'un angle A, et au moment où il part, on met le chronomètre en marche. On compte ensuite 100 oscillations, et à la fin de la dernière on arrête les aiguilles. Cela donne le temps de 100 oscillations, dont les amplitudes ont progressivement diminué depuis A jusqu'à A', et en divisant ce temps par 100, on a sensiblement la durée d'une seule oscillation, dont l'écart moyen serait $\frac{A + A'}{2}$. Sans arrêter le pendule, on mesure ensuite la durée des 100 oscillations suivantes qui sont comprises entre des écarts plus petits, A' et A'', et l'on continue de la même manière jusqu'au moment où, les amplitudes étant devenues insensibles, les oscillations cessent de pouvoir être observées. En comparant ensuite les temps successifs que l'on a mesurés, on reconnaît qu'ils diminuent avec les amplitudes tant qu'elles sont grandes, mais qu'ils atteignent une limite constante quand elles deviennent petites et ne dépassent pas 2 ou 3 degrés. A partir de là, les temps ne varient plus avec l'angle d'écart, et l'on peut dire que les petites oscillations sont isochrones. Ce fait expérimental a une grande importance.

PENDULES DE NATURE DIVERSE. — Ayant ainsi démontré l'isochronisme des petites oscillations, il faut comparer leur durée quand on change la nature de la sphère oscillante ; il suffit pour cela de suspendre à un même support, et à des distances égales, les centres de sphères égales formées de différents corps choisis parmi ceux dont les poids, sous le même volume diffèrent le plus. La première, par exemple, sera un globe de verre plein d'eau, la deuxième sera en fer, la troisième en platine. On écartera ces trois pendules, on les abandonnera au même instant, et l'on verra que les mouvements commencés ensemble resteront indéfiniment concordants : la durée d'une oscillation est donc indépendante de la nature du corps oscillant. On prouve de même qu'elle ne change pas quand les sphères sont de même substance et de poids différents.

LOI DES LONGUEURS. — Quand plusieurs pendules ont des longueurs différentes, leurs mouvements cessent d'être les mêmes. Voici comment on peut les comparer. On prend quatre balles égales, on les suspend à un même support par des fils dont les longueurs sont

$$1, \quad 4, \quad 9, \quad 16,$$

qui sont entre elles comme les carrés des nombres naturels. Puis quatre observateurs écartent chacun l'un des appareils, l'abandonnent à un signal donné et comptent ses oscillations jusqu'à un second signal; ils trouvent au bout d'un certain temps les nombres d'oscillations suivants

$$60, \quad 30, \quad 20, \quad 15,$$

ce qui donne, pour les rapports des durées d'un même nombre d'oscillations,

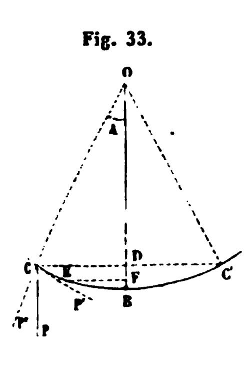
$$1, \quad 2, \quad 3, \quad 4;$$

par conséquent, le temps des oscillations est en raison directe de la racine carrée des longueurs.

PENDULE SIMPLE. — FORMULE APPROCHÉE. — Ces lois, les seules que l'expérience puisse nous apprendre, ne suffisent pas pour calculer la durée des oscillations; si l'on veut y parvenir, il

faut absolument traiter le problème théoriquement, en faisant usage des principes de la Mécanique. Voici d'abord une solution approchée de la question.

Fig. 33.



Je suppose le pendule réduit à un point matériel B, soutenu par un fil sans poids (*fig.* 33), il part du point C, arrive en E, et a acquis une vitesse égale à $\sqrt{2g\text{DF}}$. Admettons que l'angle d'écart soit assez petit pour que les arcs CB, que nous désignerons par a, et EB, que nous appellerons x, puissent se confondre avec leurs cordes. On aura

$$\text{BD} = \frac{\overline{\text{CB}}^2}{2\text{OB}} = \frac{a^2}{2l}, \quad \text{BF} = \frac{\overline{\text{EB}}^2}{2\text{OB}} = \frac{x^2}{2l},$$

et

$$\text{DF} = \text{BD} - \text{BF} = \frac{a^2 - x^2}{2l};$$

par conséquent, la vitesse au point E sera

$$v = \sqrt{\frac{g}{l}(a^2 - x^2)}.$$

Développons CBC′ (*fig.* 34) en une ligne droite, et imaginons un mobile oscillant sur elle avec les mêmes vitesses que le pendule sur l'arc qu'il décrit, le temps que mettra ce mobile pour aller de C en C′ sera celui d'une oscillation du pendule.

Fig. 34.

Pour trouver ce temps, décrivons la demi-circonférence CMC′ et supposons un second mobile la parcourant avec une vitesse constante $a\sqrt{\frac{g}{l}}$; le temps qu'il mettra à passer de C en C′ sera $\frac{\pi a}{a\sqrt{\frac{g}{l}}}$ ou $\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$.

Mais la vitesse horizontale de ce mobile sera toujours égale

à la vitesse du premier, comme il est facile de s'en convaincre, en projetant sur l'horizon la vitesse qui a lieu en M; cette projection ou composante horizontale est

$$a\sqrt{\frac{g}{l}}\sin \mathrm{EMB} = a\sqrt{\frac{g}{l}}\frac{\sqrt{\overline{\mathrm{MB}}^2-\overline{\mathrm{EB}}^2}}{\mathrm{MB}} = \sqrt{\frac{g}{l}(a^2-x^2)}.$$

Les deux mobiles, ayant toujours la même vitesse horizontale, resteront donc constamment sur la même verticale s'ils partent en même temps du point C, et ils arriveront ensemble en C' après un temps $t=\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Ce temps est donc celui d'une oscillation du pendule.

Ce résultat a été obtenu en supposant que les arcs décrits par le pendule sont assez petits pour se confondre avec leur corde: il s'applique donc exclusivement aux amplitudes très-petites, et il est justifié par les expériences que nous avons faites; car il montre : 1° que le temps des oscillations est indépendant de l'amplitude pourvu qu'elle soit très-petite; 2° qu'il reste constant, quels que soient la nature et le poids de la sphère oscillante, puisque ces quantités n'entrent pas dans la formule; 3° qu'il est proportionnel à la racine carrée des longueurs. La formule nous montre de plus que t est en raison inverse de la racine carrée de g, et par conséquent, si nous avons mesuré la longueur l du pendule et la durée t d'une oscillation, nous pourrons calculer g en résolvant l'équation par rapport à g,

$$g=\frac{\pi^2 l}{t^2}.$$

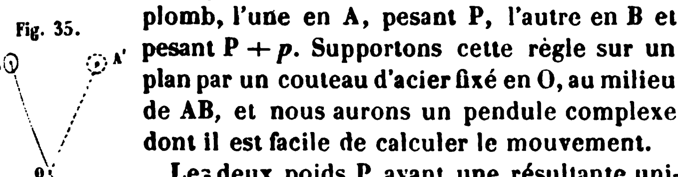
Mais, avant d'en venir là, essayons de montrer par l'expérience que le temps t est en raison inverse de la racine carrée de l'accélération.

Vérification de la formule. — A cet effet, nous allons chercher à constituer un pendule qui soit sollicité, non plus par son poids qui produit une accélération g, mais par une force différente qui donnerait une accélération g', et nous aurons à vérifier la relation

$$t'=\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}.$$

Fixons aux extrémités d'une règle de sapin (*fig.* 35), dont le poids soit assez petit pour être négligé, deux fortes masses de plomb, l'une en A, pesant P, l'autre en B et pesant P + p. Supportons cette règle sur un plan par un couteau d'acier fixé en O, au milieu de AB, et nous aurons un pendule complexe dont il est facile de calculer le mouvement.

Fig. 35.



Les deux poids P ayant une résultante unique qui passe par le centre O se détruisent, et le système n'est sollicité que par le poids p qui agit sur la masse inférieure B, mais qui est employé à imprimer le même mouvement à deux pendules égaux en longueur OA et OB formés par deux poids P et P + p. C'est comme si une force unique p était appliquée à un pendule unique de même longuenr, et de poids 2P + p. Par conséquent l'accélération sera diminuée comme dans la machine d'Atwood, dans le rapport de p à 2P + p, et l'on aura

$$g' = g\frac{p}{2P + p},$$

et pour la durée des oscillations

$$t' = \pi\sqrt{\frac{l}{g'}}.$$

Supposons P constant et égal à 1 kilogr., et donnons successivement à p les valeurs

$$\frac{2}{3}\text{ kilogr.},\quad \frac{2}{8}\text{ kilogr.},\quad \frac{2}{15}\text{ kilogr.};$$

g' sera

$$\frac{1}{4}g,\quad \frac{1}{9}g,\quad \frac{1}{16}g,$$

et le temps des oscillations devra être égal à

$$2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},\quad 3\pi\sqrt{\frac{l}{g}},\quad 4\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

c'est-à-dire que ces temps devront être 2, 3, 4 fois égaux à

celui d'un pendule simple de même longueur : les expériences réussissent très-facilement avec des appareils que chacun peut construire lui-même; elles démontrent donc que si l'accélération change, les temps varient en raison inverse de la racine carrée de cette accélération.

FORMULE GÉNÉRALE DU PENDULE SIMPLE. — Nous arrivons maintenant à l'application que nous avons annoncée, celle qu'on a faite du pendule à la mesure exacte de g. C'est là une opération d'une grande précision, et qui exige des soins fort minutieux. Il faut avant tout remarquer que la formule précédente n'est rigoureusement vraie que si les oscillations sont infiniment petites, et comme, pour les observer, il faut qu'elles soient étendues, il est nécessaire de chercher théoriquement une solution plus générale que celle qui vient d'être donnée. On commence alors par supposer le cas le plus simple possible, celui où le pendule serait formé par un point matériel soutenu par un fil sans poids; c'est ce qu'on nomme le *pendule simple*, et l'on obtient, par des calculs qui ne peuvent trouver place ici, la valeur suivante du temps d'une oscillation :

$$t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \frac{h}{2l} + \left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2 \left(\frac{h}{2l}\right)^2 + \ldots\right],$$

h représente la hauteur DB à laquelle s'élève le pendule dans chaque oscillation (*fig.* 33). On voit que le temps t s'exprime au moyen d'une série qui est d'autant plus convergente que h est plus petit, et qui se réduit à l'unité quand il est négligeable : dans ce cas, la formule générale reproduit celle que nous avons démontrée. Nous admettrons que, dans les expériences que nous allons faire, les amplitudes soient assez petites pour qu'on puisse négliger tous les termes de la série, à l'exception des deux premiers, et nous écrirons

$$t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left[1 + \frac{1}{4}\frac{h}{2l}\right].$$

Nous pouvons remarquer que

$$h = l - \text{OD} = l(1 - \cos \text{A}) = 2l \sin^2 \frac{\text{A}}{2},$$

et alors nous avons

$$t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \frac{1}{4}\sin^2\frac{A}{2}\right).$$

PENDULE COMPOSÉ. — Telle est la formule qui permettrait de calculer la durée des oscillations d'un pendule simple; mais il est évident d'une part qu'il ne peut être réalisé, et de l'autre qu'elle ne peut être appliquée à des corps oscillants constitués comme ceux que nous avons employés jusqu'ici. On les nomme *pendules composés*, composés en effet de points matériels distribués à des distances inégales du point de suspension, qui oscilleraient très-inégalement s'ils étaient libres, et qui, étant liés solidairement entre deux, prennent un mouvement commun complexe et dépendant de la forme du pendule. On est donc encore une fois obligé de recourir au calcul, et l'on démontre que tout corps oscille, quelle que soit sa forme, suivant les mêmes lois qu'un pendule simple d'une longueur déterminée. Il n'y a plus qu'une difficulté, c'est de trouver cette longueur.

Voici comment on peut démontrer ce théorème.

Fig. 36.

Soit un corps de forme quelconque pouvant tourner autour d'un axe AD qu'on appelle l'*axe de suspension* (*fig.* 36). Considérons dans le corps un point quelconque M de masse m et situé à la distance r de l'axe, soit ω la vitesse angulaire de rotation du système à l'instant considéré, la force vive du point M est $m\omega^2 r^2$. Si nous transportons le point M à l'unité de distance de l'axe, il faudra lui supposer la masse mr^2 pour que sa force vive ne soit pas changée. En répétant le même raisonnement pour tous les points tels que M, on pourra remplacer le corps tout entier par un seul point matériel placé à l'unité de distance et dont la masse serait Σmr^2. Cette expression Σmr^2 est appelée en Mécanique le *moment d'inertie* du corps considéré; désignons-le par Ω.

D'un autre côté, toutes les forces appliquées aux divers points du système se composent en une résultante unique F appliquée au point G qui, dans le cas de la pesanteur, est le

centre de gravité, et qui est à une distance d de l'axe AD. On peut la remplacer par Fd appliquée à l'unité de distance. De sorte que le pendule composé est remplacé par un pendule simple; sa longueur est égale à l'unité; le point matériel oscillant a pour masse Ω, et la force qui lui est appliquée est Fd. L'accélération du mouvement est alors $\frac{Fd}{\Omega}$, et, en appliquant la formule du pendule simple, on trouve pour la durée de l'oscillation

$$t = \pi\sqrt{\frac{1}{\frac{Fd}{\Omega}}}, \quad t = \pi\sqrt{\frac{\Omega}{Fd}}.$$

On voit que la durée des oscillations est la même que celle d'un pendule simple qui aurait une longueur l donnée par la relation

$$l = g\frac{\Omega}{Fd}.$$

On appelle *centre d'oscillation*, le point du pendule composé qui oscille comme le ferait le pendule simple équivalent, et l'on démontre en Mécanique que si le pendule composé était suspendu par ce centre d'oscillation, son point de suspension primitif deviendrait le centre d'oscillation dans cette nouvelle position : de là la construction de pendules *réversibles* qui ont deux couteaux, l'un en haut qui est fixe, l'autre en bas qui est mobile, et qu'on place par tâtonnement dans une position telle, que les durées d'oscillation soient invariables quand l'appareil est contenu par l'un ou par l'autre.

PENDULE DE BORDA. — Borda construit son appareil de manière à réaliser autant que possible le pendule simple. Il le compose d'une sphère dont le rayon est connu et égal à a. Pour la rendre très-lourde, il la fait en platine, et il la suspend par un fil très-fin, long de 1 mètre environ, dont le poids n'est qu'une fraction négligeable de celui de la sphère, et que l'on peut considérer comme nul. Tout se réduit donc à une sphère de rayon a, suspendue par un fil sans poids, et dont le centre est à une distance l du point de suspension; le calcul donne,

pour exprimer la longueur l_1 du pendule simple synchrone, la formule

$$l_1 = l + \frac{2a^2}{5l}.$$

On voit donc que pour ramener l'appareil de Borda au pendule simple, il suffit d'ajouter à sa longueur la quantité $\frac{2a^2}{5l}$ qui est fort petite, et qui ne dépasse pas 25 centièmes de millimètre quand a et l sont égaux à 25 millimètres et 1 mètre ; la correction qu'il faut faire est donc faible et facile à exécuter. En résumé, la durée des oscillations sera donnée par la formule

$$t = \pi \sqrt{\frac{l + \frac{2a^2}{5l}}{g}} \left(1 + \frac{1}{4}\sin^2\frac{A}{2}\right).$$

Quand on veut dans ces mesures atteindre la dernière limite de la précision, il faut encore tenir compte de la résistance opposée par l'air au mouvement du pendule. La Mécanique permet d'apprécier cette cause de variation que nous nous contentons d'indiquer.

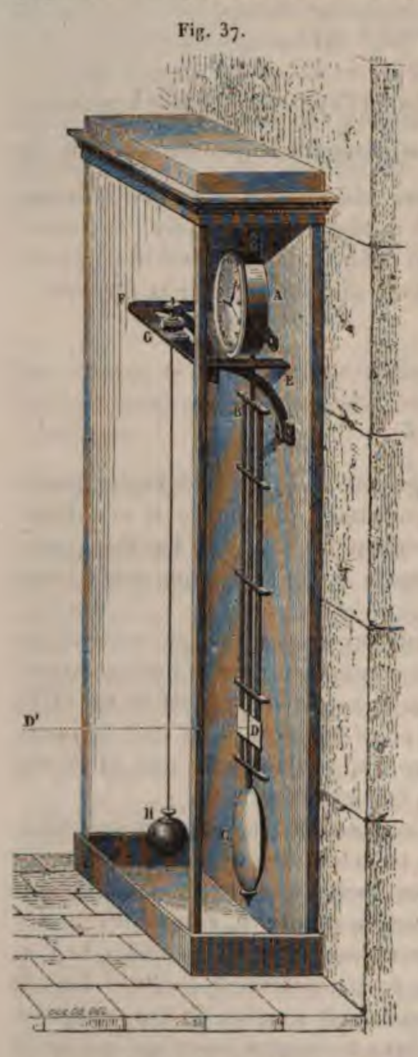
Borda installait son pendule sur un appareil que nous allons maintenant décrire et qui se compose : 1° d'une horloge astronomique bien réglée A (*fig.* 37); 2° d'un support de fer EGF; 3° du pendule GH, qui est placé en avant et en face de l'horloge; 4° d'une cage de verre qui enveloppe le tout et le met à l'abri des mouvements de l'air extérieur.

Il faut avant tout que le support du pendule soit invariable et ne reçoive ni l'effet des trépidations extérieures, ni celui de la réaction provenant des oscillations du pendule. On fait choix à cet effet d'un mur solide de pierre, construit loin des rues agitées, et l'on y scelle un arc de fer forgé EGF que l'on soutient par des jambes de force également scellées dans la pierre. Sur le milieu de l'arc se voit un plan d'acier trempé et poli G, sur lequel se place l'axe de suspension et qui est percé d'un trou pour laisser passer le fil suspenseur.

Pour soutenir le pendule, on emploie un couteau d'acier G dont l'arête pose sur le plan et auquel est attaché le fil. Ce cou-

couteau devant osciller lui-même et n'ayant pas un poids négligeable, on pourrait craindre qu'il n'altérât la durée des oscillations; mais cette cause d'erreur, toute petite qu'elle est, s'élimine par une précaution bien simple. On fixe au-dessous du couteau une tige qui abaisse son centre de gravité au-dessous de l'arête, et on le surmonte d'une vis sur laquelle un écrou monte ou descend, pour relever ou abaisser le centre de gravité. On commence par placer le couteau sur le support et le faire osciller seul, puis on fixe le petit écrou dans une position telle, que le temps d'une oscillation soit sensiblement le même que celui du pendule complet. On est sûr alors que le couteau n'altérera pas le mouvement du pendule quand il sera réuni avec lui, puisqu'il oscille isolément dans le même temps que lui. Quant à la sphère qui termine le pendule, elle était le plus souvent de platine; mais Borda, qui voulait reconnaître si la valeur de g est rigoureusement la même pour tous les corps, avait besoin de l'enlever aisément sans changer la longueur du pendule et de la remplacer par des sphères égales de substances différentes.

Fig. 37.



Il avait imaginé dans ce but de terminer le fil par une calotte mince, concave, où les sphères s'emboîtaient exactement et dans laquelle on les faisait adhérer en interposant une couche mince de suif.

Il y a maintenant plusieurs mesures préliminaires à faire : il faut trouver d'abord le rayon a de la sphère suspendue. On peut y parvenir au moyen d'un petit sphéromètre, en faisant poser les pieds sur un petit cercle de la sphère, et la pointe de la vis sur le pôle de ce cercle, ce qui permet de calculer le rayon de la sphère quand on connaît celui du cercle qui passe par les trois pieds. Cette méthode suffit; mais comme elle laisse à désirer, il vaut mieux mesurer le volume et par suite le rayon de la sphère par des procédés dont il sera parlé au Chapitre des densités. Ce rayon a étant connu, il faudra ensuite trouver la longueur l du pendule depuis le centre de la sphère jusqu'au point de suspension, mesure qui était difficile au temps de Borda, mais qui est devenue très-simple avec le cathétomètre : il suffit de viser avec cet instrument l'arête du couteau d'une part, le contour inférieur de la sphère ensuite, et cela donne la longueur cherchée l augmentée du rayon a.

Il ne faut pas se contenter de faire cette mesure une fois et de considérer le résultat comme invariable, car la longueur du pendule change avec la température; on est donc obligé d'observer cette température toutes les fois que l'on opère et de calculer les valeurs exactes qu'ont les quantités a et l au moment de l'observation : ce calcul se fait au moyen des formules dont nous parlerons à l'article de la *Dilatation*.

MÉTHODE DES COÏNCIDENCES. — Nous connaissons maintenant la relation générale qui lie l'accélération à la durée d'une oscillation ; nous avons mesuré les constantes a et l; l'appareil est décrit dans tous ses détails; il n'y a plus qu'à le faire marcher pour trouver le temps t. A cet effet, on ouvre la boîte pour donner l'impulsion au pendule; on la referme ensuite, et l'on observe les mouvements avec une lunette fixée en face de l'appareil dans la direction DD' à une distance de 8 à 10 mètres. On voit passer séparément, dans le champ de vision, le balancier sur lequel on a tracé d'avance un trait vertical D et le fil de suspension du pendule. Comme l'un des deux appareils, le

pendule par exemple, va toujours un peu plus vite que l'autre, il y a toujours un moment où tous les deux se voient superposés et marchant dans le même sens. Pour saisir ce moment avec toute la précision possible, on commence à observer attentivement avant que la superposition ait lieu exactement. On voit les deux lignes se rapprocher, se confondre et se séparer ; l'instant où elles se confondent est celui d'une *coïncidence*, on le lit sur le cadran de l'horloge et on le note comme temps initial. Après cela, le pendule reprend l'avance et arrive peu à peu à repasser dans la verticale en même temps que le balancier, mais avec une vitesse inverse, et à ce moment il a fait une oscillation de plus que l'horloge; puis la différence augmentant toujours, il se fait une nouvelle coïncidence dont on observe l'instant comme pour la première, et le pendule a fait deux oscillations de plus que l'horloge. Or l'horloge exécutant une oscillation par seconde, elle en fait autant entre deux coïncidences qu'il y a de secondes parcourues sur le cadran; si n représente le nombre de secondes écoulées, $n+2$ exprime le nombre des oscillations exécutées par le pendule, et le temps d'une seule oscillation est $t=\frac{n}{n+2}$; il serait égal à $\frac{n}{n-2}$ si le pendule marchait moins vite que l'horloge. En même temps que l'on suit ces mouvements, on en mesure les amplitudes sur un arc divisé qui est joint à l'appareil, et A_1 et A'_1 étant les valeurs initiale et finale de l'écart au moment des deux coïncidences, on prend pour A la moyenne de A_1 et de A'_1.

Telle est la méthode dite des *coïncidences;* il est clair qu'elle offre de nombreux avantages. Premièrement, elle observe un grand nombre d'oscillations pour obtenir la durée d'une seule, ce qui divise par ce nombre l'erreur commise dans la mesure du temps; secondement, elle permet, grâce au grossissement de la lunette et à la ténuité des lignes que l'on vise, d'obtenir sans grande erreur le moment même des coïncidences; troisièmement, et c'est là son principal avantage, elle dispense de compter les oscillations, puisque l'horloge marque les siennes et qu'on en déduit celles du pendule. C'est sans contredit une des meilleures méthodes que l'on possède.

VALEUR DE LA CONSTANTE g. — Puisque l'on a pu donner tant de précision à la mesure des diverses quantités qui entrent dans la formule, on en déduit la valeur de g avec plus d'approximation que par toute autre méthode. Mais cette valeur de g n'est pas celle que l'on trouverait si l'on faisait osciller le pendule dans le vide. On verra en effet dans la suite que les corps perdent dans l'air un poids égal à celui du gaz qu'ils déplacent. Par conséquent, si le poids de la sphère dans ce vide est P, il diminuera dans l'air du poids p du gaz qu'elle déplace, et il deviendra $P - p$. Dans le premier cas l'accélération serait g' : c'est celle que l'on obtiendrait dans le vide ; dans le second elle est $g' \frac{P-p}{P} = g' \left(1 - \frac{p}{P}\right)$: c'est celle qui se déduit de la formule du pendule quand il oscille dans l'air. Mais on voit qu'après avoir obtenu celle-ci on calculera aisément celle-là.

La valeur de l'accélération, prise à Paris, réduite au vide et au niveau de la mer a été trouvée égale à $9^m,809$, c'est-à-dire qu'elle est connue jusqu'aux dixièmes de millimètre. Revenons maintenant sur une loi que nous avons déjà acceptée : après avoir placé divers corps dans un tube vide, et reconnu que leur chute s'y faisait avec la même vitesse, nous avons admis que la pesanteur agit également sur tous les corps, c'est-à-dire que leur poids, en les faisant tomber, leur donne la même accélération. Maintenant nous pouvons confirmer ce résultat par une preuve plus décisive en faisant osciller des sphères de diverse nature, et nous voyons alors que les valeurs de g trouvées dans chaque cas ne diffèrent pas entre elles d'une quantité qui soit appréciable, quelle que soit la composition chimique des substances que l'on emploie pour constituer le pendule.

***VARIATION DE** g **AVEC LA LATITUDE.** — La pesanteur n'est pas constante sur tous les points de la surface du globe, car la terre tournant sur elle-même en vingt-quatre heures, et chaque point décrivant pendant ce temps un cercle dont le rayon est égal à sa distance à l'axe de rotation, la force centrifuge agit sur chaque corps ; elle peut se décomposer en deux forces, l'une tangente à l'horizon, l'autre normale, et celle-ci se retranche

de l'attraction terrestre. Il est facile de voir que si f est l'a ration due à la force centrifuge, et λ la latitude du lieu, j représente cette composante normale qui croît quand rapproche de l'équateur, puisque f augmente et que la lat diminue.

D'un autre côté, la terre n'est pas sphérique, c'est un soïde aplati aux pôles, et cette forme qu'elle possède, e doit précisément à l'effet de la force centrifuge qui a trans vers l'équateur une partie de la masse terrestre avant q fût devenue solide, et qui encore aujourd'hui y maintie eaux des mers. Nous verrons bientôt que la pesanteur rien autre chose que l'attraction exercée par la masse entière du globe sur les corps répandus à sa surface; on çoit dès lors que son intensité dépende de la forme gén de la terre et du point que le corps attiré occupe sur sa su Or on démontre que la terre étant aplatie, l'attraction din du pôle à l'équateur. Ainsi, pour ces deux motifs, parc la force centrifuge augmente, et parce que l'attraction dé g doit être de plus en plus petite quand on s'éloigne du pour marcher vers l'équateur.

*LONGUEUR DU PENDULE A SECONDES. — Il résulte de là q temps d'oscillation d'un même pendule doit augmenter, suite qu'une horloge doit retarder en s'approchant de l' teur; c'est en effet ce que l'observation a prouvé depuis temps : on doit donc diminuer la longueur du pendule condes quand on s'éloigne du pôle. Cette longueur est la valeur de g, car comme on a

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

on en tire pour la longueur du pendule à secondes

$$t = 1, \quad l = \frac{g}{\pi^2}.$$

Cette longueur étant proportionnelle à g, il a suffi de l surer à diverses latitudes et au niveau de la mer pour naître la loi de variation de g; la discussion des observa a donné :

Latitude.	Longueur du pendule à secondes.	Valeur de l'accélération.
0°	$0^m,99103$	$9^m,78103$
45°	$0^m,99356$	$9^m,80606$
90°	$0^m,99610$	$9^m,83109$

Ces nombres et tous ceux que l'on a déterminés en divers lieux sont liés entre eux par les formules générales suivantes. On a d'abord

$$l = 0^m,991026 + 0^m,005072 \sin^2\lambda.$$

En remplaçant $\sin^2\lambda$ par $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2\lambda$, on obtient

$$l = 0^m,993562 - 0^m,002536 \cos 2\lambda,$$

et si l'on multiplie cette équation par π^2, il vient

$$\pi^2 l = g = 9^m,806059 - 0^m,025028 \cos 2\lambda.$$

On peut remarquer ensuite que les premiers termes de ces formules représentent les valeurs de l et de g pour la latitude de 45 degrés, car les seconds termes s'évanouissent pour $\lambda = 45°$ ou pour $2\lambda = 90°$.

En faisant $0^m,993552 = l'$, et $9^m,806056 = g'$, on peut écrire

$$l = l'(1 - 0,002552 \cos 2\lambda)$$

et

$$g = g'(1 - 0,002552 \cos 2\lambda).$$

Pour Paris, nous avons $\lambda = 48°50'14''$; par conséquent,

$$l = 0^m,99390, \quad g = 9^m,8094.$$

Puisque ce fait reconnu de la variation de g aux diverses latitudes dépend en partie de l'aplatissement, il peut servir à le mesurer. C'est ce que l'on a fait en se fondant sur la connaissance de formules établies par la théorie, et l'aplatissement ainsi calculé a été trouvé égal à $\frac{1}{320}$, nombre peu différent de celui qui a été obtenu par la mesure directe des arcs du méridien, et qui est $\frac{1}{300}$ d'après Bessel.

*VARIATION DE g AVEC L'ALTITUDE. — Il y a encore une cause qui change la valeur de g, c'est la hauteur de la station au-

dessus du niveau de la mer : c'est ce que l'on nomme l'*altitude*. Il est en effet évident que si la pesanteur est le résultat de l'attraction, et si celle-ci varie en raison inverse des carrés des distances, on peut dire qu'en s'élevant au-dessus de la mer on s'éloigne du centre de la terre, et qu'alors la pesanteur décroît suivant la loi de l'attraction. Si R est le rayon terrestre, h l'altitude, les valeurs de g et de g_1 seront dans le rapport suivant

$$\frac{g_1}{g} = \frac{R^2}{(R+h)^2},$$

ou approximativement

$$g_1 = g\left(1 - \frac{2h}{R}\right).$$

C'est au moyen de cette relation que l'on trouve g au niveau de la mer, quand on a mesuré g_1 à une alitude connue.

APPLICATION AUX HORLOGES. — Puisque les durées des oscillations d'un pendule dont la longueur est constante restent invariables, on peut les faire servir à la mesure du temps. La construction de toutes les horloges est fondée là-dessus, et elles emploient un mécanisme analogue à celui qui est figuré ci-contre. Un treuil porte une corde enroulée, à laquelle est attaché un poids P qui tend à faire tourner l'appareil. D'autre part, un pendule suspendu en A (*fig.* 38) par une lame flexible entraîne dans ses oscillations une tige DC et aussi un arc de cercle GE; cet arc est terminé par des pointes recourbées qui s'engagent dans une roue à dents inclinées fixée au treuil. Quand le pendule marche et que la pointe E se relève, elle abandonne la roue dentée qui tourne : mais aussitôt la pointe opposée s'abaisse, s'engage dans les dents et arrête la roue; à l'oscillation suivante elle se relève à son tour, mais E descend vers la roue et s'engage, non point dans la même échancrure, mais dans la sui-

Fig. 38.



vante, et pour chaque oscillation double la roue tourne d'une dent. Dès lors le treuil marche d'un angle égal pendant chaque oscillation, et s'il porte une aiguille, elle décrit sur un cadran des espaces égaux en des temps égaux ; il suffit donc de combiner les rouages avec la longueur du pendule pour mesurer le temps en secondes. On remarquera, de plus, que la disposition des dents et de la pointe E est telle, que celle-ci reçoive une impulsion de la roue dentée à chaque fois qu'elle quitte une dent; cette impulsion se transmet au pendule et l'empêche de s'arrêter.

EMPLOI GÉNÉRAL DU PENDULE. — Nous trouverons dans le cours de ces Leçons des forces très-diverses quant à leur origine, mais qui se manifesteront par des attractions ou des répulsions. Il y aura deux moyens pour les mesurer, comme il y en deux pour mesurer les forces mécaniques : le premier sera de leur opposer un ressort ou un poids qui les équilibre, mais en général il ne pourra donner qu'une approximation grossière; le second sera de les faire agir sur un pendule. S'il arrive que ces forces soient parallèles à une direction fixe, ou que partant d'un centre d'action elles puissent agir d'assez loin et sur un pendule assez petit pour qu'il soit permis de les regarder comme parallèles, alors le pendule se mouvra suivant les lois que nous venons d'étudier; on mesurera la durée des oscillations, et la formule

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{f}}$$

fera connaître l'accélération f que la force produirait sur le pendule, si elle lui était appliquée et qu'elle lui imprimât un mouvement uniformément accéléré. Quand enfin ces forces changeront avec la distance, on rapprochera ou on éloignera le pendule, afin d'obtenir diverses valeurs de l'accélération f, et chercher la loi suivant laquelle elle varie.

SEPTIÈME LEÇON.

DE L'ATTRACTION UNIVERSELLE.

Lois de Kepler. — Loi de l'attraction universelle déduite du mouvement des astres. — Identité de la pesanteur et de l'attraction universelle déduite du mouvement de la lune. — * Expérience de Cavendish. — * Déviation du fil à plomb par les montagnes. — * Variation de la pesanteur dans l'intérieur du globe. — * Densité moyenne de la terre.

DE L'ATTRACTION UNIVERSELLE. — Dans les Leçons précédentes, nous avons montré que tous les corps sont sollicités par des forces que nous nommons *poids*, et qui agissent normalement à l'horizon de chaque lieu. Les choses se passent donc comme si toute la masse terrestre exerçait sur les objets placés à sa surface une attraction toujours sensiblement dirigée vers le centre. Comme elle se fait sentir encore au-dessus du sol à une hauteur quelconque, on est conduit à supposer, par induction, qu'elle s'étend au delà des limites que nous pouvons atteindre et qu'elle exerce sur les astres eux-mêmes une action réelle, mais qui décroît à mesure qu'ils sont plus éloignés.

D'un autre côté, il est probable que tous les astres offrent des phénomènes analogues, qu'il y a une pesanteur à leur surface, qu'elle est dirigée vers leur centre, et qu'elle agit à une distance quelconque sur tous les autres corps célestes. C'est en se laissant guider par ces inductions que Newton fut conduit à penser que les astres s'attirent entre eux, que leurs mouvements sont déterminés par les actions exercées mutuellement des uns aux autres, et que le monde est régi par des forces provenant d'une cause unique, l'attraction.

S'il en est ainsi, les astres doivent éprouver des mouvements extrêmement complexes, puisque leur nombre est immense, et que chacun d'eux obéit à l'influence de tous les autres. Cependant il est facile de voir que la question se réduit, pour

une première approximation, à une simplicité inattendue. Les corps célestes se divisent, en effet, en deux classes : les uns, que l'on nomme *étoiles fixes*, sont placés à des distances tellement grandes du soleil et de la terre, que leur action peut être négligée, et les autres, qui sont comparativement plus rapprochés, constituent un groupe d'astres isolés des étoiles, mais dépendants les uns des autres : ce sont le soleil et les planètes. Ce sont donc les seuls dont nous aurons à étudier les actions réciproques. Si ensuite nous les comparons entre eux, nous reconnaissons que le soleil, étant incomparablement plus gros que les planètes, doit avoir dans le système une influence prépondérante, tellement qu'une planète comme la terre éprouve du soleil une attraction très-grande et des autres planètes une attraction négligeable. Nous sommes ainsi conduits à considérer le soleil comme un centre unique d'action, et les planètes comme autant de corps indépendants les uns des autres et se mouvant suivant les mêmes lois que si chacun d'eux existait seul en présence du soleil.

LOIS DE KEPLER. — Une fois que la question est réduite à ce degré de simplicité, il n'y a plus qu'à étudier par l'observation le mouvement de chaque planète autour du soleil considéré comme fixe; c'est ce que fit Kepler, et le résultat général de ses observations se résume en trois lois que nous allons énoncer :

1° Les planètes décrivent des courbes planes, et les rayons vecteurs partant du centre du soleil décrivent des aires proportionnelles aux temps;

2° Les orbites des planètes sont des ellipses dont le soleil occupe un des foyers;

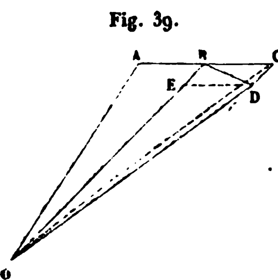
3° Les carrés des temps de révolution des diverses planètes sont proportionnels aux cubes des grands axes de leurs orbites.

Acceptons ces lois et voyons comment Newton s'en est servi pour démontrer l'existence d'une force attractive exercée par le soleil et trouver la loi des variations de cette force avec la distance.

L'ATTRACTION EST DIRIGÉE VERS LE SOLEIL. — Soient O (*fig.* 39) le centre du soleil et A celui d'une planète à un moment déter-

miné. Pendant un temps infiniment petit, elle parcourra l'arc AB de sa trajectoire, et son rayon vecteur décrira l'aire AOB. Si aucune cause n'agissait sur elle, elle parcourrait, dans le temps infiniment petit suivant et égal au premier, un arc BC égal à AB et situé sur son prolongement, et son rayon vecteur décrirait l'aire BOC qui serait égale à AOB; mais il n'en est pas ainsi : la planète décrit BD, d'où l'on peut déjà conclure qu'elle est soumise à une force qui agit à chaque instant sur elle. Pour avoir la direction de cette force, remarquons que, d'après la première loi de Kepler, on doit avoir

Fig. 39.



$$ABO = BDO = BCO.$$

Les deux triangles OBD, OBC étant équivalents doivent avoir leurs sommets sur une ligne DC parallèle à OB, et si nous achevons le parallélogramme EBCD, nous voyons que pour parcourir l'espace BD la planète a dû être soumise à sa vitesse initiale qui l'aurait transportée de B en C, et à une force qui lui aurait fait franchir la ligne BE; cette force est donc dirigée vers le point O. Il est, par conséquent, démontré que les planètes, en se mouvant en ligne courbe, sont soumises à une force, et que, les aires étant proportionnelles aux temps, la force est dirigée vers le centre du soleil. Cela justifie déjà une partie de l'hypothèse de Newton.

LOI DE L'ATTRACTION. — La deuxième loi de Kepler détermine la forme de la courbe parcourue; elle s'applique à des planètes dont l'excentricité est inégale, et nous sommes autorisés à penser qu'elle comprend, comme cas particulier, celui où l'ellipse dégénérerait en un cercle, bien qu'il n'y ait aucune planète qui réalise ce cas. En remarquant d'ailleurs que l'excentricité des orbites planétaires est toujours très-petite, nous pouvons, dans une première approximation, admettre qu'elle est nulle et raisonner dans cette hypothèse; c'est ainsi que fit Newton.

Dans le cas où la planète parcourrait un cercle dont le soleil

occuperait le centre, les secteurs décrits dans des temps égaux devant être égaux, les arcs parcourus le seraient aussi; la vitesse serait constante pendant toute la révolution, et nous tomberions dans le cas du mouvement étudié à l'article de la force centrifuge. Alors l'accélération de la force centripète et de la force centrifuge serait $G = \frac{v^2}{R}$ ou $= \frac{4\pi^2 R}{T^2}$, R représentant le rayon du cercle parcouru, ou la distance de la planète au soleil, et T le temps d'une révolution : nous avons ainsi l'expression de l'accélération, c'est-à-dire de l'attraction sur l'unité de masse de la planète à la distance où elle est placée.

Comme il y a plusieurs planètes à des distances différentes R, R', R'',..., faisant leurs révolutions dans des temps T, T', T'',..., nous obtenons pour la valeur de l'attraction du soleil sur l'unité de masse des diverses planètes aux distances R, R', R'',... les quantités

$$G = \frac{4\pi^2 R}{T^2}, \quad G' = \frac{4\pi^2 R'}{T'^2}, \quad G'' = \frac{4\pi^2 R''}{T''^2}, \ldots$$

Cela posé, rappelons-nous qu'en vertu de la troisième loi de Kepler les carrés des temps des révolutions $T^2, T'^2, T''^2,\ldots$ sont proportionnels aux cubes des distances des planètes au soleil ou à $R^3, R'^3, R''^3, \ldots$, ce qui donne la suite des rapports égaux

$$K = \frac{R^3}{T^2}, \quad K = \frac{R'^3}{T'^2}, \quad K = \frac{R''^3}{T''^2}, \ldots,$$

et en divisant les équations précédentes par ces dernières, on a

$$G = \frac{4\pi^2 K}{R^2}, \quad G' = \frac{4\pi^2 K}{R'^2}, \quad G'' = \frac{4\pi^2 K}{R''^2}, \ldots;$$

ce qui montre que *l'attraction exercée sur l'unité de masse à diverses distances est en raison inverse du carré de ces distances.*

Si nous voulons avoir les forces motrices A, A', A'',..., il faut multiplier par les accélérations les masses m, m', m'',... de chaque planète, ce qui donne

$$A = 4\pi^2 K \frac{m}{R^2}, \quad A' = 4\pi^2 K \frac{m'}{R'^2}, \quad A'' = 4\pi^2 K \frac{m''}{R''^2}, \ldots;$$

$4\pi^2 K$ représente l'attraction exercée par la masse entière du

soleil sur l'unité de masse de la planète à l'unité de distance; et comme elle est la somme des attractions de tous les éléments du soleil, elle est proportionnelle à la masse tout entière M de cet astre, et l'on peut poser $4\pi^2 K = M\varphi$, ce qui donne

$$A = M\varphi\frac{m}{R^2}, \quad A' = M\varphi\frac{m'}{R'^2}, \quad A'' = M\varphi\frac{m''}{R''^2}, \cdots.$$

Ainsi *l'attraction est proportionnelle au produit des masses en présence et en raison inverse du carré des distances.*

Dans tout ce que nous venons de dire, nous avons supposé que les planètes décrivent des cercles et non pas des ellipses comme cela est réellement: nous n'avions pour but que de faire comprendre par une méthode approchée comment Newton est arrivé à la loi de l'attraction. En Mécanique, on traite le problème sans y apporter cette restriction, et l'on arrive aux mêmes conséquences par une démonstration irréprochable. Quelle que soit la marche que l'on suive, on démontre toujours : 1° que les planètes sont sollicitées par une force dirigée vers le soleil; 2° que cette force est en raison inverse du carré des distances; mais on ne prouve jamais que cette force soit réellement le résultat d'une attraction de la matière. Il se pourrait même que la matière fût absolument passive et que l'éther dont l'espace est rempli, et au milieu duquel les astres sont plongés, fût la cause des réactions qui se produisent entre eux. En résumé, nous reconnaissons qu'une force s'exerce entre les planètes et le soleil, mais nous ne savons à quoi l'attribuer; et quand nous disons qu'elle est due à une attraction de la matière, nous faisons purement et simplement une hypothèse pour expliquer une grande loi de la nature. Newton ne s'y était point trompé, car il n'a dit qu'une seule chose : c'est que tout se passe comme si cette attraction était vraie; il convient de signaler et d'imiter cette réserve de Newton.

Une fois que l'on a montré l'existence et trouvé les lois de la variation de cette force, on peut se demander comment les planètes en sont venues à décrire autour du soleil les courbes que Kepler a étudiées : c'est alors un problème de mathématiques dont on va comprendre la possibilité. Si, à l'origine des temps, la terre, par exemple, avait été placée sans vitesse ini-

tiale en présence du soleil également immobile, les deux astres en s'attirant auraient marché l'un vers l'autre jusqu'à se rencontrer. Mais si la terre avait reçu une impulsion initiale dans une autre direction que la ligne des centres, elle aurait décrit une courbe sous la double influence de sa vitesse première et de l'attraction solaire. Le calcul montre que cette courbe est toujours une section conique et le soleil un des foyers de cette courbe; et, suivant les valeurs de la vitesse initiale, la section conique peut être un cercle, une ellipse, une hyperbole ou une parabole. Une fois placé sur cette courbe, l'astre la suit indéfiniment, revenant sans cesse dans le même chemin si la courbe est fermée, comme c'est le cas des planètes, et s'éloignant pour ne jamais revenir si c'est une parabole ou une hyperbole : il y a des comètes qui sont dans ce cas. Mais ce n'est point là la solution complète du problème de l'Astronomie; on ne peut pas se contenter de considérer les planètes comme indépendantes les unes des autres, car évidemment l'une d'elles est soumise à l'action de toutes les autres en même temps qu'à celle du soleil, ce qui fait que les lois de Kepler ne sont pas absolument réalisées, et que toutes les planètes connues, au lieu de parcourir une ellipse rigoureuse, décrivent des courbes complexes. Alors le problème général de l'attraction des astres devient extrêmement compliqué, et il exige à la fois, pour être traité, le concours des mathématiques, ce qui constitue la Mécanique céleste, et celui des observations précises, qui sont du domaine de l'Astronomie physique.

IDENTITÉ DE LA PESANTEUR ET DE L'ATTRACTION UNIVERSELLE. — Essayons maintenant de démontrer que la cause qui fait tomber les corps sur le globe est la même que celle qui produit ce que nous venons d'appeler l'*attraction :* c'est encore à Newton que l'on doit cette démonstration. La terre possède un satellite, qui est la lune, et les centres de ces deux astres sont à une distance égale à 60 fois le rayon moyen de la terre. Astronomiquement parlant, cette distance est fort petite, ce qui fait que l'attraction de la terre sur la lune est beaucoup plus grande que celle du soleil, et que l'on peut la considérer comme l'action unique à laquelle la lune soit soumise. Cela n'est point vrai à la rigueur, mais c'est une approximation dont

nous pouvons d'abord nous contenter. Il en résulte que la lune doit décrire et décrit en effet une ellipse autour de la terre considérée comme immobile. Admettons encore que cette ellipse soit un cercle, que la terre soit sphérique aussi bien que la lune, ce qui est sensiblement exact : après toutes ces restrictions nous sommes ramenés à un problème théoriquement plus simple, mais qui, numériquement, s'écarte peu de celui que nous offre la nature.

A la surface de la terre, l'accélération est $g = 9^{m},8$; elle est le résultat de l'attraction de toute la masse terrestre qui agit comme si elle était condensée à son centre, c'est-à-dire à une distance de la surface égale au rayon terrestre moyen r. Le centre de la lune est à une distance de la terre représentée par 60 fois r; par suite, l'accélération de la pesanteur doit y être égale à $\frac{g}{(60)^2}$ si la loi de l'attraction est vraie.

D'un autre côté, cette accélération doit être représentée, comme pour toutes les planètes, par

$$\frac{4\pi^2 R}{T^2},$$

et en remplaçant R par $60r$ et T par le temps de la révolution de la lune, qui est de (39343×60) secondes,

$$\frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{4\pi^2 r \times 60}{(39343)^2 \times 60^2} = \frac{2\pi r \pi}{(39343)^2 \times 30}.$$

$2\pi r$ représente la circonférence terrestre qui est de 40 millions de mètres, et l'on a

$$\frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{4000000\pi}{(39343)^2 \times 3}.$$

Cette expression de l'accélération doit être égale à $\frac{g}{60^2}$, et il vient

$$g = \frac{4000000\pi \times 1200}{(39343)^2}.$$

En faisant le calcul, on a $g = 9^{m},7$.

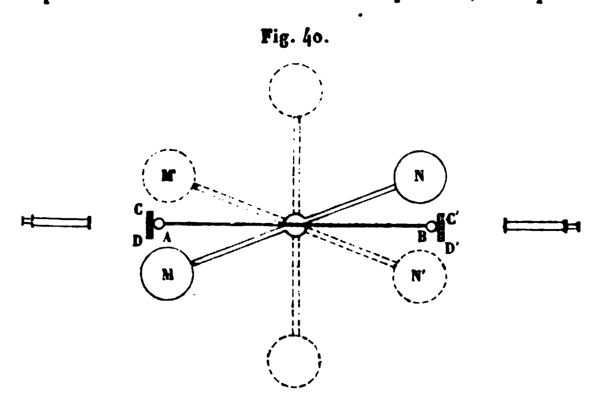
On retrouve donc, avec autant d'exactitude qu'on pouvait l'espérer, la valeur de l'accélération produite par la pesanteur,

et l'on démontre par conséquent l'identité de la cause qui fait tomber les corps et qui retient la lune dans son orbite : c'est la première vérification que Newton fit de son système.

*EXPÉRIENCES DE CAVENDISH. — On ne s'est pas contenté d'admettre l'attraction d'après l'observation des phénomènes astronomiques : on a constaté encore qu'elle s'exerce réellement à la surface de la terre, et qu'une grosse masse de plomb y attire sensiblement une petite sphère de métal ; on a mesuré cette action, et, la comparant à l'attraction terrestre, on a pu déterminer le poids du globe. Ces expériences ont été faites par Cavendish ; mais l'idée ne lui en appartenait pas : elle est due à Mitchell, aussi bien que l'appareil dont Cavendish fit usage et qui lui fut légué. Ces expériences sont très-délicates et exigent des détails très-minutieux.

Un levier en sapin AB (*fig.* 40), léger et bien homogène, est soutenu par son milieu à un fil métallique fin, fixé par le haut

Fig. 40.



au plafond d'une chambre fermée. Aux deux extrémités du levier sont suspendues des balles identiques A et B, et deux lames d'ivoire CD, C'D' qui portent des divisions équidistantes. Ce fléau suspendu est entouré d'une boîte en acajou qui le préserve des agitations de l'air, et dont les extrémités, fermées par des glaces, laissent voir les divisions de CD et de C'D' ; on les observe au moyen de lunettes à réticules, enchâssées dans le mur de la chambre, et l'on suit de l'extérieur tous les mouvements du levier.

Avant d'achever la description de l'appareil qui nous occupe, il faut commencer par étudier les conditions d'équilibre de ce levier AB; cela va nous obliger à énoncer quelques résultats de la théorie de l'élasticité que nous admettrons aujourd'hui, et que nous démontrerons dans la suite. On remarquera d'abord que si l'on dévie le levier AB de la position de l'équilibre qu'il prend naturellement, on tordra le fil de suspension, et que celui-ci exercera, pour revenir à sa position première, une réaction de torsion qui dépendra à la fois de sa grosseur et de sa longueur. Appelons f la force qu'il faut appliquer à l'extrémité d'un levier de longueur 1 pour le dévier d'un arc égal à l'unité; l'expérience prouve qu'il faudra une force fa pour le maintenir à une déviation a : cela veut dire que, dans l'appareil de Cavendish, la réaction de torsion du fil suspenseur équivaut à une force fa qui serait appliquée à un levier de longueur 1, ou à une force $F = \frac{fa}{l}$ agissant au centre de la balle A, si la demi-longueur AB est égale à l. On voit qu'elle est proportionnelle à un facteur constant et à la déviation a, c'est-à-dire au nombre de divisions n, dont les mires CD, C'D' auront été déplacées. On peut donc écrire

$$F = kn.$$

k est déterminé par l'expérience (*).

(*) Pour mesurer cette force, nous supposerons qu'après avoir tordu le fil nous le laissions revenir à sa position d'équilibre : il décrira une série d'oscillations successives, isochrones, et dont le temps sera donné par une formule analogue à celle du pendule,

$$t = \pi \sqrt{\frac{2ml^2}{f}};$$

m exprime la masse de chacune des balles A et B, et $\frac{f}{2ml}$ est la force accélératrice des oscillations. On peut remplacer m par sa valeur $\frac{p}{g}$ et tirer de la formule la valeur de f; ce qui donne

$$f = \frac{2\pi^2 pl^2}{g} \frac{1}{t^2}.$$

Comme p, l et g sont des quantités connues, on n'aura qu'à faire osciller le

Ceci posé, revenons à l'appareil pour en compléter la description. Il y a deux grosses sphères de plomb M et N qui pèsent chacune 158 kilogrammes, et qui sont soutenues par une règle tournante que l'on fait mouvoir de l'extérieur sans entrer dans la chambre; on peut les placer dans trois positions : la première perpendiculaire à AB, les deux autres MN et M'N' qui sont fixes et symétriques par rapport à la position d'équilibre AB du levier. Quand ces sphères sont mises dans la première direction, elles agissent également sur les balles A et B sans les déplacer, et l'observateur, en visant sur les deux mires, détermine et note leur position d'équilibre; après quoi il dirige les sphères en MN. A ce moment, M attire A, N attire B, le fil se tord, le levier se déplace et atteint une deuxième

---

levier et à mesurer le temps t d'une oscillation pour pouvoir calculer f : je suppose donc que l'on ait fait préalablement cette mesure de t, qu'ensuite on dévie le bras de levier, et qu'on mesure le nombre n de divisions dont les mires CD, C'D' se sont déplacées ; si les longueurs de ces divisions sont α, $\frac{n\alpha}{l}$ exprime la valeur de l'arc a en unités de rayon, et la réaction du fil équivaut à une force $\frac{fa}{l}$ ou à $\frac{fn\alpha}{l^2}$ appliquée à la sphère A. En remplaçant f par sa valeur, cette force est

$$\frac{fn\alpha}{l^2}=\frac{2\pi^2\alpha}{g}\frac{pn}{t^2};$$

enfin on peut remplacer cette force par deux autres appliquées chacune à A et à B, et égales à la moitié de la précédente : soit F chacune de ces forces, on aura

$$F=\frac{\pi^2\alpha}{g}\frac{pn}{t^2}.$$

Dans l'appareil dont Cavendish se servait, la constante $\frac{\pi^2\alpha}{g}$ était égale à $\frac{1}{818}$, et l'on avait

$$F=\frac{1}{818}\frac{pn}{t^2}.$$

Il résultera donc de là que si le levier vient à se déplacer, et que les mires CD, C'D' se soient écartées de n divisions, le fil réagira pour revenir à sa position d'équilibre, comme s'il était sollicité par deux forces appliquées l'une en A, l'autre en B, et égales toutes deux à $\frac{1}{818}\frac{pn}{t^2}$; on pourra donc les calculer, si l'on connaît p, si l'on a mesuré au moyen des lunettes le déplacement n, et si l'on a déterminé le temps t d'une oscillation du levier. On peut les exprimer par kn.

position d'équilibre quand l'attraction de M sur A et celle de N sur B sont devenues égales aux deux forces F qui expriment la réaction du fil; on mesure alors au moyen de deux lunettes le nombre n des divisions parcourues par les mires, et les deux forces F ou les attractions auxquelles elles font équilibre se calculent par la formule précédente

$$F = kn.$$

Au moment de l'équilibre, la distance des deux sphères M et A était connue. Désignons-la par d. On faisait ensuite une seconde observation en retournant les grosses sphères en M'N', et l'on prenait les moyennes. Cela suffit pour pouvoir calculer, comme nous allons le montrer, le poids total P' et la densité moyenne de la terre.

Puisque, les sphères étant à une distance d, l'attraction sur A est F, elle serait Fd^2 si cette distance devenait égale à l'unité de longueur : elle est d'ailleurs proportionnelle à l'attraction φ de l'unité de poids sur la balle A, et au poids P de la sphère M; donc on a

$$Fd^2 = P\varphi.$$

D'un autre côté, l'attraction de la terre sur la balle A est égale au poids p de cette balle pour une distance égale au rayon terrestre R. A une distance égale à l'unité, elle serait pR^2 : elle est aussi proportionnelle à φ et au poids P' de la terre, ce qui donne

$$pR^2 = P'\varphi.$$

De ces deux équations on déduit

$$\frac{F}{p} = \frac{PR^2}{P'd^2};$$

et en remplaçant F par sa valeur trouvée d'après les lois de la torsion, on a

$$\frac{F}{p} = \frac{kn}{p} = \frac{PR^2}{P'd^2}.$$

Dans cette dernière équation nk et d sont des résultats de

l'observation; P est un poids de 158 kilogrammes; R est le rayon terrestre : on peut donc calculer le poids P′ de la terre; et comme $P' = \frac{4}{3}\pi R^3 D$, on peut obtenir la densité moyenne D du globe terrestre.

Pour ne pas interrompre la suite des raisonnements, j'ai omis un détail important sur lequel je dois revenir. On a vu que pour mesurer n il fallait observer les mires d'abord au moment de leur équilibre naturel, ensuite quand elles ont été déplacées par l'attraction. Or Cavendish a reconnu que ces mires n'étaient jamais fixes, et qu'elles oscillaient toujours à droite et à gauche de la position d'équilibre qu'elles devaient prendre; cette position ne pouvait donc être mesurée directement, et il fallait la conclure en prenant la moyenne des écarts extrêmes successifs. Cela permettait d'ailleurs de faire à la fois la mesure du temps t des oscillations et celle des deux positions d'équilibre que l'on devait comparer.

Nous n'entrerons pas ici dans tout le détail des calculs relatifs à ces expériences, il nous suffira d'en avoir indiqué les principes. On pourra, du reste, consulter le Mémoire de Cavendish dans le *Journal de l'École Polytechnique*, XVII[e] Cahier, page 313.

Cavendish employa successivement deux fils différents : le premier, très-fin, faisait une oscillation en quatorze minutes, et le nombre des divisions parcourues par le point de repos quand les masses étaient approchées était égal à 16. Avec le deuxième fil, qui était plus gros, on avait $t = 7$, $n = 5,7$. Mais, dans les deux cas, les valeurs de D ont été trouvées égales entre elles et à 5,48. En moyenne, la terre est donc $5\frac{1}{2}$ fois plus dense que l'eau.

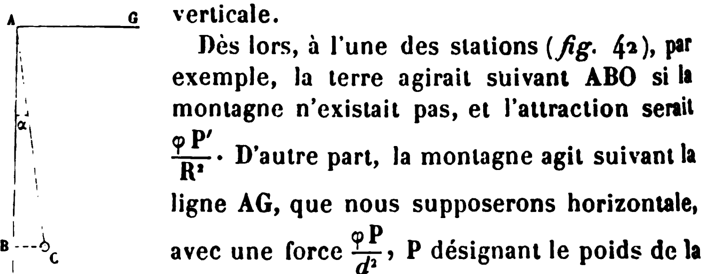
Depuis Cavendish, ces expériences ont été reprises, d'abord par M. Reich, qui a retrouvé sensiblement les mêmes résultats, ensuite par M. Baily, qui en fut chargé par la Société astronomique de Londres; M. Baily découvrit et corrigea certaines causes d'erreur, et trouva pour moyenne de deux mille expériences le nombre 5,67.

*DÉVIATION DU FIL A PLOMB PAR LES MONTAGNES. — Il y a une deuxième méthode au moyen de laquelle on peut déterminer

la densité moyenne de la terre : nous n'en dirons que ce qu'il faut pour en faire comprendre le principe. Bouguer imagina de placer un fil à plomb dans le voisinage d'une montagne et de mesurer la déviation qu'il éprouve par l'attraction de la masse placée près de lui; mais ses expériences ont conduit à un résultat à peine sensible. Maskelyne reprit cette idée et la réalisa avec beaucoup de soin et de succès. Il choisit en Écosse le mont Shéhallien, qui est isolé, dont la constitution géologique est bien connue et la forme peu compliquée : de façon qu'il put en mesurer le volume, en calculer le poids total, aussi bien que la position du centre de gravité. Cela fait, il prit deux stations A et B (*fig.* 41), dans un plan passant par le centre de gravité G et parallèle au méridien du lieu, et il observa la hauteur du pôle au-dessus de l'horizon pour les deux stations. Si la montagne n'existait pas entre ces deux lieux, les deux verticales AP et BP′ feraient un angle égal à la différence des latitudes géographiques, déterminée par une triangulation; mais l'attraction des masses interposées se faisant sentir, les verticales deviennent AQ et BQ′, les deux horizons se relèvent vers la montagne et la hauteur du pôle est augmentée à la station B et diminuée en A; on mesura ces hauteurs, et l'on en déduisit pour chaque station la déviation de la verticale.

Fig. 41.

Fig. 42.



Dès lors, à l'une des stations (*fig.* 42), par exemple, la terre agirait suivant ABO si la montagne n'existait pas, et l'attraction serait $\frac{\varphi P'}{R^2}$. D'autre part, la montagne agit suivant la ligne AG, que nous supposerons horizontale, avec une force $\frac{\varphi P}{d^2}$, P désignant le poids de la montagne, et d la distance du centre de gravité. Le pendule sera alors sollicité par deux forces perpendiculaires, prendra la direction de la résultante OC, et

fera avec OB un angle α qui est la déviation mesurée, et l'on a

$$\tang \alpha = \frac{\frac{P}{d^2}}{\frac{P'}{R^2}} = \frac{PR^2}{P'd^2}.$$

On calculera donc le poids de la terre P′, et l'on aura sa densité, en remplaçant P′ par $\frac{4}{3}\pi R^3 D$. Maskelyne trouva pour D un nombre égal à 5 environ; ce résultat confirme ceux que nous avons déjà trouvés.

*VARIATION DE LA PESANTEUR DANS L'INTÉRIEUR DU GLOBE. — Je dois encore mentionner des expériences qui ont été exécutées récemment par M. Airy. On reconnaît aisément que si la terre était homogène, la pesanteur devrait diminuer à mesure que l'on pénétrerait au-dessous de la surface, car l'action des couches supérieures se retranche de celle que produit la masse inférieure. Le calcul montre que l'attraction exercée sur un point intérieur par la portion du globe comprise entre sa surface et une sphère concentrique passant par le point est entièrement nulle; il ne reste, par conséquent, que l'attraction du noyau compris dans cette sphère. Mais si la densité du globe va en croissant de la surface au centre, la pesanteur pourra augmenter jusqu'à une certaine profondeur; car si, d'une part, un point intérieur n'est plus soumis à l'attraction de l'enveloppe, d'autre part il se trouve plus rapproché des couches centrales qui sont plus denses, et le dernier effet peut l'emporter sur le premier. M. Roche, en s'appuyant sur des considérations astronomiques, a trouvé que la densité D_1 à une distance R_1 du centre de la terre peut se représenter par $D_0(1-0{,}8 R_1^2)$, en désignant par D_0 la densité au centre; R_1 est exprimé en fraction du rayon. En supposant la densité moyenne du globe égale à 5,5, on aurait 2,1 à la surface et 10,6 vers le centre. Il en résulterait que la pesanteur croît jusqu'à une profondeur égale au sixième du rayon; là g_1 surpasse g de plus de $\frac{1}{15}$; puis elle diminue. Au tiers du rayon, elle reprend la même grandeur qu'à la surface;

enfin elle continue à décroître rapidement jusqu'au centre, où elle est nulle.

Les expériences de M. Airy ont justifié cette manière de voir. Il a placé deux pendules identiques, l'un sur le sol, l'autre au fond de la mine de Harton, à une profondeur de 384 mètres. Chacun d'eux était muni d'une horloge astronomique; on observait leurs oscillations par la méthode des coïncidences, et l'on en mesurait la durée par les indications de l'horloge correspondante. Enfin, on comparait l'horloge inférieure à l'horloge supérieure au moyen de signaux électriques qui se transmettaient instantanément, et dont on notait le temps sur les deux horloges. On trouva de cette manière que le pendule inférieur avance en vingt-quatre heures sur le pendule supérieur de $2\frac{1}{4}$ oscillations, et l'on en conclut que la pesanteur augmente de la surface du sol au fond de la mine de $\frac{1}{19190}$. La formule de M. Roche donnerait $\frac{1}{19530}$.

Il est facile de déduire de ce résultat la densité moyenne du noyau terrestre. En effet, l'accélération provenant du noyau seul a été mesurée par le pendule inférieur et trouvée égale à g_1, elle serait, à la surface extérieure de la terre, $g_1 \frac{R_1^2}{R^2} = g'_1$. En retranchant g'_1 de g qui a été obtenu par le pendule supérieur, on a donc l'accélération partielle qui résulterait de l'enveloppe, et comme les attractions de l'enveloppe et du noyau se font comme si leurs masses étaient concentrées au centre de la terre, elles sont proportionnelles à leurs poids ou aux produits de leurs volumes par leurs densités D et D_1; on a donc

$$\frac{g - g_1 \frac{R_1^2}{R^2}}{g_1 \frac{R_1^2}{R^2}} = \frac{\frac{4}{3}\pi(R^3 - R_1^3)}{\frac{4}{3}\pi R_1^3}\frac{D}{D_1} = \frac{(R^3 - R_1^3)}{R_1^3}\frac{D}{D_1};$$

$$\frac{D}{D_1} = \frac{\frac{g}{g_1}\frac{R^2}{R_1^2} - 1}{\frac{R^3}{R_1^3} - 1}, \quad \frac{D_1}{D} = 1 + \frac{\frac{R}{R_1} - \frac{g}{g_1}}{\frac{g}{g_1} - \frac{R_1^2}{R^2}}.$$

Or, en étudiant les terrains placés au-dessus de la mine, on

peut trouver la densité moyenne D de l'enveloppe, au voisinage du lieu où l'on opère, et comme les parties les plus rapprochées exercent une action prépondérante, on peut, sans erreur sensible, prendre cette densité moyenne D comme représentant celle de l'enveloppe tout entière. On peut donc calculer la valeur de D_1, c'est-à-dire de la densité moyenne du noyau. M. Airy la trouve comprise entre 6 et 7.

D'après toutes ces expériences, il est permis de conclure que la densité moyenne de la terre est comprise entre $5\frac{1}{2}$ et 6. Il faut donc admettre que le globe contient dans sa profondeur des matières plus denses que celles qui composent sa surface, probablement des métaux précieux à l'état natif.

HUITIÈME LEÇON.

DE LA BALANCE.

Balance. — Conditions de son établissement. — Sensibilité. — Si le point de suspension du fléau et les points d'attache des plateaux étaient exactement en ligne droite, la sensibilité serait indépendante des poids qui chargeraient les plateaux. — Description d'une balance précise. — Méthode des doubles pesées. — Détail des précautions nécessaires pour obtenir une pesée exacte. — Définition de la densité. — Définition du poids spécifique.

Nous avons déjà défini le centre de gravité : c'est le point où est appliquée la résultante des poids de tous les éléments matériels du corps. Quand ce corps a une forme géométrique, et qu'il est homogène, on peut calculer la position du centre de gravité par le théorème des moments : c'est alors une question de statique, nous ne l'étudierons pas. Nous accepterons également, sans les démontrer de nouveau, toutes les notions que cette science nous donne sur l'équilibre des corps. Nous nous contenterons de dire que si la forme d'un corps est irrégulière, on ne peut plus trouver par le calcul la position du centre de gravité, et il faut la chercher par l'expérience. Alors on suspend l'objet à un fil (*fig.* 43), et, quand il est au repos, la verticale du fil prolongé passe par le centre de gravité. Si l'on répète la même expérience en changeant le point de suspension, la nouvelle direction du fil passant encore par le centre de gravité, celui-ci se trouve à l'intersection des deux lignes; de là résulte un procédé pour déterminer la position de ce point.

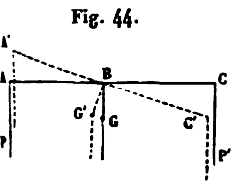
Fig. 43.



BALANCE. — CONDITIONS DE SON ÉTABLISSEMENT. — Nous avons à chaque instant besoin de peser les corps, c'est-à-dire de com-

parer leurs poids à ceux d'autres corps étalonnés, et nous employons à cet usage la balance que tout le monde connaît; mais la balance des physiciens est très-délicate et doit satisfaire à de nombreuses conditions que nous allons déterminer. Elle est constituée par un fléau métallique AC qui est mobile autour d'un axe horizontal B (*fig.* 44) et qui supporte à ses deux extrémités deux plateaux dans lesquels on place les corps que l'on veut comparer.

Fig. 44.



Examinons d'abord un cas tout à fait théorique. Supposons: 1° que les trois points de suspension A, B, C soient en ligne droite; 2° que les deux bras du fléau AB et BC aient la même densité, la même longueur, et une forme symétrique par rapport au plan BG; 3° que les bassins aient le même poids. Il est clair que lorsque les plateaux seront vides, le fléau se mettra en équilibre horizontalement quand son centre de gravité G sera dans le plan vertical passant par l'axe de suspension. Cet équilibre persistera ou sera rompu, si l'on charge les bassins de poids égaux ou inégaux, et, réciproquement, on conclura l'égalité ou l'inégalité de ces poids, si cet équilibre se maintient ou se détruit.

Le centre de gravité G pourrait être placé, dans le plan vertical BG, ou au-dessus, ou au-dessous du point de suspension, ou bien se confondre avec lui; or, suivant qu'il occupera l'une ou l'autre de ces trois positions, la balance pourra être bonne ou mauvaise. C'est ce que nous allons montrer, en supposant toujours le cas particulier où les trois points A, B, C seraient en ligne droite (*fig.* 44).

Si le levier AC est suspendu par son centre de gravité même, il se tiendra en équilibre indifférent dans toutes les positions possibles, soit quand les bassins seront vides soit quand ils seront chargés de poids égaux; mais si l'on y place des poids inégaux, quelque légère que soit leur différence, le levier s'inclinera et versera du côté le plus chargé. Ainsi, dans le cas où le centre de gravité du fléau coïnciderait exactement avec le point de suspension, la balance se tiendrait en équilibre dans toutes les positions, étant chargée de poids égaux, et deviendrait folle pour peu que ces poids fussent différents: on ne

pourrait tirer parti de cet appareil. Il ne faut donc pas que le centre de gravité coïncide avec l'axe de suspension.

Si l'on suppose ensuite que le centre de gravité soit placé au-dessus de l'axe de suspension, l'équilibre sera toujours instable. Il ne pourra s'établir ni avec des poids égaux, ni avec des poids inégaux; on n'aura donc aucun moyen de les comparer, et la balance sera plus mauvaise encore que dans le cas précédent.

Il faut donc que le centre de gravité soit au-dessous du point de suspension, puisqu'il ne peut être situé ni au-dessus de lui, ni sur lui : c'est là une condition essentielle. Quand elle est satisfaite, la balance est bonne; car étant vide, ou également chargée à ses deux extrémités, elle se met en équilibre stable quand le centre de gravité est placé dans la verticale du point de suspension, et si on la dévie, le fléau revient à sa position première par une suite d'oscillations isochrones et décroissantes. Ensuite, quand on place des poids inégaux dans les bassins, leur différence agit pour incliner AC en A'C' et relever le centre de gravité en G' jusqu'au moment où le poids du fléau qui agit en G' fait équilibre à cette différence des poids. On voit que, pour ce nouveau cas, la balance arrive toujours à se mettre en équilibre, dans une position horizontale si elle est chargée de poids égaux, et dans une position de plus en plus inclinée quand les charges diffèrent de plus en plus. On conçoit donc la possibilité de reconnaître l'égalité ou l'inégalité des poids par l'horizontalité ou l'inclinaison du fléau.

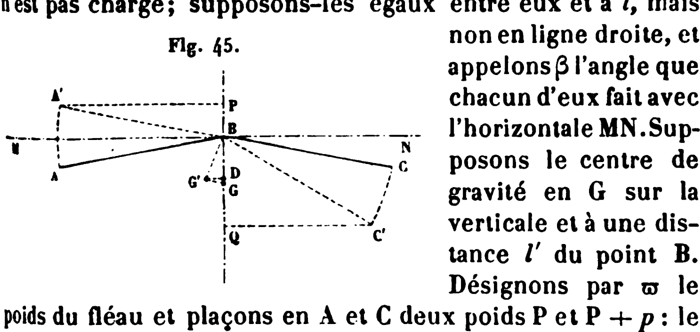
SENSIBILITÉ. — Il faut que ces conditions soient réalisées pour que la balance soit exacte; mais elles ne suffisent pas pour qu'elle soit sensible, c'est-à-dire pour qu'elle puisse accuser, par une grande inclinaison du fléau, des différences très-légères entre les poids que l'on veut comparer. Or il est évident que, toutes choses égales d'ailleurs, l'inclinaison croîtra quand le bras de levier BG à l'extrémité duquel agit le poids du fléau diminuera; par conséquent, la sensibilité est d'autant plus grande que le centre de gravité G est plus rapproché de l'axe de suspension B.

Nous avons admis jusqu'à présent que les trois points A, B, C

sont en ligne droite; c'est, en effet, le cas que l'on cherche à réaliser quand on construit une balance. Mais lors même qu'on pourrait atteindre cet alignement parfait, il serait impossible de le maintenir pendant les pesées, attendu que le fléau se fléchit sous l'influence des charges qu'il porte. Il convient donc d'examiner le cas plus général où les deux points d'attache A et C, tout en restant symétriques par rapport à BG, seraient placés au-dessous de l'axe de suspension B.

Soient AB et BC (*fig.* 45) les deux bras du fléau, quand il n'est pas chargé; supposons-les égaux entre eux et à l, mais non en ligne droite, et appelons β l'angle que chacun d'eux fait avec l'horizontale MN. Supposons le centre de gravité en G sur la verticale et à une distance l' du point B. Désignons par ϖ le poids du fléau et plaçons en A et C deux poids P et $P+p$: le système s'inclinera d'un angle α et se placera en A′BC′G′. Pour que l'équilibre ait lieu, il faut que la somme des moments des poids appliqués en A′, C′, G′ soit nulle; on aura

Fig. 45.



$$P \times A'P + \varpi G'D = (P+p)C'Q;$$

$$Pl\cos(\alpha-\beta) + \varpi l' \sin\alpha = (P+p)l\cos(\alpha+\beta),$$

$$Pl(\cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta) + \varpi l' \sin\alpha$$
$$= (P+p)\,l(\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta);$$

mettant en facteur commun $\sin\alpha$ et $\cos\alpha$,

$$\cos\alpha\,[Pl\cos\beta - (P+p)\,l\cos\beta]$$
$$+ \sin\alpha\,[Pl\sin\beta + (P+p)\,l\sin\beta + \varpi l'] = 0,$$

réduisant, divisant par $\cos\alpha$ et résolvant l'équation par rapport à $\tan\alpha$,

$$\tan\alpha = \frac{pl\cos\beta}{2Pl\sin\beta + pl\sin\beta + \varpi l'} = \frac{1}{\frac{2P+p}{p}\tan\beta + \frac{\varpi l'}{pl}\sec\beta}.$$

L'angle α exprime l'inclinaison que reçoit le fléau quand il y a dans un des plateaux un excès de poids p; et comme cette inclinaison est toujours très-petite, tang α peut être considéré comme mesurant la sensibilité de l'appareil. Or on voit d'abord que le deuxième membre dépend de P, c'est-à-dire que la sensibilité varie avec la charge commune des deux plateaux, et qu'elle diminue quand cette charge augmente. La balance perdra donc une partie de sa sensibilité, à mesure qu'on la chargera davantage.

Si les deux points A et C, au lieu d'être au-dessous de B, étaient situés au-dessus, on pourrait refaire le calcul précédent et rien n'y serait changé, si ce n'est le signe de β. La formule serait

$$\tan g\alpha = \frac{pl\cos\beta}{(2P+p)l\sin\beta + \varpi l'}.$$

Le dénominateur diminuerait, et la sensibilité croîtrait avec la charge. Il est donc évident que la position que l'on donne aux points d'appui et de suspension des plateaux exerce une très-grande influence, et qu'en général la sensibilité de la balance est variable, suivant qu'elle porte des poids plus ou moins forts. Mais si les trois points A, B, C étaient sur une même ligne droite, l'angle β serait nul, et la formule précédente se réduirait à

$$\tan g\alpha = \frac{pl}{\varpi l'}.$$

La sensibilité resterait constante et indépendante des poids communs P *qui chargeraient les plateaux.*

C'est cette condition que l'on cherche à réaliser, et alors la sensibilité de la balance est : 1° proportionnelle à la longueur l de chaque bras de levier; 2° inversement proportionnelle au poids ϖ du fléau; 3° inversement proportionnelle à la distance l' du centre de gravité au point de suspension.

Voici dès lors quelles sont les règles théoriques qui doivent diriger le constructeur dans la fabrication des balances. S'il veut les rendre sensibles et justes, il doit :

1° Faire les deux bras du levier sensiblement égaux;

2° Établir en ligne droite les axes de suspension du fléau et des plateaux;

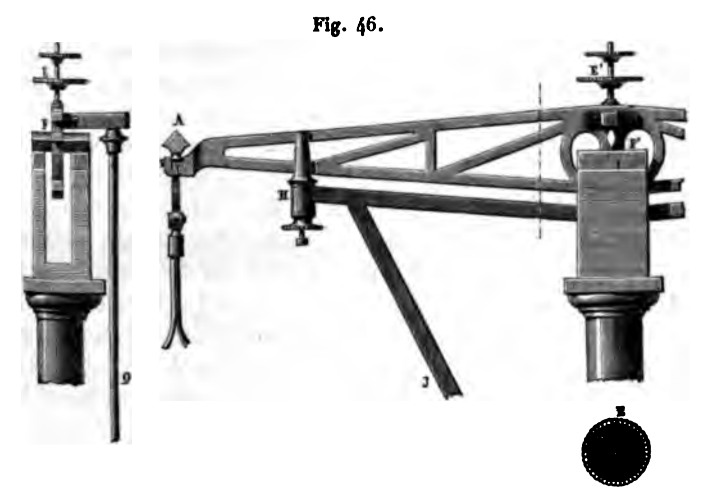
3° Donner une grande longueur au fléau;

4° Réduire le poids de ce fléau autant que cela est possible;

5° Placer le centre de gravité au-dessous du point de suspension et très-près de lui.

DESCRIPTION D'UNE BALANCE PRÉCISE. — Pour réaliser ces conditions multipliées et délicates, on taille le fléau dans une règle plate de bronze ou d'acier (*fig.* 46). On lui donne une longueur de 60 centimètres environ et une épaisseur qui ne dépasse pas

Fig. 46.



5 millimètres; il a sensiblement la forme d'un losange allongé, et, pour en diminuer le poids, on y pratique de larges entailles qui ne laissent subsister que les côtés du losange soutenus par des supports transverses. On satisfait ainsi à ce double besoin d'avoir un fléau long et léger, tout en lui conservant une grande résistance à la flexion.

Avant de songer à régler les axes de suspension, il fallait d'abord se préoccuper de les réaliser mécaniquement : c'est-à-dire de construire des supports linéaires, perpendiculaires au plan d'oscillation du fléau, capables de résister aux charges qu'ils doivent supporter, ne se déplaçant pas pendant les oscillations, et rendre les suspensions assez mobiles pour ne pas empêcher les mouvements par des résistances passives dues à leur frottement. Fortin imagina d'encastrer dans le fléau un

prisme d'acier trempé F, F' dont l'arête inférieure, bien rectiligne, pose sur un plan poli d'acier ou d'agate. Il est clair que ce support réalise à souhait l'axe mathématique dont on avait besoin. Aux extrémités du fléau deux autres prismes U, dont les arêtes tranchantes sont placées vers le haut, servent à supporter des plans d'acier mobiles A auxquels sont suspendus les plateaux. Les axes de suspension sont donc représentés par les arêtes de ces trois prismes. Ce sont elles qu'il faut aligner pour placer en ligne droite les points de suspension, et ce sont les distances des arêtes extrêmes à celle du milieu qu'il faut rendre égales pour obtenir deux bras de levier égaux.

Le plus souvent le constructeur se charge une fois pour toutes de régler les trois prismes : c'est le cas de la balance dont nous donnons la figure. Quelquefois on laisse à l'expérimentateur le soin de le faire lui-même, ce qui vaut bien autant. Alors deux des couteaux sont fixes et le troisième se déplace au moyen d'un double système de vis qui peut, ou l'élever et l'abaisser pour l'aligner avec les deux autres, ou le transporter horizontalement pour égaliser les bras de levier.

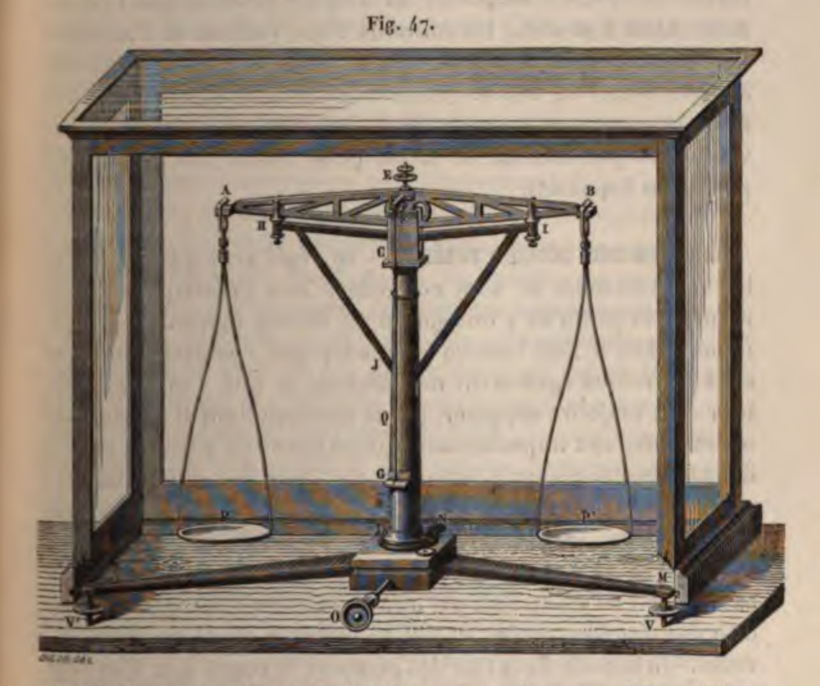
Il ne reste plus qu'à placer le centre de gravité du fléau au-dessous du point de suspension et tout près de lui; c'est la plus importante de toutes les conditions, car c'est elle qui détermine la stabilité et la sensibilité de la balance : voici le mécanisme simple qui a été adopté. Sur l'arête supérieure du fléau et au-dessus du point de suspension, on a planté verticalement une vis à pas très-serrés. Deux boutons filetés E, E', taillés en écrous, se meuvent sur elle : l'inférieur est gros et lourd, le supérieur est petit et léger, et quand on abaisse ou qu'on monte ces boutons, le centre de gravité descend ou s'élève, beaucoup si c'est le bouton lourd qui marche, lentement si l'on déplace le contre-poids plus léger. Le centre de gravité devenant mobile au moyen de cet artifice, il est possible de donner à la balance autant ou aussi peu de sensibilité qu'on le désire. On a même perfectionné ce dispositif en perçant un trou excentrique T dans l'un des boutons, ce qui fait qu'en le tournant on déplace latéralement le centre de gravité, et qu'on le met exactement dans le plan vertical qui passe par l'arête de suspension au moment où le fléau est horizontal.

Si elle se réduisait aux pièces que nous venons de décrire,

la balance n'offrirait aucun moyen de reconnaître le moment où le fléau est horizontal. Il faut un indicateur de ses mouvements, et c'est une aiguille d'acier Q (*fig.* 47) qui descend du milieu du levier jusqu'à la base du support, où elle oscille vis-à-vis une lame d'ivoire G divisée en parties égales. Quand la balance est vide, on règle les vis calantes, de manière à placer l'extrémité de l'aiguille indicatrice au zéro de la division : c'est le point de départ, et, pour peu que le fléau s'incline sur sa position primitive, l'aiguille se meut sur le limbe; étant très-longue, elle accuse évidemment les moindres déplacements.

Il nous reste à dire comment on soutient toute la balance. Elle repose sur un pied en fonte LMN (*fig.* 47), à vis calantes

Fig. 47.



V, V'. Du centre de ce pied s'élève une colonne en laiton DC, et sur le sommet de celle-ci se trouve le plan d'acier qui soutient le couteau central F. S'il était toujours soutenu ainsi, il serait bientôt émoussé, et la balance, outre qu'elle s'altérerait très-vite, ne pourrait être transportée; aussi, l'on voit dans la figure

une fourchette HIJ dont les bras embrassent le fléau : elle peut se soulever et s'abaisser par le moyen d'une crémaillère cachée dans la colonne, et avec laquelle on engrène un pignon denté qu'on manœuvre par un bouton extérieur O. En tournant celui-ci, on soulève la fourchette, qui saisit le fléau et le soutient fixement entre ses bras H et I; en le tournant en sens inverse, on descend la fourchette, qui dépose doucement le couteau sur le plan d'acier et abandonne le fléau à l'action des poids qui le sollicitent. De plus, comme une pesée est toujours une opération délicate, et qu'il faut éviter toutes les causes d'erreur, on enferme la balance dans une cage de verre qui repose sur le pied de l'instrument; on ne l'ouvre que pour mettre ou enlever les poids, on la ferme pendant que l'on mesure. Ainsi l'on évite les courants d'air, l'action de l'humidité sur les corps que l'on pèse, en même temps que l'on soustrait à toute cause de détérioration l'instrument délicat qui doit toujours être prêt à servir. Dans la figure on a enlevé le devant et le plancher de la caisse pour laisser voir toutes les pièces de l'appareil.

MÉTHODE DES DOUBLES PESÉES. — On voit avec quelle fidélité les constructeurs se sont conformés aux prescriptions de la théorie, et ce qu'ils y ont ajouté de détails mécaniques ingénieux. Mais il faut bien se persuader que ces précautions ne sont pas toutes également nécessaires, et que l'expérimentateur doit toujours suppléer, par la manière dont il conduit ses opérations, aux imperfections qui existent ou peuvent exister dans les appareils qu'il emploie. Or l'une des conditions les plus absolues auxquelles il faille satisfaire, celle qui rend la balance juste, est l'égalité des bras de levier; mais comme il est impossible de la réaliser rigoureusement, il faut savoir s'en passer, et l'on y parvient par une méthode inventée par Borda, dite des *doubles pesées*, et qui se pratique de la manière suivante. On dépose dans l'un des plateaux le corps que l'on veut peser, et on l'équilibre exactement en versant de la grenaille de plomb de l'autre côté; ensuite on retire le corps et on le remplace par des poids notés, jusqu'à reproduire l'équilibre. Il est évident que ces poids qui prennent exactement la place du corps dans le même plateau lui sont équivalents, que les

ras de levier soient égaux ou non. Il n'est donc plus nécessaire que la balance soit juste, il suffit qu'elle soit sensible.

Cela nous ramène à compléter, par quelques observations, ce que nous avons dit des conditions qui ont pour but d'accroître la sensibilité de l'appareil. Nous avons vu que pour y parvenir on augmente la longueur du levier pendant qu'on l'évide pour en diminuer le poids. Quand on exagère ces précautions, qui sont bonnes en elles-mêmes, on tombe dans le grave inconvénient de diminuer la rigidité du fléau ; il éprouve alors, sous l'effet des charges qu'il supporte, des flexions qu'il est difficile de mesurer et impossible d'empêcher. Dès lors les couteaux extrêmes s'abaissent, les points de suspension cessent d'être alignés, le centre de gravité descend et la sensibilité de la balance décroît avec la charge. Ce sont là des effets que l'on remarque dans tous les instruments et auxquels il faut remédier : cela est heureusement facile.

Que l'on veuille d'abord peser des corps très-petits : on commencera par relever les deux boutons, jusqu'à rendre la balance folle, puis on abaissera progressivement l'un d'eux, jusqu'au moment où elle commencera à redevenir stable, et on lui donnera de cette manière le maximum de sensibilité qu'elle peut atteindre dans ce cas. Si ensuite on veut peser 2 kilogrammes, par exemple, on chargera approximativement la balance de ce poids, ce qui la rendra très-paresseuse, parce qu'elle fléchira ; mais on lui rendra toute sa sensibilité première en relevant les boutons jusqu'au moment où elle va cesser de rester stable pour devenir folle. On voit donc qu'avant d'exécuter une pesée, il faut approximativement savoir quel poids on veut apprécier, et régler à l'avance la sensibilité de l'appareil pour ce poids spécial.

DÉTAILS DES PRÉCAUTIONS NÉCESSAIRES POUR OBTENIR UNE PESÉE EXACTE. — L'exécution d'une pesée étant une des opérations les plus délicates et les plus importantes de la physique, nous croyons devoir donner quelques détails sur la manière de la bien faire. On commence par fixer invariablement la balance sur une table épaisse et immobile, loin des rues agitées ; on s'assied en face, puis, abaissant doucement le fléau par le moyen du bouton extérieur, on s'assure que l'aiguille se fixe

au zéro, et si elle n'y vient pas, on l'y amène en faisant jouer les vis calantes. La balance étant ainsi réglée, on place le corps d'un côté, de la grenaille de l'autre, et l'on établit grossièrement l'équilibre, ce qui n'est jamais difficile à faire. Pour l'obtenir ensuite exactement, il faut relever la fourchette pour fixer le fléau, éteindre avec la main les oscillations des plateaux, fermer la cage, abaisser de nouveau et très-lentement le fléau, et examiner l'aiguille qui oscille lentement à droite et à gauche du zéro des divisions. On observe quatre ou cinq oscillations successives; si elles sont symétriques, la pesée est bonne; si elles ne le sont pas, il faut ajouter ou retirer délicatement un grain de plomb avec des pinces et recommencer l'observation. L'opérateur arrive bientôt à reconnaître qu'en ajoutant un grain de plus à une tare trop faible, elle devient trop forte. Il doit alors employer ou de la grenaille plus fine, ou de petits morceaux de papier, ou même des grains de sable, répéter la même opération avec ces grains de plus en plus menus, et s'arrêter enfin quand les oscillations sont devenues rigoureusement symétriques.

Alors il faut enlever le corps, le remplacer par des poids notés, et recommencer avec ces poids l'opération que l'on a faite avec les grains de la tare. On trouve aisément que la pesée est comprise entre n et $n+1$ grammes; il n'y a plus dès lors qu'à ajouter une fraction de gramme. Or les boîtes de poids contiennent 9 décigrammes en quatre poids différents qui valent, le premier 5 décigrammes, le second 2 et les deux derniers 1 décigramme, et il est clair qu'en les combinant ensemble de diverses manières, on peut former 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 décigrammes. On essaye successivement ces divers poids en commençant par le plus élevé, et l'on reconnaît que la pesée est comprise entre deux nombres de décigrammes consécutifs, par exemple entre 9 et 8; la pesée est alors exacte à 1 décigramme près. On passe ensuite aux centigrammes qui sont disposés de la même manière et avec lesquels on opère de la même façon. Enfin on arrive aux milligrammes en augmentant les précautions à mesure que les fractions que l'on veut apprécier deviennent plus petites.

MANIÈRE DE FAIRE DES POIDS. — On ne doit pas ajouter une

confiance complète aux fractions de gramme que l'on trouve dans le commerce, et comme il est toujours facile de les préparer, il vaut mieux ne se fier qu'à soi-même. Voici comment on peut faire des poids. On choisit un fil de platine fin, passé plusieurs fois dans la même filière et pesant environ 1 gramme pour une longueur de 1 mètre; après en avoir coupé un poids quelque peu supérieur à 1 gramme, on lime son extrémité jusqu'à le réduire à 1 gramme exact; on l'étend ensuite dans une rainure rectiligne pour mesurer sa longueur précise, et comme chaque dixième de la longueur totale doit peser 1 décigramme, on le coupe pour former 5, 2, 1, 1 décigrammes, en prenant 5, 2, 1, 1 dixièmes de longueur. Il reste un dernier dixième pesant 1 décigramme que l'on étend dans une autre filière jusqu'à l'amener à une plus grande longueur, égale à 1 mètre environ; on répète pour obtenir les centigrammes l'opération qu'on vient de faire pour les décigrammes, et on la continue pour les milligrammes. Cette méthode est aussi exacte qu'elle est simple. On peut ensuite replier les petits cylindres que l'on vient d'obtenir et leur donner une forme qui rappelle leur poids.

*VARIATION DU POIDS DES CORPS. — Le poids d'un corps quelconque n'est pas constant; il augmente quand on s'éloigne de l'équateur pour s'approcher du pôle, et diminue quand on s'élève au-dessus de l'horizon, absolument dans le même rapport que l'accélération g, de façon que la masse $\frac{P}{g}$ reste constante. Mais comme cette variation de poids est la même pour les corps solides ou liquides, les pesées faites au moyen d'une balance donnent le même résultat, quelles que soient la latitude et l'altitude du lieu où on les exécute, et le nombre de grammes que pèse un corps reste toujours le même; seulement, c'est le gramme, ou le poids d'un centimètre cube d'eau, qui n'est pas constant et qui change d'un lieu à l'autre. Si donc on veut que le gramme soit une unité fixe, il faut le définir comme étant le poids de 1 centimètre cube d'eau à 4 degrés sous la latitude de 45 degrés, qui est à peu près celle de Paris, et au niveau de la mer. Alors le poids vrai de 1 centimètre cube d'eau, à diverses latitudes et altitudes, varie comme l'accéléra-

tion g d'après la formule que nous avons démontrée, et l'on a

$$p = (1 - 0,002552 \cos 2\lambda)\left(1 - \frac{2h}{R}\right).$$

POIDS SPÉCIFIQUE. — Le poids d'une substance homogène varie proportionnellement à son volume. On peut donc écrire

$$P = Vp \quad \text{et} \quad \frac{P}{V} = p.$$

p est ce qu'on nomme le *poids spécifique du corps*. C'est le poids d'un volume égal à l'unité; il est constant pour une même substance, quand elle reste à la même température; il est variable d'un corps à un autre. C'est donc un des éléments qui caractérisent les divers corps que l'on étudie en chimie, et il faudra le déterminer pour chacun d'eux.

Mais puisqu'il exprime le poids d'un volume déterminé, ce coefficient varie avec les unités choisies pour mesurer les poids et les volumes; il change, par conséquent, d'un pays à l'autre. Pour éviter cette variation, on compare les poids spécifiques à une unité de même espèce, à celui de l'eau, à 4 degrés, et l'on a, à volume égal,

Pour un corps quelconque.... $P = Vp$,
Pour l'eau.................. $P' = Vp'$,

et

$$\frac{P}{P'} = \frac{p}{p'} = \varpi.$$

ϖ exprime le rapport du poids spécifique d'un corps considéré à celui de l'eau à 4 degrés: c'est le *poids spécifique relatif*. On voit que, pour l'obtenir, il faudra chercher le rapport de P à P', c'est-à-dire du poids d'un volume quelconque du corps à celui d'un égal volume d'eau à 4 degrés. Ce rapport est maintenant indépendant des unités choisies pour mesurer les poids et les volumes dans les divers pays.

On a ensuite

$$P = P'\varpi = Vp'\varpi;$$

c'est-à-dire que le poids d'un corps est égal au produit de son volume V par son poids spécifique relatif ϖ et par le poids p' d'un volume d'eau égal à l'unité et à 4 degrés.

Nous avons pris en France pour unité de poids celui de 1 centimètre cube d'eau à 4 degrés, c'est-à-dire le poids p' de l'unité de volume d'eau. Alors p' étant égal à l'unité, l'équation précédente devient

$$P = V\varpi.$$

Mais cette simplification de la formule n'a lieu que quand on emploie ces unités de mesure et quand on rapporte les poids spécifiques à l'eau.

Par exemple, quand il s'agit des gaz et des vapeurs, ce n'est pas à l'eau, mais à l'air que l'on rapporte les poids spécifiques. p' représente alors le poids de $1^{gr},293$ de l'unité de volume ou de 1 litre d'air à zéro et à $0^{m},760$ de pression, et si l'on veut avoir le poids d'un volume V de gaz dont on connaît le poids spécifique ϖ, on a

$$P = V\varpi(1^{gr},293).$$

DENSITÉ. — Nous avons précédemment défini ce que l'on nomme la *masse d'un corps*. Elle se mesure par le rapport des forces qui agissent sur lui à l'accélération qu'ils lui donnent. Or la masse varie pour une même substance proportionnellement au volume, et l'on a

$$m = Vd, \quad \frac{m}{V} = d.$$

d se nomme la densité : c'est la masse de l'unité de volume.

On peut comparer les masses des divers corps à celle de l'eau à volume égal. Si m', V, d' sont les données relatives à l'eau à 4 degrés, on a

$$m = Vd, \quad m' = Vd',$$

$$\frac{m}{m'} = \frac{d}{d'} = \delta.$$

Ce rapport δ des masses à volumes égaux est la *densité relative*, en prenant celle de l'eau pour unité.

Or on a

$$m = \frac{P}{g}, \quad m' = \frac{P'}{g};$$

d'où

$$\frac{m}{m'} = \frac{P}{P'} = \delta = \varpi.$$

Il résulte de là que les densités relatives s'expriment par l même nombre que les poids spécifiques relatifs; mais la den sité et le poids spécifique sont néamoins des choses diffé rentes, et les unités auxquelles on les compare ne sont pa les mêmes : l'une est le poids de l'eau sous l'unité de volume, l'autre la masse de l'eau sous l'unité de volume.

Dans le langage ordinaire, on confond souvent les mots *den- sité* et *poids spécifique*, et l'on exprime par là soit les poids spécifiques p, soit les poids spécifiques rapportés à l'eau ϖ soit les densités d, soit les densités relatives δ. Il en résulte de fréquentes confusions, que l'on évitera en se rappelant les notions précédentes (*).

(*) M. Delaunay, dans son *Traité de Mécanique rationnelle*, page 262, propose de conserver le mot de *poids spécifique* pour exprimer le poids p de l'unité de volume, et d'adopter une expression toute semblable, celle de *masse spécifique*, pour désigner la masse d de l'unité de volume; et comme ce que nous avons appelé *densité* et *poids spécifiques relatifs* sont des rapports égaux, on les confondrait sous le nom commun de *densité*. Il serait à désirer que l'on adoptât ces définitions qui éviteraient toute confusion.

NEUVIÈME LEÇON.

DE L'ÉLASTICITÉ DANS LES SOLIDES.

Élasticité en général. — Cas de la traction. — Lois de l'élasticité de traction. — Coefficient d'élasticité. — * Changement de volume pendant la traction. — * Expériences de Cagniard-Latour. — * Expériences de Wertheim. — * Compressibilité cubique. — Élasticité de torsion. — Lois de l'élasticité de torsion. — * Méthode des oscillations. — * Élasticité de flexion. — Baromètre et manomètre de M. Bourdon. — Limites de l'élasticité.

DE L'ÉLASTICITÉ EN GÉNÉRAL. — Tous les corps, solides, liquides ou gazeux, sont des agglomérations de molécules juxtaposées. Le volume de ces molécules échappe à tous les moyens de mesure; ce qui est certain, c'est qu'il est très-petit. La manière dont elles sont groupées ne nous est pas mieux connue; ce qui est probable, c'est qu'elles ne sont point en contact, mais séparées par des distances intermoléculaires qui augmentent quand on échauffe le corps, et qui diminuent si on le refroidit ou si on le comprime.

Puisque les corps matériels s'attirent, quelles que soient leur distance et leur nature, il faut admettre que les molécules dont une substance est formée exercent entre elles une action mutuelle qui doit être considérable puisqu'elles sont très-voisines, et qui tend à les rapprocher de plus en plus, en augmentant d'intensité à mesure que leur distance diminue : d'où il résulte qu'elles ne devraient se tenir en équilibre qu'au moment où elles seraient en contact et que la porosité ne devrait pas exister. Comme ce n'est pas ce que nous voyons dans la nature, nous sommes conduits à admettre l'existence d'une autre force, agissant par répulsion, augmentant quand la distance décroît, de façon qu'arrivés à une position déterminée, les atomes puissent prendre un équilibre stable sous l'action de forces égales et opposées, tout en restant à distance.

On ne sait ce que devient l'attraction entre les molécules

voisines, ni si elle est encore proportionnelle aux masses, ni si elle varie avec l'espèce particulière de matière, ni si elle s'exerce en raison inverse du carré des distances. On ne sait pas davantage quelle est la nature ou quelles sont les lois de variation de cette force répulsive que nous venons d'imaginer; seulement on reconnaît la nécessité de l'admettre, sans avoir la possibilité d'en connaître la cause, afin de se représenter comment il se peut que des molécules puissent se tenir à distance, en équilibre entre des forces opposées. Il est évident ensuite que les actions extérieures vont modifier cet équilibre.

Admettons, par exemple, un cylindre reposant sur un plan invariable; nous pouvons le considérer comme formé par la superposition d'assises horizontales de molécules AB, A'B' (*fig.* 48), séparées par des intervalles très-petits. Plaçons sur AB un poids très-fort, il poussera AB vers A'B', diminuera la distance de ces couches, et l'équilibre sera rompu. Alors la force de répulsion l'emportera sur la force attractive, et leur différence augmentera jusqu'à devenir égale au poids P; elle s'exercera de bas en haut sur AB pour équilibrer P, et de haut en bas sur A'B', qui se trouvera dans les mêmes conditions que si le poids était directement placé sur sa surface. A'B' agira ensuite sur la tranche suivante comme AB sur elle, et la pression se transmettra de proche en proche jusqu'au plan qui soutient le cylindre.

Fig. 48.



Il y aura eu dès lors un rapprochement égal de toutes les couches, et par suite une diminution de longueur du cylindre qui sera proportionnelle au nombre des assises, c'est-à-dire à la longueur totale, et ce rapprochement aura déterminé entre chaque couche CD et C'D' une force répulsive égale au poids superposé. Si, au lieu de supposer un cylindre pressé, nous avions pris comme exemple une règle fixée par une extrémité et tirée par l'autre, les distances des assises voisines auraient augmenté au lieu de diminuer, et l'équilibre nouveau eût été atteint quand l'excès de la force attractive sur la force répulsive fût devenu égal au poids tenseur. Ces actions de compression

et de traction sur un cylindre développent donc deux phénomènes observables, une diminution ou une augmentation de longueur d'abord, une réaction entre chaque couche de molécules ensuite, et celle-ci est égale au poids qui presse ou qui tire.

Mais aussitôt que l'effort extérieur cesse d'agir, les forces moléculaires qui avaient déterminé le premier état d'équilibre tendent à ramener les atomes à leur place primitive, et il se manifeste ainsi une propriété générale des corps que l'on nomme *élasticité :* c'est leur tendance à revenir à la forme première, quand une action qui leur a fait éprouver des changements très-petits cesse d'agir.

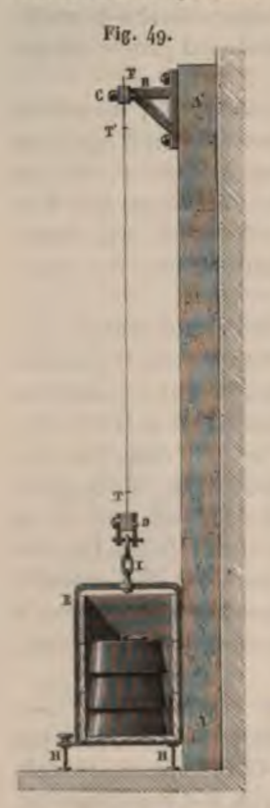
C'est à cette propriété que les corps doivent d'exécuter les oscillations sonores : l'étude de cette propriété est le préliminaire obligé de l'acoustique; c'est l'élasticité qui transmet les forces dans les machines; c'est à ses lois qu'il faut se conformer pour éviter les flexions que subissent les matériaux dans les constructions, et ne pas dépasser les limites des efforts qu'ils peuvent supporter sans se rompre; c'est d'ailleurs une étude extrêmement difficile, car il faut y employer à la fois les ressources de l'expérimentation la plus délicate et des théories mathématiques les plus complexes. Nous nous bornerons à quelques cas élémentaires et à quelques résultats de la théorie.

TRACTION. — Le plus simple de tous les problèmes de l'élasticité est celui où une verge solide serait pressée ou tirée par un poids dans le sens de sa longueur. On reconnaît bientôt que la contraction développée par un poids qui comprime est égale à l'allongement produit par l'effet du même poids quand il tire; nous nous contenterons dès lors d'étudier le cas de la traction et de mesurer les rapports de l'allongement et des charges.

Les expériences se font au moyen d'une potence de fer très-forte B (*fig.* 49), scellée dans un mur solide et soutenue par une jambe de force; elle se termine par une face plane verticale d'acier trempé et striée comme une lime, contre laquelle s'applique une autre plaque d'acier également striée, qui peut être serrée par des boulons C : ces deux pièces constituent les deux mâchoires d'un étau solide, entre lesquelles on fixe par une

forte pression l'extrémité supérieure F de la verge que l'on veut étirer. On dirige cette verge verticalement, on saisit l'extrémité inférieure dans un étau D, construit comme le premier et auquel on suspend, par le moyen d'un crochet, une grande et forte caisse de chêne EHH dans laquelle on place des poids par rangées horizontales. Lorsque ces poids sont nombreux, la verge s'allonge sensiblement; quand on les enlève, elle revient à son état primitif. Pour mesurer l'allongement, il faut prendre quelques précautions.

Fig. 49.



Si l'on introduisait brusquement des poids dans la caisse suspendue, on donnerait à l'appareil des secousses capables de rompre la verge : il fallait les éviter, et pour cela la caisse est munie de trois longues vis à caler HH que l'on abaisse avant toute expérience, afin que la caisse soit portée par le sol; puis on établit la charge et l'on relève les vis peu à peu pour faire progressivement porter l'effort des poids sur la verge : cela se fait lentement et sans brusque secousse. Il faut se prémunir encore contre une erreur qu'il est facile de commettre. Les verges, quand on les prend minces, ayant toujours une courbure irrégulière, le premier effet des poids est de les redresser; et par cela même qu'elles deviennent rectilignes, elles semblent s'allonger; il faudra donc commencer par un poids initial suffisant pour les tendre, et y ajouter ensuite des charges successives, les seules dont on tiendra compte et dont on mesurera l'effet.

Les allongements étant toujours très-petits, c'est avec un cathétomètre qu'on les mesure. On le fixe en avant de la potence; on le règle une fois pour toutes; puis on trace aux deux extrémités de la verge deux repères T et T' avec une lime fine

ou un burin; mais quelques déliés qu'ils soient, la lunette avec laquelle on les regarde les grossit et les fait paraître larges. On convient toujours de viser le même bord des deux traits, et leur distance mesurée par le cathétomètre est la longueur de la règle à chaque phase de l'expérience : cette mesure est indépendante des tassements et des flexions éprouvés par le support et la potence.

LOIS DE L'ÉLASTICITÉ DE TRACTION. — I. Cela posé, nous pouvons d'abord essayer de vérifier si, conformément aux idées théoriques que nous avons émises, l'allongement est proportionnel à la longueur. On trace à cet effet plusieurs traits équidistants le long de la verge; si leurs distances au repère supérieur sont 1, 2, 3, 4, quand on les mesure sous l'action d'une charge initiale quelconque, elles deviennent $1+\varepsilon$, $2+2\varepsilon$, $3+3\varepsilon$,..., quand la traction augmente. Les allongements sont donc *proportionnels aux longueurs des verges*.

II. On ne peut *à priori* savoir comment varieront les allongements d'une même tige quand les charges croîtront, c'est à l'expérience seule qu'il appartient de le montrer. Prenons donc des poids P, 2P, 3P,..., nous trouverons des allongements ε, 2ε, 3ε,..., c'est-à-dire qu'ils sont *proportionnels aux charges*. Ce résultat est important, car les allongements sont la somme des augmentations de la distance des diverses couches moléculaires, et le poids tenseur est égal à la force attractive qui se développe entre elles quand elles s'écartent; cette force est donc proportionnelle à l'écartement des molécules.

III. Un résultat que l'on peut prévoir est que l'allongement doit être en raison inverse de la section de la verge, car le poids se répartit également sur tous les éléments de cette section; si elle reste égale en changeant de forme, l'effet doit rester le même; si elle devient double, l'effet doit devenir moitié moindre, car on est dans les mêmes conditions que si l'on remplaçait la verge unique par deux verges égales tirées chacune par un poids moitié moindre : l'expérience vérifie cette prévision, et l'allongement est *en raison inverse de la section*.

IV. Enfin on conçoit que chacune des substances que l'on étudiera ne possédera pas, toutes choses égales d'ailleurs, une égale facilité à s'allonger : les unes se dilateront plus, les au-

…uits à *diverses*

…	300°
…30	»
…08	5482
…74	6374
…827	7862
…178	12964
…21877	17700
…20014	17926
…92	19278

…TRACTION. — Jusqu'ici …tions de longueur qui …verges pendant qu'on les …nt qu'on les étire; mais …ment que la section hori… …ster la même avant et pen… …il est extrêmement probable …nt, la verge doit devenir plus …ce que prouve clairement une …nette qui est due à Wertheim. …s de caoutchouc soigneusement …fig. 50); elles avaient 300 milli… …ongueur environ; leur forme était …prisme à base carrée et le côté de la …riait de 9 à 47 millimètres. Il les …par leurs extrémités dans des arma… …fer B et A; l'une portait un crochet des… …outenir verticalement l'appareil à un ap… …e; l'autre B supportait un poids tenseur P. …e de la facilité que possède le caoutchouc …tendre beaucoup, on produisait un allon… …ent très-considérable et on le mesurait; et …mme la section des verges était fort grande, …n compas constater et apprécier les varia… …ue la traction faisait éprouver à ces tiges : …s'allongeant le caoutchouc devenait plus …avait prévu.

tres moins. Chacune d'elles aura un *coefficient d'allongement* qui lui est propre : c'est une des constantes qui servira à la caractériser.

En résumé, l'allongement ε est : 1° proportionnel à la longueur de la verge ; 2° au poids P qui la tend ; 3° en raison inverse de la section S ; 4° proportionnel à un coefficient C : ce qui donne la formule

$$\varepsilon = C\frac{PL}{S},$$

d'où l'on tire

$$\frac{P}{S} = \frac{1}{C}\frac{\varepsilon}{L},$$

$$p = \frac{1}{C}\alpha,$$

en désignant par p le poids qui agit sur l'unité de surface, et par α l'allongement par unité de longueur.

$\frac{1}{C}$ se nomme le *coefficient d'élasticité :* désignons-le par Q et nous aurons

$$p = Q\alpha.$$

Le coefficient Q d'élasticité représente un poids, c'est celui qui, agissant sur l'unité de surface et sur l'unité de longueur, produirait un allongement α égal à l'unité, c'est-à-dire le poids qui doublerait la longueur de la règle dont la section est égale à l'unité : cette définition ne se fonde pas sur l'expérience, car on ne peut allonger une barre d'une longueur égale à elle-même sans la rompre.

Dans ces formules, on est convenu de prendre le mètre et le kilogramme pour unités de longueur et de poids, et le millimètre carré pour unité de section.

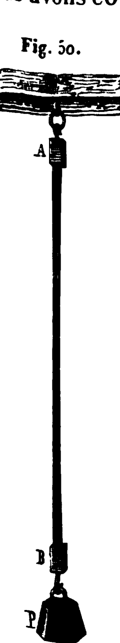
Voici un tableau de coefficients d'élasticité, d'après Wertheim.

Coefficient d'élasticité des métaux recuits à diverses températures.

	15° à 20°.	100°.	200°
Plomb	1727	1630	»
Or	5584	5408	5482
Argent	7140	7274	6374
Cuivre	10519	9827	7862
Platine	15518	14178	12964
Fer	20794	21877	17700
Acier fondu	19561	19014	17926
Acier anglais	17278	21292	19278

*CHANGEMENT DE VOLUME PENDANT LA TRACTION. — Jusqu'ici nous avons considéré seulement les variations de longueur qui se produisent dans les verges pendant qu'on les comprime ou pendant qu'on les étire; mais on comprendra aisément que la section horizontale ne peut rester la même avant et pendant ces actions : il est extrêmement probable qu'en s'allongeant, la verge doit devenir plus mince, et c'est ce que prouve clairement une expérience très-nette qui est due à Wertheim. Il prit des barres de caoutchouc soigneusement travaillées (*fig.* 50); elles avaient 300 millimètres de longueur environ; leur forme était celle d'un prisme à base carrée et le côté de la section variait de 9 à 47 millimètres. Il les mastiqua par leurs extrémités dans des armatures de fer B et A; l'une portait un crochet destiné à soutenir verticalement l'appareil à un appui fixe; l'autre B supportait un poids tenseur P. A cause de la facilité que possède le caoutchouc de s'étendre beaucoup, on produisait un allongement très-considérable et on le mesurait; et comme la section des verges était fort grande, on pouvait avec un compas constater et apprécier les variations d'épaisseur que la traction faisait éprouver à ces tiges : on vit alors qu'en s'allongeant le caoutchouc devenait plus mince, ce que l'on avait prévu.

Fig. 50.



La longueur primitive L augmente sous l'influence d'une charge quelconque et devient $L(1+\alpha)$, α représentant l'allongement de l'unité de longueur sous l'effort de la charge employée. La section qui était égale S décroît jusqu'à $S(1-\beta)$, β exprimant la contraction que subirait l'unité de section. Dès lors le volume est LS avant la traction, et il devient, quand elle se produit, égal à $LS(1+\alpha)(1-\beta)$, ou, en négligeant un terme très-petit, $LS(1+\alpha-\beta)$. On voit donc que si d'une part la verge s'allonge, de l'autre elle s'amincit, et que le volume total soumis à deux causes inverses de variations pourra croître ou décroître, suivant que α sera plus grand ou plus petit que β : c'est ce que les mesures doivent décider. Or elles ont montré que α est plus grand que β, c'est-à-dire que le volume augmente pendant que la traction s'opère et que par conséquent la densité de la substance diminue. C'est encore un résultat qui ne doit pas nous étonner, puisque l'effet de l'action exercée est d'écarter les molécules.

Mais pour aller plus loin, pour chercher les relations précises qui existent entre α et β, il faut évidemment s'adresser ou à la théorie mathématique de l'élasticité, ou à l'expérience, et même avoir recours à ces deux moyens à la fois : c'est ce qui a été fait, et malheureusement il reste sur ce point quelques incertitudes. Nous allons les faire connaître.

Poisson d'abord, et d'autres analystes ensuite, ont soumis au calcul la question qui nous occupe; ils sont arrivés à une loi très-simple qui peut s'énoncer ainsi : « L'allongement de l'unité de longueur est égal au double de l'augmentation de l'unité de volume. » D'après la notation précédente, on aurait $\alpha = 2(\alpha-\beta)$ ou $\alpha = 2\beta$, c'est-à-dire : « L'allongement α par unité de longueur est double de la diminution de section β par unité de surface. »

D'un autre côté, Cauchy a établi des formules plus générales qui comprennent comme cas particulier la solution précédente, mais qui montrent qu'elle n'est pas nécessaire et que l'on peut avoir entre α et β d'autres relations que l'expérience est appelée à déterminer.

* **EXPÉRIENCES DE CAGNIARD-LATOUR.** — Ainsi préparée, la question appelait nécessairement l'intervention des physiciens,

et des expériences positives ont été exécutées; l'une d'elles est due à Cagniard-Latour. Il fixa à un obstacle résistant M un fil métallique vertical MN (*fig.* 51); sa partie supérieure était attachée à un levier NOL mobile en O et sollicité par un poids P. Quand il n'était pas chargé, le fil avait une longueur déterminée et cette longueur augmentait quand on faisait agir le poids. Dans une expérience, l'allongement fut de 6 millimètres.

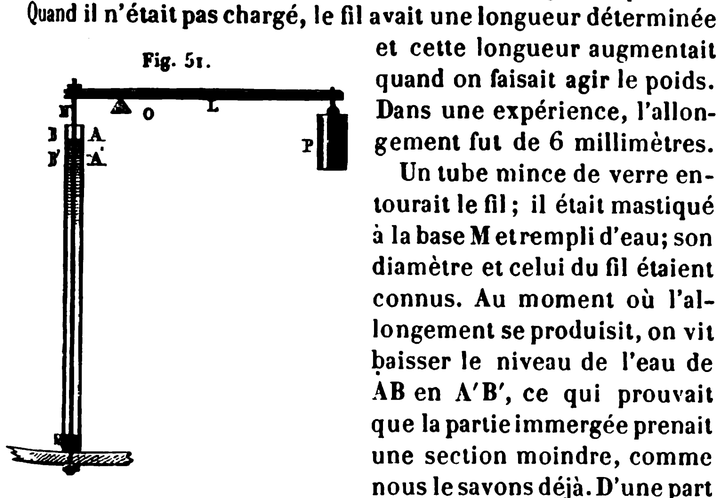


Fig. 51.

Un tube mince de verre entourait le fil; il était mastiqué à la base M et rempli d'eau; son diamètre et celui du fil étaient connus. Au moment où l'allongement se produisit, on vit baisser le niveau de l'eau de AB en A'B', ce qui prouvait que la partie immergée prenait une section moindre, comme nous le savons déjà. D'une part on mesura l'allongement α, de l'autre on put calculer la diminution β de la section en observant l'abaissement du niveau dans le tube de verre dont le diamètre était connu, et cela fait, Cagniard-Latour fut conduit à admettre que réellement $\alpha = 2\beta$, c'est-à-dire que les prévisions de la théorie de Poisson étaient justifiées.

Expériences de Wertheim. — Wertheim, au contraire, est venu infirmer ce résultat. Comme l'expérience précédente n'est pas susceptible d'une grande précision, il attribua la concordance des mesures avec la théorie de Poisson à des erreurs de détermination, et il exécuta des expériences qui paraissent mériter plus de confiance : l'exemple des barreaux de caoutchouc doit être cité en premier lieu. Comme on avait directement mesuré leur allongement et la contraction de leur section, on avait les valeurs de α et de β, et on trouva que l'augmentation de volume $\alpha - \beta$ était sensiblement égale, non à la moitié, mais au tiers de l'allongement α.

Une autre genre d'épreuve, dont l'idée appartient à M. Re-

gnault, fut ensuite exécuté par Wertheim : il fit tirer des tubes de laiton A sans soudure (*fig.* 52); ils furent fixés à leurs deux extrémités dans d'autres tubes courts et plus larges B, B'; l'inférieur était fermé; le supérieur était ouvert, et on pouvait visser à son extrémité un boulon C, terminé par un tube de verre très-étroit DF. Cet appareil ainsi préparé pouvait être soutenu par le haut et tiré par le bas, il s'allongeait comme une verge, et son volume intérieur s'agrandissait suivant la même loi qu'un noyau cylindrique du même métal qui l'aurait entièrement rempli.

Fig. 52.

On emplissait ce tube avec de l'eau jusqu'au niveau F, on exerçait la traction, et l'on mesurait, d'une part l'allongement, de l'autre l'abaissement du niveau de l'eau intérieure : l'expérience donnait donc à la fois l'allongement de l'unité de longueur α et l'augmentation de l'unité de volume $\alpha - \beta$, il ne restait plus qu'à les comparer. On trouva, conformément aux expériences faites sur le caoutchouc, et contrairement à la théorie de Poisson, que $\alpha - \beta$ était le tiers et non la moitié de α. Voici les résultats :

	Numéro des tubes.	$\frac{1}{2}\alpha$.	$\alpha - \beta$	$\frac{1}{3}\alpha$.
Laiton.	I.......	0,81047	0,52017	0,54032
	II......	0,87866	0,54363	0,58578
	III......	0,88949	0,56104	0,59299
Cristal.	I.......	5,3650	3,8613	3,5767
	II.......	4,0639	2,4217	2,7093
	III......	1,5282	1,1472	1,0188
	IV......	1,1938	0,7786	0,7959

En résumé, nous venons de montrer qu'au moment où une verge élastique est étirée, elle augmente de longueur et diminue de largeur, que l'effet de ces deux actions est inégal, et que le volume total augmente. Mais quand nous voulons comparer l'augmentation de longueur à l'accroissement de volume, nous rencontrons dans les théories et dans les expériences une divergence considérable. La théorie de Poisson indique que le changement par unité de volume est la moitié de l'allongement par unité de longueur : les expériences de Wertheim

conduisent à admettre qu'il en est le tiers. De nouvelles expériences paraissent nécessaires.

COMPRESSIBILITÉ CUBIQUE. — Quand on comprime à la fois tous les points de la surface d'un corps, toutes ses dimensions diminuent proportionnellement, sa densité augmente et son volume reste semblable à lui-même pour toutes les pressions possibles.

Soient p la pression en atmosphères sur chaque unité de surface extérieure, v et v' les volumes primitif et final, on aura

$$v' = v(1 - pk);$$

k est le coefficient de compressibilité cubique; il est évidemment lié au coefficient d'élasticité Q. Suivant Wertheim il serait égal à $\frac{1}{Q}$, c'est-à-dire au coefficient de compressibilité linéaire, de sorte qu'on aurait

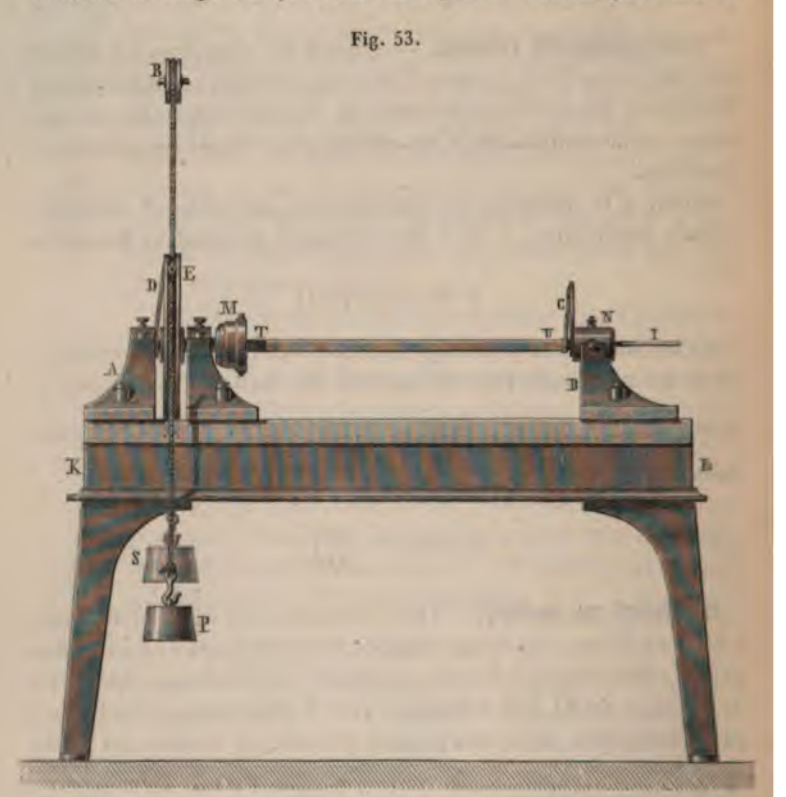
$$v' = v\left(1 - \frac{p}{Q}\right).$$

ÉLASTICITÉ DE TORSION. — Tout le monde sait que si l'on vient à fixer un fil ou une verge élastique par un bout et à le tordre par un effort exercé à l'autre extrémité, on développe une force de réaction du fil, qui augmente avec l'angle dont on l'a tordu; par conséquent, si le couple qui produit la torsion est P, le fil se tord peu à peu jusqu'à un angle égal à ω et le couple de réaction augmente jusqu'à faire équilibre au premier. Il y a, comme on le voit, deux couples qui sont égaux et se détruisent; de là vient que dans le langage on les confond sous le nom de *couple de torsion*, désignant ainsi celui que l'on fait agir et celui qui l'équilibre. Nous avons à chercher quelles relations existent entre l'angle de torsion et ce couple.

Pour cela, nous nous servirons d'abord de l'appareil de Wertheim (*fig.* 53); il se compose d'un banc de fonte très-lourd sur lequel sont disposées deux poupées analogues à celles d'un tour. La première B peut être transportée le long du banc et fixée par des boulons dans toutes ses positions; elle sert à encastrer l'une des extrémités de la verge que l'on veut

essayer. A cet effet, elle soutient une pièce percée où l'on enfonce la verge TU que l'on serre par une vis de pression N.

Fig. 53.



Il est nécessaire que l'extrémité U de la verge soit fixe pendant la torsion, et l'on s'en assure en y plaçant une aiguille C qui doit rester constamment en face d'un index immobile faisant partie de l'appareil.

L'autre bout T de la verge est saisi de la même manière dans un axe creux M, qui tourne entre des colliers horizontaux fixes. Cet axe porte une poulie E sur laquelle s'enroulent deux cordes. La première placée en avant de l'appareil, en E, est tirée par le poids P; la deuxième attachée de l'autre côté se dirige en remontant vers la poulie R, la contourne et soutient un autre poids S égal au premier. Il est évident que ces deux

poids concourent à produire un couple, à faire tourner la poulie E et à tordre la verge.

Pour mesurer la torsion produite, on a tracé sur l'une des faces de la poulie un cercle divisé et l'on a placé vis-à-vis une alidade immobile D; on lit la position du cercle avant l'action, on la lit de nouveau quand les poids fonctionnent, et la rotation mesurée est l'angle de torsion ω. Ce que nous voulons chercher, c'est le rapport de ω à l'action du poids $2P$ qui est appliqué au rayon r de la poulie, et dont le moment est $2Pr$: nous désignerons ce moment par F.

LOIS DE L'ÉLASTICITÉ DE TORSION. — I. En faisant les expériences, on trouve une première loi qui est la plus importante de toutes, c'est que si les moments du couple varient suivant les nombres 1, 2, 3, 4, les angles de torsion sont ω, 2ω, 3ω, 4ω, c'est-à-dire que l'angle de torsion est proportionnel au couple de torsion.

II. On soumet à l'action d'un même couple plusieurs morceaux d'une même tige dont les longueurs sont 1, 2, 3, 4; on trouve des angles de torsion ω, 2ω, 3ω,.... Donc les angles de torsion sont proportionnels aux longueurs.

III. Quand les verges sont des cylindres, que les rayons de la section sont 1, 2, 3, 4, les angles de torsion deviennent ω, $\frac{\omega}{16}$, $\frac{\omega}{81}$, $\frac{\omega}{256}$; d'où l'on conclut que sous l'action d'un même couple l'angle de torsion est en raison inverse de la quatrième puissance du rayon de la section.

IV. Enfin, toutes dimensions égales et sous les mêmes charges, les diverses substances se tordent inégalement et ont un coefficient spécial de torsion que nous appellerons $\frac{1}{T}$.

Toutes ces lois se résument par la formule suivante

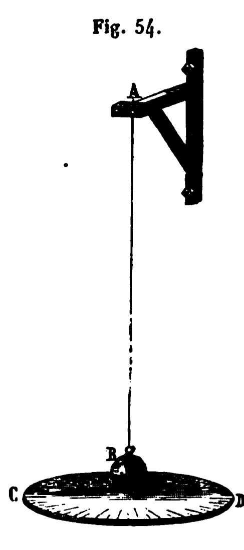
$$\omega = \frac{1}{T}\frac{Fl}{r^4}.$$

La méthode que nous venons de décrire ne peut s'appliquer qu'à des verges de forte dimension; elle ne peut être d'aucun secours si l'on veut examiner des fils très-fins. Comme on a fait déjà et que l'on fera encore, dans la suite, des applications

de l'élasticité de ces fils capillaires, nous ferons c(méthode par laquelle Coulomb les a étudiés.

* **MÉTHODE DES OSCILLATIONS.** — Je suppose que l'oı trémité supérieure d'un de ces fils à un obstacle fixe et qu'on lui fasse supporter un corps pesant, par ex sphère métallique. Après que le système aura pris libre, on tournera la sphère d'un angle quelconqu l'abandonnera à elle-même; alors la réaction de to duira son effet, le fil se détordra et la sphère tourn de son axe vertical avec une vitesse croissante, c: est continue. Le fil se retrouvera bientôt dans l qu'il avait avant la torsion, et à ce moment la vites: tion sera la plus grande possible. Dès lors le mou continuera par cette vitesse acquise, le fil éprouveı sion inverse, la vitesse ira en décroissant et se retroı quand l'angle de torsion inverse sera devenu égal à torsion primitive; puis la vi gera de signe et les mêm tives se reproduiront, comı pendule, avec des amplitud santes, ce qui est dû aux fı sur l'air et aussi à l'imparf: cité du corps. Or Coulomb (1° que si le couple de torsio à chaque moment proportio gle de torsion, les oscillatio être isochrones, quelle qu(étendue, aussi bien quand brassent plusieurs circonféı si elles se réduisent à quel tions de degré; 2° que si c(nisme a lieu, le couple de ı nécessairement proportionr de torsion. Il suffira donc, fier la première des lois que nous avons établies, d(par l'expérience si la durée des oscillations est con:

Fig. 54.



Pour faire cette observation avec toute la précisi comporte, on opère comme on l'a fait quand on a v(

:r l'isochronisme des oscillations du pendule. On fixe le fil ıns un soutien A (*fig.* 55), on colle sous la sphère suspendue ne aiguille légère C, et l'on dispose un cercle divisé CD pour nesurer l'amplitude des oscillations. L'observateur se place, ı distance, avec une lunette qui vise l'aiguille et un compteur ı pointage; il pousse le bouton de marche au moment d'un passage de l'aiguille sous le réticule, et, après avoir compté *n* oscillations dont l'amplitude est A, il arrête les aiguilles et note le temps écoulé. Il recommence la même mesure sur des oscillations différentes, grandes ou petites, comprenant même plusieurs circonférences, et l'expérience démontre avec une parfaite exactitude l'égalité des temps de ces oscillations, quelle que soit l'amplitude; d'où l'on conclut que l'angle de torsion est proportionnel au couple de torsion.

Si l'on désigne par f la valeur du couple pour un arc égal à l'unité décrit avec un rayon égal à l'unité, ou la force appliquée à un rayon de 1 mètre qui tord d'un arc égal à 1 mètre, on a pour le moment F qui tord d'un arc ω

$$F = f\omega.$$

On comprend que la force de torsion réside uniquement dans le fil et qu'elle ne dépend pas de la nature et du poids de la sphère suspendue; mais comme c'est cette force qui la fait tourner, la vitesse qu'elle lui imprime et la durée de l'oscillation qu'elle produit dépendent de la masse m du poids suspendu et de sa forme. On démontre, en mécanique, que cette durée est

$$t = \pi\sqrt{\frac{Mk^2}{f}}.$$

Mk^2 est le moment d'inertie de la sphère autour de son diamètre vertical, il est égal à $\frac{2Ma^2}{5}$; a étant son rayon. Il vient dès lors

$$t = \pi\sqrt{\frac{2Ma^2}{5f}} \ (*).$$

(*) Si, comme dans l'expérience de Cavendish, le corps suspendu au fil se composait de deux masses égales à M, très-petites et placées à la même distance l du fil, le moment d'inertie Mk^2 serait égal à $2Ml^2$. C'est la formule que nous avons précédemment adoptée.

Quand on veut ensuite comparer deux fils différents, par leur longueur, leur rayon ou leur nature, on les attache successivement au même support, on leur suspend la même sphère, et l'on compare les durées des oscillations. On a pour deux d'entre eux

$$t=\pi\sqrt{\frac{2Ma^2}{5f}},\quad t'=\pi\sqrt{\frac{2Ma^2}{5f'}},$$

d'où

$$\frac{f'}{f}=\frac{t^2}{t'^2}.$$

On voit que les valeurs de f sont en raison inverse des carrés des temps des oscillations, et l'on trouve en mesurant ces temps : 1° que f est proportionnel à la quatrième puissance du rayon du fil; 2° à un facteur T variable pour les diverses substances; 3° en raison inverse de la longueur :

$$f=\frac{Tr^4}{l};$$

par suite

$$F=\frac{T\omega r^4}{l}\quad \text{ou}\quad \omega=\frac{1}{T}\frac{Fl}{r^4},$$

ce qui est la formule déjà trouvée par la torsion.

Pour obtenir la valeur de T, on n'a qu'à exprimer f par la durée d'oscillation t, au moyen de la formule établie précédemment; on trouve ainsi

$$f=\frac{2}{5}\frac{\pi^2Ma^2}{t^2}=\frac{2\pi^2a^2P}{5gt^2},$$

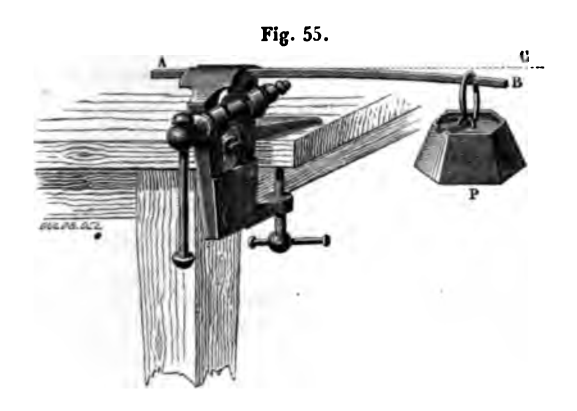
par conséquent

$$T=\frac{fl}{r^4}=\frac{2Pl}{5g}\left(\frac{\pi a}{r^2t}\right)^2.$$

* **ÉLASTICITÉ DE FLEXION.** — Quand une barre AB est fixée par une de ses extrémités dans un étau (*fig.* 55), et qu'on applique un poids à son extrémité libre B, elle fléchit et prend une forme courbe, puis elle se tient en équilibre : à ce moment, la réaction de la verge fait équilibre au poids P. On conçoit que dans ce mouvement la tranche horizontale supérieure de la lame se dilate pendant que la couche inférieure se contracte, et que les écarts ou les rapprochements des molécules tendent

à développer des forces qui ramèneront la verge à sa position première aussitôt qu'elle deviendra libre.

Fig. 55.



Pour étudier ce phénomène, on peut viser avec un cathétomètre les extrémités A et C, ou plutôt des repères tracés à ces extrémités; on les place d'abord horizontalement, puis on charge l'extrémité C et l'on voit s'abaisser le repère jusqu'en B : l'abaissement α est sensiblement proportionnel à l'arc décrit.

Quand la verge est un prisme dont la longueur est l, l'épaisseur verticale e et la largeur b, on peut voir que la flexion α est proportionnelle au poids P, au cube de la longueur, et inversement proportionnelle à la largeur, au cube de l'épaisseur et à un coefficient spécial F qui dépend de la substance; on a dès lors

$$\alpha = \frac{P\,l^3}{F\,b\,e^3}.$$

Cette formule a été trouvée directement par la théorie, elle se vérifie par l'expérience.

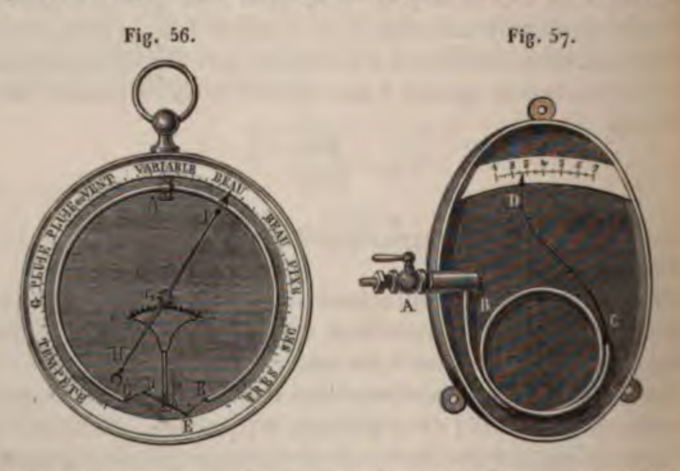
Nous ne voulons point insister ni sur cette formule, ni sur les expériences qui la justifient, il y a seulement une conséquence que nous devons faire remarquer.

La flexion α est proportionnelle à P; il résulte de ceci que si la verge a été écartée de sa position d'équilibre, elle tend à y revenir en vertu d'une force qui est à chaque moment proportionnelle à la distance de chacun de ses points à sa position d'équilibre. Or on démontre en mécanique que quand cette

condition est satisfaite, les oscillations que la verge exécute pour revenir à sa position d'équilibre sont isochrones, quelle que soit leur amplitude, et réciproquement; et il est très-facile de vérifier cet isochronisme, car les oscillations, étant très-rapides, produisent un son dont la hauteur varie avec le nombre des oscillations, et cette hauteur est, comme on sait, tout à fait fixe quand les oscillations changent d'amplitude. Ce fait de l'invariabilité de la hauteur du son est donc à la fois une preuve et une conséquence de la loi précédente, c'est-à-dire de la proportionnalité de la charge à la flexion.

BAROMÈTRE ET MANOMÈTRE ANÉROÏDES. — C'est en s'appuyant sur cette proportionnalité de la flexion au poids, que l'on peut fabriquer des dynamomètres; leur description sort de notre cadre. C'est également sur l'élasticité de flexion que sont fondés les ressorts de montres, ou ceux qui servent à la suspension des voitures. Nous nous contenterons de faire connaître le baromètre et le manomètre anéroïdes de M. Bourdon. Quand un tube élastique circulaire de laiton mince est fermé par ses deux bouts, et qu'on augmente ou diminue la pression intérieure, il se redresse ou se courbe : cette propriété simple est le point de départ des deux appareils que nous voulons décrire.

Fig. 56. Fig. 57.



Dans le baromètre (*fig.* 56) le tube est fixé en A, il est libre en B et en C, et l'on a fait le vide à l'intérieur; si la pression

atmosphérique augmente, les extrémités B et C se rapprochent, un levier DE fixé en F se meut et fait tourner un secteur FG, lequel transmet ses mouvements à une aiguille HGI qui parcourt un cadran divisé. Quand le tube n'est pas vidé à l'avance et qu'il communique avec une machine pneumatique, il se courbe quand on raréfie l'air intérieur, et l'appareil devient un indicateur du vide.

Le manomètre contient dans une boîte un tube BC (*fig.* 57) semblable au précédent et plusieurs fois recourbé; quand la pression augmente intérieurement, il prend une moindre courbure, et une aiguille indicatrice, qui se meut sur une graduation faite à l'avance, fait connaître la pression. C'est un appareil de ce genre qui, dans les locomotives, remplace les manomètres à mercure.

LIMITES DE L'ÉLASTICITÉ. — Jusqu'à présent, nous avons admis que les changements de volume et de forme déterminés par les forces extérieures ne sont que transitoires et que les corps reviennent à leur état primitif aussitôt qu'elles cessent d'agir; cela n'est pas toujours vrai : il y a souvent des déformations permanentes. Par exemple, un fil étiré par des poids faibles s'allonge et reprend sa longueur première quand la charge est enlevée; mais le même fil, soumis à l'action de poids considérables, garde après l'étirement une partie de l'allongement qu'il avait reçu, et ses molécules ont pris un autre état d'équilibre. Ces phénomènes se retrouvent dans tous les cas que nous avons étudiés. On peut tordre une verge d'un petit angle sans l'altérer; mais si l'on dépasse une certaine limite de torsion, elle reste tordue. On peut fléchir un ressort d'une quantité modérée; mais si l'on exagère l'effort qu'on lui fait supporter, on le force en le déformant. C'est à une action de ce genre qu'il faut rapporter l'allongement que prend un fil qu'on passe à la filière, l'empreinte que reçoit un disque métallique frappé par un balancier, l'effet des laminoirs sur les lames, du martelage sur les métaux, et en général toutes les déformations que l'on voit sans rupture.

Il y a donc une limite à l'élasticité des corps, et une limite d'action qu'on ne peut dépasser sans les déformer. Tous ne l'atteignent pas aussi vite : le caoutchouc, par exemple, subit

des déformations énormes qui ne persistent pas, pendant qu le plomb se déforme aussitôt qu'il est tiré, tordu ou comprim On a étudié cette limite d'élasticité dans un seul cas, celui d la traction.

Prenons un fil d'une section égale à 1 millimètre, d'une lon gueur quelconque, et cherchons le poids limite à partir duqu il y a un allongement permanent sensible; cette recherche es plus difficile qu'elle ne le paraît, car elle dépend de la sensi bilité des appareils de mesure, et quand on constate l'existenc d'un allongement permanent, c'est que la limite que l'on cher che est déjà dépassée. Aussi a-t-on fait cette convention d prendre comme valeur du poids cherché celle qui donne un allongement de $0^{mm},05$ par mètre. Il y a ensuite une autre dif ficulté, c'est que le temps pendant lequel se prolonge l'actio influe sur l'allongement permanent qui se produit; une fois commencé, cet allongement se continue lentement, et s'il est insensible au bout de quelques minutes, il finit par être consi dérable après plusieurs heures. C'est ainsi que les ressorts se fatiguent à la longue, que les poutres des plafonds se fléchis sent peu à peu, que les édifices tassent avec le temps, etc.; dès lors, la limite d'élasticité n'est point une chose qu'on puisse rigoureusement mesurer, on ne peut qu'en donner des évaluations approximatives. On trouvera dans le tableau qui suit quelques nombres trouvés par Wertheim.

On remarquera que les métaux qui ont été étudiés sont tous examinés à deux états; ils sont recuits ou écrouis par leur pas sage à la filière, et l'on verra que leur limite d'élasticité dimi nue quand on les recuit: cela est surtout sensible pour le fe et l'acier, et nous devons en conclure que si l'on passe à l filière un fil recuit, il s'allongera aisément, pendant qu'un f déjà écroui ne s'allongera plus, ce qui est vrai. Cela se retrou dans tous les autres phénomènes, c'est pourquoi les ressorts so en acier trempé et non pas recuit, c'est pourquoi aussi qua on a passé plusieurs fois un métal au laminoir ou une médail au balancier, il faut les recuire pour pouvoir continuer l'actio

TÉNACITÉ. — Non-seulement un corps peut s'allonger d'u manière permanente sous l'influence d'une traction qui d passe la limite d'élasticité, mais il peut se rompre si la char

augmente encore. On a cherché les poids qui peuvent briser un fil dont la longueur est quelconque et dont la section est égale à 1 millimètre, ce sont les coefficients de rupture, ils mesurent la ténacité du métal : on en trouvera la valeur dans la deuxième colonne du tableau.

Pour les déterminer, on rencontre la même difficulté que dans la recherche précédente; la rupture ne se fait pas sous l'influence d'une charge tout à fait constante; aussitôt qu'on dépasse la limite d'élasticité, le fil s'allonge peu à peu, ses molécules se déplacent d'abord et se séparent ensuite tout à coup, de façon que, sous une charge moyenne longtemps continuée, on peut rompre une verge qui résisterait à une action beaucoup plus forte, si elle agissait pendant moins de temps. Cette diminution lente de la ténacité est un fait dont on doit tenir compte dans les constructions.

Les divers métaux ont une ténacité très-inégale, depuis le plomb où elle est très-faible, jusqu'à l'acier où elle est la plus grande; pour chacun d'eux, elle diminue quand on les recuit. On remarquera aussi qu'entre le poids qui produit la rupture et celui qui marque la limite d'élasticité, il y a une différence inégale : plus elle est grande, plus le métal est ductile. Cependant la ductilité ne peut se mesurer par la comparaison des coefficients précédents, car en passant un corps à la filière on exerce sur lui deux actions, l'une de traction, l'autre de compression transversale : c'est un effet plus complexe que celui qui vient d'être étudié.

MÉTAUX.		LIMITE D'ÉLASTICITÉ.	COEFFICIENT DE RUPT
		k	k
Plomb........	Étiré........	0,25	2,07
	Recuit......	0,20	1,80
Étain.........	Étiré	0,40	2,45
	Recuit......	0,20	1,70
Or............	Étiré	13,50	27,20
	Recuit......	3,00	10,08
Argent........	Étiré	11,00	29,00
	Recuit......	2,50	16,02
Cuivre........	Étiré	12,00	40,30
	Recuit......	3,00	30,54
Platine........	Étiré	26,00	34,10
	Recuit......	14,50	23,50
Fer...........	Étiré	32,50	61,10
	Recuit......	5,00	46,88
Acier fondu...	Étiré	55,60	83,80
	Recuit......	5,00	65,70

DIXIÈME LEÇON.

DE L'ÉLASTICITÉ DANS LES LIQUIDES.

Compressibilité des liquides. — Expériences de Canton. — Expériences d'Œrsted. — Nécessité d'une correction due à la compressibilité de l'enveloppe. — * Expérience de Colladon et Sturm. — * Expériences de M. Regnault, de M. Jamin. — Tableau des coefficients de compressibilité.

Les liquides sont élastiques aussi bien que les solides ; quand on les enferme dans un vase résistant et qu'on cherche à enfoncer un piston dans leur intérieur au moyen d'un effort exercé par un poids, on rapproche les molécules et on développe entre elles des forces répulsives. Aussitôt que la pression cesse d'agir, ces forces ramènent les molécules à leurs distances premières, et le liquide à son état initial. Nous allons donc retrouver ici les deux phénomènes que nous ont montrés les solides : le premier, une diminution du volume total provenant du rapprochement des éléments, c'est la compressibilité; le second, une tension qui en est la conséquence fait équilibre à l'effort exercé et se développe dans toute la masse, c'est ce que l'on nomme la *pression du liquide*. Nous étudierons aujourd'hui la compressibilité, et nous aurons à chercher ensuite les lois de transmission de la pression.

Tout le monde sait que les académiciens de Florence ont cherché à constater la compressibilité de l'eau sans pouvoir y réussir. Ils prirent un tube de verre deux fois recourbé en forme de siphon et terminé par deux sphères creuses pleines d'eau; le tube intermédiaire contenait de l'air, et tout était hermétiquement fermé. On chauffa l'une des sphères, ce qui produisit de la vapeur et comprima le liquide contenu dans l'autre; mais on ne vit aucun abaissement du niveau. La vapeur, en effet, devait se condenser dans la partie froide, et augmenter la quantité du liquide en même temps que la pression en diminuait le volume; si les physiciens del Cimento

avaient eu la précaution d'isoler ce liquide par une couche d'huile, ils auraient probablement constaté le fait qu'ils avaient soupçonné. Ils ont ensuite comprimé l'eau par une colonne de 24 pieds du même liquide, mais sans voir aucune diminution de volume. Enfin ils ont soumis à une pression énergique une sphère creuse d'argent qu'ils avaient remplie d'eau, et l'on sait que le liquide filtra. Ces expériences firent d'abord penser que l'eau n'est pas compressible.

EXPÉRIENCES DE CANTON. — En 1761, John Canton employa pour la même recherche un appareil mieux conçu, formé par une sphère surmontée d'un tube capillaire et qui ressemblait à un gros thermomètre. On le remplissait d'eau, et après l'avoir chauffé on fermait la pointe à la lampe. Par le refroidissement le niveau baissait jusqu'à un point qui restait fixe à une température invariable, et le vide était fait dans l'appareil. On cassait alors la pointe du tube, et la pression atmosphérique, en agissant subitement dans l'intérieur, faisait brusquement baisser le sommet du liquide; or, cet effet résultait de deux actions : la première était la compression de l'eau, la seconde l'agrandissement du vase. Pour mesurer cet agrandissement, Canton faisait le vide autour de la sphère, ce qui diminuait d'une atmosphère la pression extérieure, et devait produire la même augmentation de la capacité du vase; il mesura l'abaissement du niveau produit dans cette nouvelle expérience, le retrancha de celui qui avait été observé dans la première, et la différence exprima la compression éprouvée par le liquide. Canton démontra par là que l'eau est réellement compressible. Perkins confirma cette conclusion par des expériences exécutées sur une grande échelle, et depuis lors on admit le fait; il ne restait plus qu'à faire des expériences précises pour mesurer la compressibilité des diverses substances, mais sur ce point il y avait de grandes difficultés à surmonter.

EXPÉRIENCES D'ŒRSTED. — OErsted construisit dans cette intention un appareil que l'on nomme *piézomètre;* c'est, comme l'instrument de Canton, un large réservoir G (*fig.* 58) surmonté d'un tube capillaire O, qui reste toujours ouvert et se termine par un petit entonnoir. Ce tube est bien cylindrique,

et l'on a tracé à l'avance dans toute sa longueur des divisions équidistantes. Il faut avant tout graduer cet appareil, c'est-à-dire mesurer sa capacité totale et celle de chaque division; on le fait par une méthode qui est générale et que nous allons décrire une fois pour toutes.

Fig. 58.



On pèse le tube vide, puis on introduit du mercure dans l'intérieur. Mais si l'on essayait de verser ce liquide dans le vase, il n'y pénétrerait pas, parce que le tube est très-fin et que l'air intérieur soutiendrait le mercure; il faut alors commencer par chauffer le réservoir, puis retourner la pointe, la plonger dans le mercure et attendre que le refroidissement, en contractant l'air, fasse monter le liquide. On répète ensuite cette opération autant de fois que cela est nécessaire pour remplir la totalité du vase. Quand on y est parvenu, on laisse la pointe dans le mercure et l'on refroidit le tout en l'entourant de glace. Au bout de dix minutes, on enlève l'appareil qui est plein de mercure à zéro, on le pèse, on retranche du poids total P celui du tube vide p, et $\frac{P-p}{D}$ est la capacité de l'instrument, D étant la densité du mercure à zéro.

En chauffant un peu l'instrument, on fait ensuite sortir un peu de mercure, et l'on refroidit de nouveau dans la glace, ce qui amène le niveau vis-à-vis une des divisions du tube que l'on note. On a donc chassé tout le mercure qui était contenu dans une portion de la tige et qui y occupait n divisions; alors on pèse de nouveau; la diminution de poids P — P′ divisée par D fait connaître le volume de n divisions, et $\frac{P-P'}{nD}$ exprime la capacité d'une division.

Une fois qu'il eut fait cette graduation préliminaire, OErsted remplit son piézomètre avec le liquide qu'il avait l'intention

d'étudier, et plaça dans le petit entonnoir qui le termine une goutte de mercure qui devait s'enfoncer dans la tige pendant la compression et faire à la fois l'office de bouchon pour emprisonner le liquide et d'index pour mesurer son volume; puis il fixa le vase sur une plaque de laiton. Il y ajouta un thermomètre L et un tube renversé plein d'air K, qui devait servir de manomètre, enfin il descendit l'appareil dans un vase plein d'eau E où la pression devait s'exercer.

Ce vase est un tube de verre épais, soutenu et mastiqué dans un pied en laiton F et terminé en haut par une douille munie d'un piston D. On introduit l'eau par un tube à robinet B, jusqu'à ce qu'elle sorte, quand l'appareil est plein, par un trou latéral A. On peut alors fermer le robinet B, puis baisser le piston au moyen d'une vis de pression C. En descendant ce piston chasse d'abord l'air qui est au-dessus de A, puis i arrive au niveau de ce trou, et s'il continue de descendre, le ferme et il comprime l'eau du vase E.

La pression que l'on produit ainsi s'exerce à la fois sur l surface extérieure du piézomètre, et, par l'intermédiaire de l'index en mercure, sur le liquide qu'il contient; on voit baisser cet index d'un certain nombre de divisions, ce qui mesure l diminution apparente du volume de ce liquide. En même temps qu'elle agit sur le liquide, la pression se communique à l'air enfermé dans le manomètre, et la diminution de volume qu'il éprouve mesure cette pression elle-même. On a ain d'une part la pression P qui comprime le liquide, de l'autre diminution ω de volume qu'il éprouve. En divisant la contraction ω par le volume V et par la pression P exprimée en atmosphères, on a ce qu'on nomme le *coefficient moyen de compressibilité* apparente.

OErsted trouva que ce coefficient est égal à 46 millionièmes pour l'eau; il prit ce résultat comme exprimant la compressibilité vraie de ce liquide. Voici comment il raisonnait : Puisqu'il est soumis à la même pression sur ses faces interne et externe, le piézomètre ne doit pas changer de capacité, ou s'il change, ce ne peut être que par la diminution d'épaisseur de l'enveloppe, et elle doit être insensible. OErsted se trompait. En effet, supposons qu'au lieu d'être creux et rempli d'eau, le piézomètre contienne un noyau de verre faisant corps avec lu

Au moment où on le comprimerait, il recevrait la pression par l'extérieur, la transmettrait au noyau, qui diminuerait de volume d'après les lois de la compressibilité cubique, et la capacité intérieure de l'enveloppe décroîtrait de la même quantité. Ainsi, dans le cas hypothétique que j'examine, le noyau recevrait la pression de l'enveloppe, et après s'être contracté réagirait sur elle avec une force égale; cette enveloppe serait donc comprimée de l'extérieur à l'intérieur et de l'intérieur à l'extérieur par la même pression. Or, quand elle est pleine d'eau dans l'expérience d'OErsted, elle est soumise aux mêmes actions, et par conséquent elle se conduit de la même manière, c'est-à-dire que sa capacité diminue comme le ferait le volume d'un noyau de verre qui la remplirait et serait soumis à la même pression. Voici dès lors les conditions de l'expérience d'OErsted. Appelons V la capacité du piézomètre, P la pression, μ le coefficient de compressibilité de l'eau; la diminution de volume qu'elle éprouve est μPV : c'est celle que l'on observerait si le vase était invariable. Mais C′ étant le coefficient de compressibilité cubique du vase, la capacité diminue de C′PV, ce qui fait remonter d'autant le niveau de l'eau, et la contraction observée étant ω, on a

$$\omega = \mu PV - C'PV$$

ou

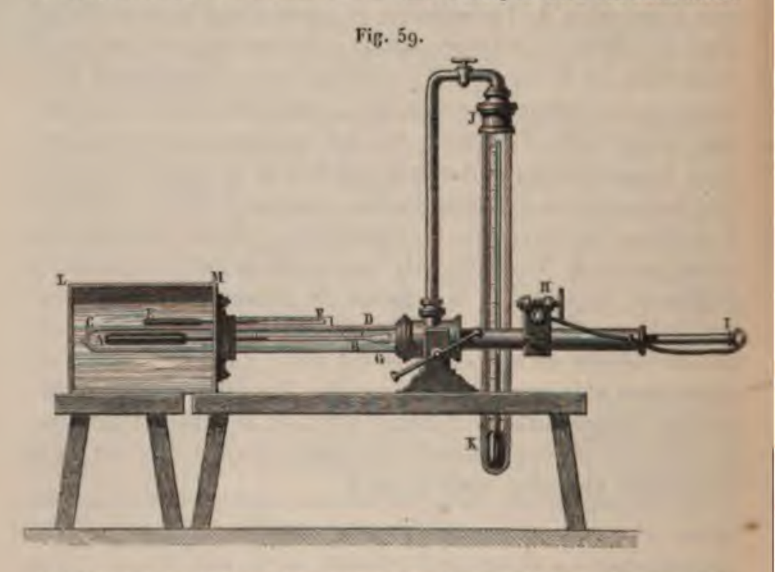
$$\frac{\omega}{PV} = \mu - C'.$$

C'est donc la quantité $\mu - C'$ que l'on observe, et pour avoir μ, il faut y ajouter le coefficient de compressibilité cubique du verre; c'est ce qu'OErsted n'a pas fait, et c'est pourquoi ses résultats ne sont point exacts.

*EXPÉRIENCES DE COLLADON ET STURM. — Colladon et Sturm signalèrent l'erreur qu'avait commise OErsted et voulurent la corriger. Ils reprirent alors les expériences avec un appareil qui ne différait pas essentiellement du précédent. C'était encore un piézomètre AB (*fig.* 59), disposé et gradué comme celui d'OErsted, enfermé dans un tube large et épais DCG, qui était rempli d'eau et dans lequel on exerçait la pression; toute la différence consiste en ce que le nouveau piézo-

mètre était horizontal et que la pression se mesurait par un manomètre à mercure KJ mieux gradué, plus long, et par conséquent plus sensible. Cette pression s'exerçait au moyen d'un piston dont la tige I avançait par la traction d'une corde HI enroulée sur un treuil, et ce treuil se manœuvrait par une vis sans fin H.

Fig. 59.



Colladon et Sturm remarquèrent bientôt des causes d'erreur qui, bien que fort petites en elles-mêmes, ont une influence perturbatrice notable, parce que la compressibilité que l'on mesure est très-petite. L'index de mercure placé à l'extrémité B du piézomètre offrait des inconvénients : il adhérait au verre, ne se mouvait pas d'une manière continue, mais par bonds successifs quand la pression extérieure augmentait. On le remplaça par un index de sulfure de carbone, ou par une petite colonne d'air, et alors les expériences prirent une grande régularité. D'ailleurs le piézomètre est un véritable thermomètre, et même un thermomètre très-sensible, puisque son réservoir est très-grand et sa tige très-fine; aussi voit-on l'index avancer ou reculer quand la température augmente ou diminue; et comme on ne peut comprimer l'eau sans l'échauffer, ni la dilater sans la refroidir, on observe des effets mixtes occasionnés à la fois par les changements de pression

et par les variations de la température. On annula cette cause d'erreur en enfermant le réservoir dans une cuve ML pleine d'eau qui servait à maintenir l'égalité de température dans tout l'appareil. Ces expériences ne laissaient donc rien à désirer.

Mais il fallait corriger les mesures de la compressibilité du verre, et voici la série d'expériences et de raisonnements sur lesquels on s'est appuyé. On prit une tige cylindrique de verre de 1 mètre de longueur, et dont la section était égale à 13,3 millimètres carrés; on la tira par un poids de 8 kilogrammes, elle s'allongea de $0^m,00006$; elle se serait comprimée de la même quantité sous le même poids. Or si l'on cherche quel est l'effort exercé par l'atmosphère sur chacune des sections extrêmes de la barre, on trouve qu'il est de $138^{gr},8$, et comme il doit raccourcir la barre proportionnellement à ce poids, on obtient $0^m,0000011$ pour ce raccourcissement : c'est la compressibilité linéaire pour 1 mètre et par atmosphère.

Colladon et Sturm admirent que la verge de verre n'éprouve aucun autre changement que le raccourcissement $0^m,000011$, et que sa section ne change pas, quand la pression atmosphérique agit seulement sur ses deux bases. Ils admirent en outre que si l'on comprimait toute la surface extérieure à la fois, la tige éprouverait une diminution proportionnelle dans toutes ses dimensions, que la longueur 1 deviendrait

$$1(1-0,0000011),$$

que le rayon de la base serait

$$r(1-0,0000011)$$

et que le volume primitif $\pi r^2 l$ se changerait en

$$\pi r^2 l(1-0,0000011)^3,$$

ou approximativement

$$\pi r^2 l(1-0,0000033).$$

La compression cubique par unité de volume et par atmosphère serait ainsi 0,0000033, c'est-à-dire le triple de la compression linéaire. Colladon et Sturm prirent ce résultat comme exact. Mais nous avons fait voir précédemment que quand une tige est comprimée dans une seule direction, elle éprouve en

même temps qu'un raccourcissement une augmentation d
section et que les lois de la compressibilité cubique ne son
pas conformes aux hypothèses de Colladon et Sturm; dès lor
le raisonnement précédent n'est pas exact, et la correction ad
mise n'est pas fondée.

Nous avons déjà traité cette question de la compressibilit
des solides, et nous avons dit que Poisson d'une part, e
Wertheim de l'autre, avaient déduit, l'un de la théorie d
l'élasticité, l'autre de ses expériences et des formules d
Cauchy, la valeur de la compressibilité cubique. Suivant Pois
son, elle est les $\frac{3}{2}$ de la compression linéaire, et suivant Wer
theim elle lui est égale numériquement. Dans l'exemple pré
cédent, la compressibilité cubique du verre devra donc êtr
0,0000016 suivant Poisson ou 0,0000011 suivant Wertheim.

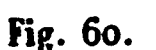
Si l'on veut maintenant corriger les résultats bruts observé
dans les expériences de Colladon et Sturm, du changement d
volume de l'enveloppe, il faudra ajouter aux résultats trouv
la diminution du volume du vase, c'est-à-dire 0,0000033, c
0,0000016, ou 0,0000011, suivant que l'on admettra les idé
de Colladon et Sturm, ou de Poisson, ou de Wertheim. Il y
donc sur ce point une incertitude que nous avons déjà re
contrée ailleurs; elle est malheureusement grave, car il y
des cas où l'effet mesuré est moindre que la correction qu
doit subir. Je prends pour exemple le mercure. Sa compressi
apparente est très-faible : elle est, par atmosphère, une fracti
du volume total égale à 0,00000173; c'est à ce nombre qu
faut ajouter l'un ou l'autre des coefficients précédents; l'
aurait

Sans correction	0,00000173,
Suivant Colladon et Sturm	0,00000503,
Suivant Poisson	0,00000333,
Suivant Wertheim	0,00000283.

On voit par ces nombres que la correction qu'il faut apport
aux expériencs est considérable, et que, pour n'avoir pas é
fixés sur la valeur exacte de la compressibilité de l'envelopp
les divers expérimentateurs ont été conduits à des résult
très-divergents. En supposant d'ailleurs que l'on n'eût aucu
incertitude théorique sur la correction qu'il faut faire, on re

ntrerait une autre difficulté toute pratique. L'élasticité de la bstance qui forme le piézomètre est déterminée par la tracn sur un échantillon donné, et c'est avec le nombre trouvé l'il faudrait calculer la compression du vase, c'est-à-dire d'un tre échantillon qui n'a ni la même densité, ni le même état oléculaire, ni quelquefois la même composition chimique. , l'élasticité des diverses espèces de verre étant très-inégale, s'expose à des erreurs considérables en mesurant l'allonment d'une tige pour en conclure la compressibilité d'un iézomètre.

EXPÉRIENCES DE M. REGNAULT. — M. Regnault fut amené, par autres recherches, à s'occuper incidemment de cette question, et ses expériences, fondées sur une méthode entièrement nouvelle, offrent le moyen de mesurer en même temps les deux compressibilités du vase et du liquide. Il donne au piézomètre A une forme géométrique exacte : c'est une sphère de métal dont on connaît les rayons intérieur et extérieur, ou c'est un cylindre à bases planes, ou un tube à bases hémisphériques, comme le montre la *fig.* 60. Il termine ce piézomètre par une tige thermométrique de verre CD, bien calibrée, divisée dans toute sa longueur, et, par une opération préliminaire, il mesure la capacité totale du réservoir et celle de chaque division.


Fig. 60.



On enferme le réservoir du piézomètre dans un cylindre de cuivre BB qui est rempli d'eau et fermé par un couvercle boulonné dans lequel passe la tige CD que l'on fixe avec du mastic. Le sommet de cette tige peut s'ouvrir dans l'air par le robinet D, et recevoir la pression atmosphérique; ou bien il peut être mis, par un tube à robinet EF, en communication

avec un réservoir d'air comprimé. Ainsi le piézomè
à volonté être comprimé à son intérieur, ou ne l'être

D'autre part, le même réservoir d'air comprimé pe
cer sa pression par le tube FG dans le vase BB, mais
fermer le robinet G et ouvrir H, c'est-à-dire que l
comprimer l'eau du vase BB ou la laisser en commu
avec l'atmosphère. Par conséquent, il sera possible d
sur le piézomètre : 1° une pression extérieure; 2° une
extérieure et intérieure; 3° une pression intérieure se
On va faire successivement ces trois opérations.

I. On exerce la pression dans le vase BB. Le liq
fermé dans le piézomètre ne subit aucune action, l
seul est comprimé, il diminue de volume et le niveau
Soit $(-\omega')$ l'accroissement apparent du volume liq
valeur dépend de la forme du vase, elle peut être
par la théorie mathématique de l'élasticité, et M.
prouvé qu'elle est exprimée pour le cas d'une sphè
formule

$$-\omega' = 3\frac{R^3}{R'^3 - R^3}C'PV;$$

R' et R sont les rayons extérieur et intérieur de la sp

Ayant mesuré ω', connaissant les deux rayons R, R'
V sa capacité, P la pression exercée, on calculera C
égal à $\frac{1}{Q}$ et qui exprime le coefficient de compressib
bique de la matière du vase.

II. On comprime intérieurement et extérieurement
cas, le piézomètre subit les mêmes actions que dans l
riences d'OErsted et de Colladon et Sturm, on obs
diminution de volume ω'' qui satisfait à la relation

$$\omega'' = \mu PV - C'PV,$$

$$\frac{\omega''}{PV} = \mu - C',$$

et comme la première expérience a donné C', la deuxi
connaître μ.

III. Enfin on comprime à l'intérieur seulement; l'ea
tracte, le vase se dilate, on observe une diminutio

n'est pas nécessaire de calculer. Mais on peut remarquer que la compression intérieure et extérieure étant la superposition des compressions que l'on exerce séparément en dedans et au dehors, on doit avoir

$$\omega'' = \omega - \omega';$$

c'est une relation de condition que l'expérience vérifie, ce qui montre l'exactitude des observations.

Voici un tableau des compressibilités de divers liquides trouvées par M. Grassi. On remarquera que le coefficient de compressibilité d'un liquide n'est point un nombre constant : il diminue pour l'eau pendant que la température s'élève; il augmente, au contraire, pour l'alcool, l'éther et le chloroforme. On remarquera en outre que le coefficient μ est de plus en plus grand quand ces trois derniers liquides sont soumis à des pressions de plus en plus fortes. Ce fait a été signalé pour la première fois par M. Despretz; il signifie qu'en général la compressibilité n'est pas proportionnelle à la pression et qu'elle est une fonction probablement complexe de la température et de cette pression.

Tableau des coefficients de compressibilité.

NATURE DU LIQUIDE	TEMPÉRATURE.	COMPRESSIBILITÉ.	PRESSION en atmosphères dont la compressibilité est déduite.
Mercure	0,0	0,00000925	"
Eau	0,0	0,0000503	"
Id	1,5	0,0000515	"
Id	4,1	0,0000499	"
Id	10,8	9,0000480	"
Id	13,4	0,0000477	"
Id	18,0	0,0000463	"
Id	"	0,0000460	"
Id	25,0	0,0000456	"
Id	34,5	0,0000453	"
Id	43,0	0,0000442	"
Id	53,0	0,0000441	"
Éther	0,0	0,000111	3,408
Id	0,0	0,000131	7,820
Id	14,0	0,000140	1,580
Id	13,8	0,000153	8,362
Alcool	7,3	0,0000828	2,302
Id	7,3	0,0000853	9,450
Id	13,1	0,0000904	1,570
Id	13,1	0,0000991	8,97
Esprit-de-bois	13,5	0,0000923	"
Chloroforme	8,5	0,0000625	"
Id	12,0	0,0000648	1,309
Id	12,5	0,0000763	9,2

NATURE DE LA SOLUTION.	TEMPÉRATURE.	COMPRESSIBILITÉ.
Chlorure de calcium n° 1	17,5	0,0000306
Chlorure de calcium n° 2	15,8	206
Chlorure de calcium n° 2	41,25	229
Chlorure de sodium n° 1	18,5	321
Chlorure de sodium n° 2	18,1	257
Chlorure de sodium n° 2	39,6	263
Iodure potassique	15,5	260
Nitrate de soude	18,1	295
Carbonate de soude	16,6	297
Eau de mer	17,5	436
$SO^3 + 2HO$	13,6	242
$SO^3 + 3HO$	14,6	250
$SO^3 + 4HO$	16,5	271
$SO^3 + 5HO$	14,7	279
$SO^3 + 6HO$	14,2	283
$SO^3 + 10HO$	14,6	315

EXPÉRIENCES DE MM. JAMIN, AMAURY ET DESCAMPS. — Les expé-
ences précédentes exigent l'emploi de formules fondées r la théorie de l'élasticité; ces formules, qui sont malheu-usement assez compliquées, furent trouvées par M. Lamé bord, ensuite par M. Wertheim, et elles conduisent à des ultats différents. Il est évident qu'on ne parviendra à lever doutes qui subsistent sur ce sujet, qu'en s'affranchissant ces corrections fondées sur la théorie et en remettant la estion à l'expérience pure et simple. La méthode suivante isfait à cette condition.

Un piézomètre de verre A (*fig.* 61) composé d'un gros ré-rvoir et d'une tige CD calibrée, très-fine, jaugée avec les soins convenables, rempli du liquide bouilli qu'on veut étudier, est mis en communication avec un manomètre à air libre. Toute augmentation de pression fait baisser le niveau du liquide dans l'appareil, et l'on mesure la compressibilité apparente. Nous la désignons par c. Il est clair qu'elle est la somme de la diminution de volume éprouvée par le liquide et de l'agrandissement de capacité du vase, et que pour connaître celle-là, il faudrait mesurer celle-ci.

Fig. 61.



On y parvient en plongeant le piézomètre tout entier dans un vase fermé BB, rempli d'eau et communiquant à l'extérieur par un tube thermométrique correcteur. Tout agrandissement de ce piézomètre refoule l'eau extérieure, la fait monter dans le tube et se mesure par ce déplacement que l'on observe et que nous appellerons c'.

On évite les changements de température en plongeant le tout dans une ande cuve à eau dont la capacité égale environ un mètre ube; pour éviter les changements de pression si minimes

qu'ils soient de l'eau qui enveloppe le piézomètre on ava
soin de recourber horizontalement le tube correcteur.

La différence $c - c'$ représente évidemment la compr
bilité réelle : on reconnut qu'elle est proportionnelle à la
sion.

Voici une série de résultats déduits d'expériences dans
quelles la pression varie de 1 à 10 atmosphères :

Eau distillée	15°	0,0000457
Alcool	0	0,0000835
Alcool	15	0,0000911
Éther	0	0,000109
Éther	14	0,000128
Sulfure de carbone	14	0,0000635
Mercure	15	0,00000187

On peut remarquer que le coefficient 0,00000187 tr
pour le mercure diffère notablement du coefficient 0,0000
que M. Grassi a obtenu en se servant de la méthode de M
gnault, tandis que pour les autres liquides beaucoup
compressibles, l'accord le plus complet existe entre les 1
bres précédents et ceux de M. Grassi. Cette différence pro
de ce que le coefficient de compressibilité du mercure
très-petit, la moindre erreur dans la mesure de la corre
due au changement de volume du piézomètre, a une influ
considérable sur le coefficient vrai, tandis que pour les au
la compressibilité étant plus grande, cette cause d'erre
fait moins sentir.

On sait que la dilatation des liquides va en augment
mesure que leur température s'élève, et qu'elle devient
siblement égale à celle des gaz lorsqu'ils atteignent la
pérature de leur ébullition. On a mesuré le coefficien
compressibilité à des pressions très-faibles, supérieure
1 centimètre seulement à la tension maximum des liqu
employés : on n'a reconnu aucun changement dans la va
des coefficients de compressibilité.

ONZIÈME LEÇON.

DE L'ÉQUILIBRE DES LIQUIDES.

Hypothèse sur la constitution des liquides. — Principe de Pascal : dans l'intérieur d'un liquide, la pression exercée sur un élément de surface est normale à l'élément et indépendante de sa direction. — Principe de l'égale transmission des pressions : si l'on exerce une pression sur une portion plane égale à l'unité de la surface d'un liquide, l'effort transmis sur une surface plane quelconque, prise à l'intérieur du liquide ou sur les parois, est égal à la pression exercée, multipliée par l'étendue de cette surface. — Application des principes précédents aux liquides pesants. — Direction de la surface libre. — Pressions intérieures. — Surfaces de niveau. — Pressions sur les parois et en particulier sur le fond des vases. — Vérifications expérimentales. — Par la presse hydraulique. — L'appareil de Haldat. — Expériences diverses. — Paradoxe hydrostatique. — * Composition des pressions sur une surface plane ; sur les enveloppes des vases ; sur les corps plongés.

HYPOTHÈSE SUR LA CONSTITUTION DES LIQUIDES. — Après avoir montré que les liquides sont compressibles et élastiques, nous allons spécialement étudier comment les pressions que l'on exerce extérieurement sur eux se transmettent dans leur masse, et pour cela il faut remarquer qu'ils jouissent d'une propriété qui les caractérise et sert à les définir. En général, ils n'affectent aucune forme par eux-mêmes, mais ils prennent celle des vases où on les enferme. Leurs molécules, au lieu d'être liées l'une à l'autre comme elles le sont dans un solide, peuvent glisser sans frottement sous l'influence de l'effort le plus faible et se déplacer continuellement, chacune d'elles occupant et quittant successivement une place déterminée où elle est remplacée par une autre sans que l'équilibre général soit troublé.

On admet, comme une conséquence naturelle de cette mobilité reconnue, que si le liquide était enfermé dans un vase et qu'il ne fût soumis ni à l'action de la pesanteur ni à une force quelconque venant des parois, il devrait être constitué

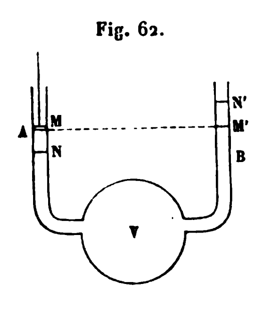
d'une manière identique dans toutes ses parties, être composé de molécules distribuées de la même manière dans toute la masse et tenues à des distances moyennes égales dans toutes les directions autour de tous les points : de là résulte nécessairement que ses propriétés sont les mêmes dans toutes les parties du vase et dans toutes les directions autour de chaque point, quelle que soit la position de ce point.

D'autre part, ces molécules exercent les unes sur les autres des actions réciproques. Si, par une cause quelconque, on parvient à les rapprocher ou à les éloigner, elles se repoussent ou s'attirent et tendent à reprendre leurs premières distances; et, à cause de la symétrie qui existe dans tous les sens, ces forces élastiques doivent être égales en tous les points et dans toutes les directions.

Cette idée que nous nous faisons de la constitution des liquides soustraits à la pesanteur, toute rationnelle qu'elle paraisse, n'est cependant qu'une hypothèse; mais une fois qu'elle est admise, les propriétés des liquides se conçoivent aisément et se prévoient théoriquement. Voici dès lors la marche que nous suivrons. Nous supposerons les liquides sans poids et nous chercherons les propriétés qu'ils auraient dans ce cas; nous examinerons ensuite l'effet que la pesanteur doit produire sur eux, et nous vérifierons par l'expérience les lois que nous aurons prévues.

ÉQUILIBRE DES LIQUIDES SOUSTRAITS A LA PESANTEUR. — Concevons un vase V de forme quelconque (*fig.* 62), portant deux tubes A et B de diamètre égal et remplis d'un liquide quelconque jusqu'en M et M'; plaçons en M un piston mobile A, et faisons-le descendre en le poussant : toutes les molécules du liquide vont se déplacer à la fois, en conservant leur distance primitive; rien ne sera changé à la constitution du liquide, qui gardera le même volume, il ne fera que se déplacer, et le niveau s'élèvera en B de la quantité dont il s'est abaissé en A.

Fig. 62.



Mais si, au lieu de laisser le tube B ouvert, nous le fermons

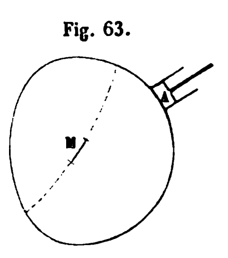
en M′, l'expérience est tout autre et le résultat entièrement différent. Le liquide ne pouvant plus remonter en M′, le piston ne peut plus descendre de M en N sans un effort considérable; alors le liquide se comprime et se met dans un nouvel état d'équilibre tout en restant homogène, et ses molécules se rapprochent en se plaçant à des distances moindres que précédemment, mais encore égales dans toutes les parties du vase et dans toutes les directions autour de chaque point.

Entre ces molécules rapprochées, il se développe une répulsion élastique qui tend à les ramener à leur distance première, et qui s'exerce aussi sur les parois du vase, lesquelles se dilatent, puis réagissent pour maintenir le liquide comprimé; dès lors liquide et vase sont à l'état de *tension*, et il y a équilibre entre les forces répulsives des molécules et la réaction des parois.

Examinons les conséquences de cette tension.

1° Considérons un élément quelconque M dans la masse liquide (*fig.* 63). Les molécules qu'il sépare exercent de part et d'autre une force répulsive réciproque, comme s'il y avait entre elles un ressort tendu. Cette force se nomme la *pression* sur l'élément. Puisque l'équilibre existe, elle est égale sur les deux faces, et, à cause de la symétrie du liquide dans tous les sens, elle est normale à la surface M, indépendante de sa direction, et la même sur tous les éléments égaux que l'on imaginera, soit dans l'intérieur du liquide, soit contre la paroi. C'est en cela que consiste ce que l'on nomme le ***principe de Pascal*** ou ***de l'égalité de pression.***

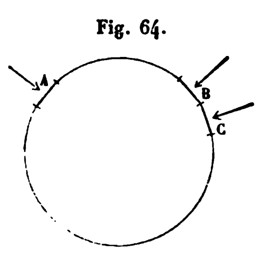
Fig. 63.



2° Cette loi n'est point seulement vraie pour des surfaces élémentaires : elle s'applique à des surfaces planes quelconques égales entre elles, puisque celles-ci sont composées du même nombre d'éléments égaux pressés également et dans la même direction. Alors quand on ouvrira dans la paroi un orifice A de section *a* (*fig.* 64), que l'on y engagera un piston plan chargé d'un poids P, il y aura contre ce piston une réaction du liquide égale au poids P, puisqu'elle lui fera équilibre, et toute surface plane *a* intérieure ou sur la paroi éprouvera la même

pression P. Si donc on ouvre en B ou en C des orifices égaux à a, il faudra, pour maintenir en équilibre ces portions de la paroi, exercer sur elles de l'extérieur à l'intérieur un effort égal à P. On dit alors que la pression exercée en A s'est transmise à B et à C, et l'on doit entendre par là que le liquide ayant diminué de volume exerce une réaction élastique égale dans tous les sens et dans toutes ses parties. On énonce alors la loi suivante, appelée *principe de l'égale transmission des pressions :*

Fig. 64.



Toute pression que l'on exerce sur une portion plane de la paroi du vase se transmet avec la même intensité sur toute portion de surface plane égale prise dans le liquide ou sur la paroi.

3° Puisque la pression P exercée par le piston A se transmet séparément à chacune des surfaces voisines B et C, égales à a, on peut les supposer réunies, ce qui constituera un piston de surface $2a$, et il supportera une pression 2P; de même, si le piston était égal à $3a$, il aurait une pression 3P, et, en général, il aurait une pression P′ égale à $P\frac{b}{a}$, si sa surface était quelconque et égale à b : on arrive ainsi à la relation générale

$$\frac{P}{P'} = \frac{a}{b},$$

et le principe précédent se généralise :

Quand un liquide enfermé est soumis à une pression extérieure, toutes les surfaces planes que l'on peut considérer dans l'intérieur du vase éprouvent des pressions proportionnelles à leur surface.

Nous devons insister spécialement sur deux conséquences de cette loi générale, d'abord parce qu'elles sont fort curieuses, et ensuite parce que nous pourrons aisément les vérifier. Si le piston comprimant est chargé d'un poids P et que sa section soit égale à 1, l'effort transmis sur des surfaces 1, 10, 100, 1000 sera égal à P, 10P, 100P, 1000P; avec un poids faible on pourra conséquemment exercer une action aussi grande que l'on voudra.

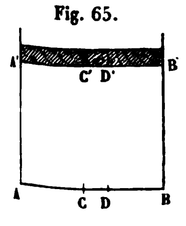
On peut changer les termes de cette proposition et dire que si l'on prend des pistons comprimants dont les sections soient 1, 10, 100, 1000, et qu'on les charge de poids P, 10P, 100P, 1000P, on produira toujours le même effort P sur une surface plane égale à l'unité, c'est-à-dire une pression constante dans l'intérieur du liquide.

ÉQUILIBRE DES LIQUIDES PESANTS. — Jusqu'à présent nous avons raisonné sur un cas tout à fait hypothétique : celui où les liquides ne seraient pas soumis à l'influence de la pesanteur. Quand cette force agit, elle modifie leur état d'équilibre en faisant naître des pressions dans leur intérieur, mais sans détruire leurs propriétés fondamentales. Dès lors, toutes les fois que l'on exercera sur eux une action extérieure, ils seront à la fois soumis à cette action et à l'influence de la pesanteur, et les effets se superposeront; conséquemment, toutes les lois de la transmission des pressions que nous venons d'établir se maintiendront, accompagnées de modifications moléculaires déterminées par la pesanteur, modifications que nous allons aisément prévoir en faisant l'application des principes précédents.

Mais avant d'y arriver et pour faciliter l'étude des actions de la pesanteur, nous étudierons un cas particulier : nous admettrons qu'un vase de forme quelconque soit rempli d'un liquide sans pesanteur et qu'il soit pressé par un piston horizontal A'B' d'une étendue quelconque (*fig.* 65), formé par une lame homogène, d'épaisseur constante, et agissant sur le liquide par son poids.

Il exercera sur toute surface égale à la sienne, AB par exemple, une pression qui sera égale à son poids total. Sur une surface AC moitié de la sienne, il communiquerait une pression égale à la moitié de son poids; c'est-à-dire égale au poids de la moitié A'C' de sa surface. En général, il produira sur une étendue quelconque CD une pression égale au poids d'une étendue égale C'D'. La même chose aura lieu si la surface considérée, au lieu d'être horizontale comme AB, est inclinée ou verticale; par consé-

Fig. 65.



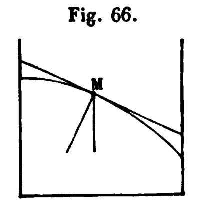
quent, toute portion plane de direction quelconque, s
l'intérieur de la masse liquide, soit sur la paroi, sera
même cas que si elle était couverte par une portion d
égale à elle-même.

Outre cela, ce piston pourrait avoir une dimensio
conque sans que l'effet fût changé, car si sa surface ét
100,..., son poids serait P, 10P, 100P,..., et il exerce
pression constante P sur chaque unité de surface int

Ainsi la pression exercée par un pareil piston serait :
stante dans tout le liquide; 2° indépendante de la direc
surfaces pressées; 3° égale et opposée à elle-même
deux faces de chaque élément; 4° elle agirait sur chac
face comme si celle-ci était soumise au poids d'une
de piston égale à la sienne; elle ne varierait pas si
deur du piston changeait.

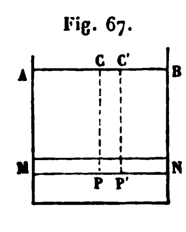
Considérons maintenant les liquides tels qu'ils se pr
à nous, c'est-à-dire pesants. Leur surface supérieure
disposer horizontalement, car si e
inclinée (*fig.* 66), une molécule M
être considérée comme soumise à d
posantes de son poids, l'une norma
tre parallèle à la surface; la premiè
forces ne produirait aucun mouve
deuxième, au contraire, ferait gliss
lécule. L'équilibre ne pourra donc
teint que si cette composante devient nulle, c'est-à-
surface du liquide est normale à la pesanteur. Ainsi se
et s'explique une relation déjà découverte par l'expér

Fig. 66.



Ceci étant établi, décomposons la masse liquide
ches horizontales infiniment minces (*fig.* 67), elles co
ront celles qui sont au-dessous d'
seront pressées par celles qui son
sus, comme si celles-ci étaient auta
tons superposés. Mais chaque tranc
une épaisseur élémentaire, on peut
que la pression y sera constante, c
vient à dire que le liquide qu'elle
peut être considéré comme étant sa
Nous voici conséquemment conduits à assimiler cha

Fig. 67.



che élémentaire MN à un liquide non pesant, soumis au poids d'une couche liquide superposée dont *l'épaisseur est constante*, et qui réalise précisément le piston hypothétique que nous avons précédemment imaginé ; dès lors cette couche détermine les mêmes effets que ce piston, et toutes les conséquences que nous avons exprimées se réalisent dans la couche MN : nous n'avons qu'à les reproduire en les développant.

1° La pression sera la même dans toute l'étendue de la couche MN; on arrive ainsi à une conséquence générale qui exprime une des propriétés les plus importantes des liquides pesants, à savoir que la pression est constante dans toute l'étendue d'une même couche horizontale.

2° Si l'on considère dans la tranche un élément superficiel quelconque, horizontal, vertical ou incliné, placé dans le liquide ou sur la paroi, il aura la même pression que s'il tournait autour de son centre pour devenir horizontal.

3° Chaque surface prise à l'intérieur du liquide sera pressée sur ses deux côtés par des forces normales égales et opposées en chaque point.

4° La pression exercée sur une surface élémentaire quelconque PP′ est égale au poids du liquide superposé ou au poids d'une colonne cylindrique de liquide, ayant pour base cet élément et pour hauteur sa distance au niveau du liquide.

5° Puisque les pressions exercées par un piston homogène pesant ne variaient pas avec sa surface, et qu'il est ici remplacé par une série de couches élémentaires pesantes, la pression ne dépendra pas de l'étendue de chacune d'elles; par conséquent, si le vase s'élargissait ou se rétrécissait vers le sommet, s'il était droit ou incliné, ou s'il avait une forme complexe quelconque, on trouverait toujours la même pression dans la couche, pourvu que la hauteur du liquide fût la même.

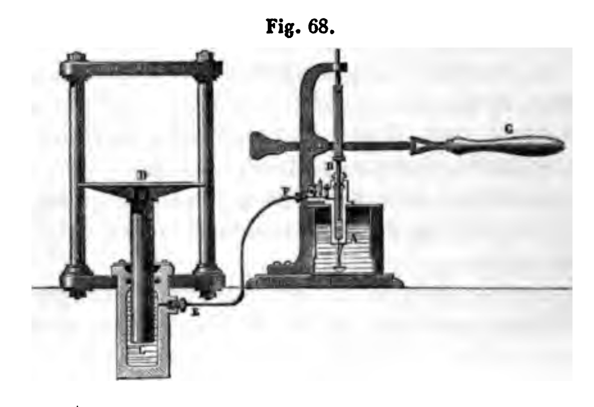
6° Si l'on veut enfin compléter le résumé des propriétés des liquides, il faut rappeler qu'une pression exercée par un effort mécanique sur une surface donnée de la paroi se transmet également sur des surfaces égales, et proportionnellement aux superficies si elles sont inégales; ces effets s'ajoutent à ceux que produit la pesanteur sans les altérer.

Telles sont les conséquences de la théorie. Il faut mainte-

nant les justifier, en montrant que toutes les expériences viennent les confirmer.

PRESSE HYDRAULIQUE. — Après avoir démontré que la pression exercée par un piston de section 1 se transmet en se multipliant par 10, 100, 1000,... sur un second piston de section 10, 100, 1000,..., Pascal songea à profiter de cette loi pour exercer des effets mécaniques considérables avec une force très-petite, et il imagina la presse hydraulique (*fig.* 68). Elle se réduit essentiellement à une petite pompe foulante AB par laquelle on injecte

Fig. 68.



de l'eau dans un vase où se meut un large piston ascendant CD. L'eau que l'on introduit soulève ce piston, qui comprime contre un obstacle fixe les objets dont il est chargé. Cet appareil, destiné à utiliser la loi des pressions, peut servir à la démontrer. On placera 1000 kilogrammes sur le grand piston, et l'on cherchera le poids qu'il faut poser sur le piston de la pompe pour les équilibrer; on trouvera qu'il suffit de 1 kilogramme si le rapport des surfaces est de 1000 à 1, ce qui justifie le principe de la transmission proportionnelle des pressions.

APPAREIL DE PASCAL. — Un vase de verre M (*fig.* 69), maintenu dans un support, se termine par un cylindre creux de métal dont les bords inférieurs sont rodés à l'émeri fin; on y applique un obturateur plan BC, on le soutient par un fil au plateau d'une balance et on le tire par des poids disposés de l'autre côté du fléau. Dans cette position, il forme le fond du

vase M. Ensuite on verse de l'eau dans i'appareil, ce qui détermine une pression qui augmente peu à peu, jusqu'à devenir égale aux poids qu'on a mis dans le second bassin. Aussitôt qu'elle dépasse cette limte, on voit tomber l'obturateur et l'eau s'écouler dans le vase E; alors le niveau baisse, la pression s'affaiblit, et l'obturateur se relève bientôt pour se coller de nouveau au vase et le refermer. En répétant plusieurs fois cette épreuve, on mesure le niveau du liquide au moment de la rupture d'équilibre et on le marque au moyen d'une pointe affleurante A.

Fig. 69.

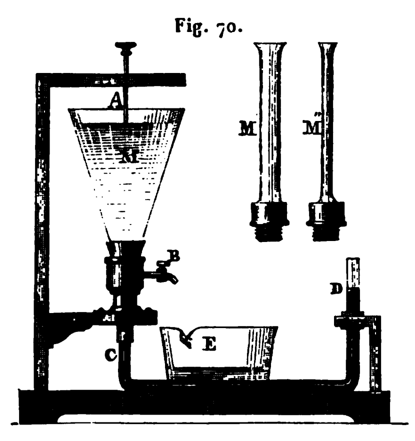


On enlève ensuite le vase M qui est vissé sur F, on le remplace par d'autres dont les formes et les largeurs sont différentes et l'on constate que c'est toujours au moment où le niveau atteint une même hauteur que l'eau commence à couler; on en conclut que la pression sur le fond des vases est indépendante de leur forme. On peut aller plus loin, prendre un vase cylindrique M', peser l'eau qu'il faut y verser pour équilibrer l'appareil, et l'on trouve que son poids est égal à ceux que l'on a mis dans la balance; conséquemment la pression exercée sur l'obturateur est égale au poids du cylindre de liquide qui le couvre.

APPAREIL DE HALDAT. — M. de Haldat a construit, pour faire la même vérification, un appareil plus connu (*fig.* 70); il consiste en un tube de verre CD, recourbé verticalement à ses deux extrémités, terminé en D par une branche de verre et raccordé en C à une douille métallique sur laquelle on visse des vases de forme diverse disposés comme ceux de l'appareil précédent et surmontés comme eux d'une pointe A pour marquer les niveaux. Le tube est plein de mercure, c'est la

surface terminale de ce liquide qui forme en C le fond du vase; elle est de dimension constante, et c'est sur elle que la pression s'exerce. En versant de l'eau jusqu'à la pointe A, on voit monter le niveau en D, et on le marque au moyen d'un anneau métallique qui entoure le tube. Ensuite on vide le vase par le robinet B, on le remplace successivement par les deux autres qui sont représentés en M' et en M", et en y versant de l'eau jusqu'à la même hauteur, on trouve que le mercure s'élève en D de la même quantité; d'où l'on conclut que la pression exercée sur le fond des vases est indépendante de la forme de ces vases.

Fig. 70.



PRESSIONS DE BAS EN HAUT. — La théorie indique que les pressions sont égales sur les deux faces d'une lame plongée, et l'expérience suivante le démontre. On applique contre les bords rodés d'un tube large ED un obturateur en verre dépoli ou, ce qui vaut mieux, une carte mince A dont le poids puisse être négligé (*fig.* 71); puis on plonge l'appareil dans l'eau, en soutenant l'obturateur par un fil attaché à son milieu A; on s'aperçoit que cet obturateur ne tombe pas quand on cesse de le soutenir et qu'il est conséquemment maintenu par une pression de bas en haut. Si l'on veut la mesurer, il faut rétablir une pression opposée en versant de l'eau dans le tube jusqu'au moment où le disque commence à s'affaisser; cela arrive quand le niveau dans le tube est à peu près le même que dans le vase. A ce moment, la pression

Fig. 71.

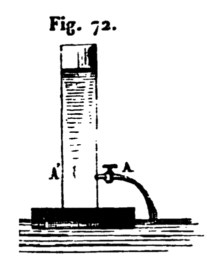


bas en haut sur A est égale à celle qui s'exerce de haut bas ou au poids du cylindre liquide qui a le disque pour e et sa distance au niveau pour hauteur.

.a même expérience pouvant se faire avec un tube re-rbé dont l'ouverture inférieure soit oblique ou verticale, ıontre de la même manière l'existence de pressions obli-s ou horizontales qui suivent les lois trouvées par la ›rie.

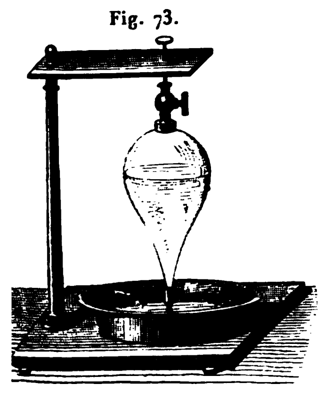
ESSIONS LATÉRALES. — Pour prouver qu'il y a des pressions rales sur les parois des vases, on se contente le plus souvent des expériences suivantes. On place sur un flotteur de liége (*fig.* 72) un vase plein d'eau qui est muni d'un conduit latéral A. Quand celui-ci est bouché, le liquide qu'il contient éprouve une pression de A′ vers A; mais la paroi opposée A′ en éprouve une autre égale et contraire, et toutes deux s'équilibrent. Quand on ouvre robinet A, ces deux forces d'action et de réaction exercent r effet, l'une fait couler l'eau, l'autre fait reculer le vase.

Fig. 72.



Le tourniquet hydraulique (*fig.* 73) est fondé sur le même principe. C'est un vase plein d'eau qui est mobile autour d'un axe vertical, qui porte à son sommet un robinet, et à sa base deux tubes horizontaux recourbés et très-étroits. Tant que le robinet est fermé, l'eau est maintenue dans le vase par la pression atmosphérique; quand il est ouvert, elle s'écoule par l'extrémité s tubes; ceux-ci reculent par la réaction, et l'appareil tourne ıtour de son axe.

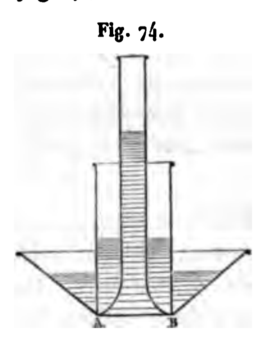
Fig. 73.



PARADOXE HYDROSTATIQUE. — Les lois de l'équilibre des li-uides conduisent à une conséquence qui paraît au premier

abord très-singulière. Si l'on prend un tube cyli (*fig.* 74) dont la base soit égale à 1 décimètre carré e

Fig. 74.

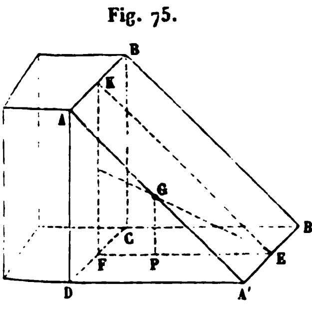


y verse 1 kilogramme d'eau, lèvera à une hauteur égale à mètre et la pression supporté base sera égale au poids du c'est-à-dire à 1 kilogramme. vase, au lieu d'être cylindriq largit assez pour que la haute quide se réduise à 1 centim pression supportée par le fon duit à $\frac{1}{10}$ de kilogramme. Par l raison, quand le vase se rétré le haut et que la même quantité d'eau s'y élèvera à 1000 décimètres, la pression sera représentée par 10, 1 kilogrammes, et cependant, dans tous ces cas différe peut placer le vase sur le plateau d'une balance et total de l'eau contenue est toujours égal à 1 kilogram a, comme on le voit, une contradiction apparente e résultats, puisque la pression est variable et que le p liquide est constant : c'est ce que l'on nomme le *pa hydrostatique*. Mais en réfléchissant à ce qui se passe, que, d'une part, on considère exclusivement la pressio produit sur le fond : celle-ci est variable ; et, d'un aut la balance indique la résultante verticale de toutes le sions exercées sur toutes les parois : celle-ci est cons égale au poids du liquide, comme nous le démontrero avoir étudié la composition des pressions.

* **COMPOSITION DES PRESSIONS.** — Quand on considère u face horizontale dans un liquide, elle éprouve sur cha ment des pressions égales, parallèles et proportionnel profondeur, et si l'on veut en trouver la résultante un faut faire la même opération que pour déterminer le de gravité ; le point d'application de cette résultante, nomme le *centre de pression*, est donc confondu avec c de gravité, et son intensité est égale au poids du liquid posé. La question devient plus complexe pour une quelconque ABCD (*fig.* 75) ; on peut la rabattre ho

lement en A′B′CD, et placer verticalement sur tous ses éléments le filet liquide dont le poids exprime la pression qu'ils supportent; la hauteur de chaque filet sera égale à la distance de chaque élément au niveau AB. Ces filets réunis formeront un polyèdre ABCDA′B′; le poids de ce polyèdre, qui est appliqué à son centre de gravité G, représente la pression totale éprouvée par A′B′CD, et le point P, où la verticale GP rencontre la surface dans la position horizontale que nous lui avons donnée, est le centre de pression.

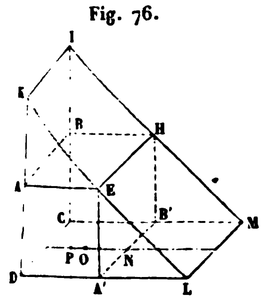
Fig. 75.



Dans le cas où la surface pressée ABCD est un rectangle vertical dont les bases AB, CD sont horizontales, et dont la première est située sur le niveau du liquide, le polyèdre que nous venons de construire est un prisme; le centre de gravité est en G, aux deux tiers de la ligne qui joint le point E au milieu de ABCD, et en abaissant de G une perpendiculaire sur EF, elle tombe en P, aux deux tiers de la hauteur EF du rectangle à partir de E : P est, dans ce cas particulier, la position du centre de pression.

Mais si la surface pressée s'enfonçait dans le liquide en restant parallèle à elle-même, le centre de pression changerait de place et se relèverait vers AB. Examinons, par exemple, deux rectangles égaux ABIK, ABCD (*fig.* 76), KI étant supposé au niveau du liquide. Rabattons la surface totale, et construisons le polyèdre formé par les filets liquides superposés en chaque point; le centre de poussée de ABIK, rabattu en A′B′LM, se trouvera comme précédemment, et celui de ABCD, rabattu en A′B′CD, s'obtiendra en cherchant les centres de gravité des deux prismes rectangulaire et triangulaire qui lui sont su-

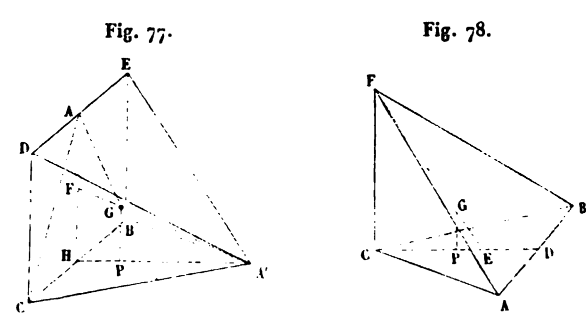
Fig. 76.



perposés. Les verticales passant par ces centres de gravité tomberont, la première en O à une distance NO égale à la moitié de la hauteur du rectangle, la seconde en P à une distance NP égale aux deux tiers de cette hauteur, et il faut chercher le point d'application de la résultante des deux poids appliqués en O et en P; le premier de ces poids est double du second, et le point cherché sera sur PO, au tiers de la longueur PO à partir de O, et aux deux tiers à partir de P. On voit donc que le centre de pression n'est pas situé aux mêmes points dans deux rectangles égaux, inégalement enfoncés.

Non-seulement le centre de pression varie quand on enfonce plus ou moins la surface pressée, il change encore de place quand on tourne la figure sur elle-même. Examinons, par exemple, un triangle vertical ABC dont le sommet A soit d'abord sur le niveau, et dont la base BC soit horizontale.

Soit ABC (*fig.* 77) le triangle dans sa situation réelle, et A'BC sa position rabattue; le polyèdre dont le poids mesure



la pression est une pyramide à base rectangulaire A'CBDE, son centre de gravité est en G aux trois quarts de A'F, qui joint le sommet au centre de la base BCDE, et la verticale abaissée de ce point tombera en P, aux trois quarts de la ligne A'H menée du sommet A' au milieu de BC. Par conséquent, en ramenant le triangle en ABC, le centre de poussée sera aux trois quarts de la ligne qui joint A au milieu de BC.

Si l'on suppose ensuite que les trois sommets A, B, C du triangle soient successivement placés sur le niveau du liquide et les trois bases parallèlement à l'horizon, les pyramides construites auront des bases et des hauteurs différentes, le

nt P prendra trois positions distinctes, et le poids qui le sse aura trois valeurs différentes.

omme dernier exemple, faisons coïncider l'un des côtés du ngle avec la surface du liquide en laissant comme précé- mment son plan vertical (*fig.* 78). La position rabattue est ;, le polyèdre à étudier devient une pyramide qui a le ngle ABC pour base, et son centre de gravité est en G sur gne qui joint le sommet F au centre de gravité E de cette ;, au quart de cette ligne à partir de E; on aura

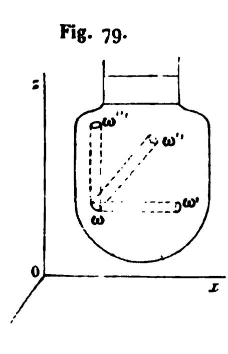
$$ED = \frac{1}{3}DC, \quad EC = \frac{2}{3}DC, \quad EP = \frac{1}{4}EC = \frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}DC,$$

$$PD = ED + EP = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}\right)DC = \frac{1}{2}DC.$$

centre de pression est donc à la moitié de la ligne qui joint ommet du triangle au milieu de sa base, point qui sera dif- nt quand chacune des bases sera successivement placée iveau du liquide.

ÉSULTANTE DES PRESSIONS EXERCÉES SUR LES VASES. — Les mples précédents suffisent pour montrer comment on peut, s chaque cas particulier, trouver la pression et le point où agit; ils font voir en même temps que le centre de pression st pas fixe pour une même forme de surface, et qu'il dépend on orientation, de son inclinaison, et aussi de la profondeur où elle est placée. Mais la complication de ces résultats disparaît si l'on cherche la pression totale exercée sur l'ensemble des parois qui limitent le liquide dans un vase $\omega\omega'\omega''\omega'''$ (*fig.* 79).

Fig. 79.



Rapportons toutes les directions à trois axes coordonnés, Ox, Oy, Oz, les deux premiers horizontaux et le dernier vertical. Décomposons la surface en éléments infiniment petits et considérons en particulier l'un d'eux ω. Menons un cylindre allèle à l'axe des x ayant ω pour base, et découpant sur la

surface opposée un second élément ω'. Comme ω et ω' s
au même niveau, ils éprouveront des pressions normales
$P\omega'$, P représentant la pression sur l'unité de surface à
niveau.

Si nous désignons par α et α' les angles que forment les
males aux éléments ω et ω' avec la direction de l'axe des x,
pressions précédentes ont, parallèlement à l'axe du cylin
des composantes $P\omega\cos\alpha$, $P\omega'\cos\alpha'$. D'un autre côté, la
tion droite du cylindre est représentée par $\omega\cos\alpha$ et ω' co
comme elle est constante, $\omega\cos\alpha = \omega'\cos\alpha'$, et par s
$P\omega\cos\alpha = P\omega'\cos\alpha'$, ce qui veut dire que les composa
parallèles à Ox des pressions en ω et ω' se détruisent.

On peut mener de même par ω, parallèlement à l'axe de
un cylindre qui découpera sur la paroi opposée un élément
et l'on démontrera de même que les composantes de ces p
sions parallèles à Oy seront égales et parallèles. En géné
dans un vase plein de liquide, toutes les composantes h
zontales des pressions se détruiront, et il ne nous res
considérer que leurs composantes verticales.

Menons encore un cylindre $\omega\omega''$ parallèle à Oz; les press
P, P' sur l'unité de surface aux niveaux passant par ω et ω''
égales aux poids de colonnes liquides ayant l'unité pour l
et la distance au niveau supérieur pour hauteur; alors les p
sions normales aux deux éléments sont $P\omega$ et $P'\omega'$, et l
composantes verticales sont $P\omega\cos\gamma$ et $P'\omega'\cos\gamma'$. $\omega\cos$
$\omega'\cos\gamma'$ sont encore égales entre elles et à la section droi
du cylindre. La différence des pressions verticales sera dès
$Pp - P'p$, c'est-à-dire qu'elle sera égale à la différence
poids de deux colonnes contenues dans le cylindre trac
ayant pour hauteur les distances de ω et ω''' au niveau, ce
par conséquent le poids de la colonne $\omega\omega'''$. Si l'on répèt
même raisonnement pour tous les éléments de l'envelo
du vase, toutes les composantes verticales se réduiront à
force unique égale au poids du liquide. Cela explique c
plétement le paradoxe hydrostatique, et c'est une nouv
vérification de la loi des pressions.

Nous sommes conduits, par le même genre de raisonnem
à un résultat théorique important. Imaginons que l'on plo
dans un liquide un corps de forme quelconque et que

cherche la résultante des pressions qu'il éprouve sur tous les éléments de sa surface, le même raisonnemeni va s'appliquer et la même figure peut servir. On considérera encore sur la surface du corps immergé des éléments tels que ω, ω', ω'', ω''', les pressions qu'ils subiront seront égales à celles que nous venons d'exprimer, mais auront une direction opposée; par conséquent, toutes leurs composantes horizontales se détruiront encore, toutes leurs composantes verticales se réduiront à une force unique égale au poids d'une masse liquide qui remplirait le volume immergé et qui agirait dans un sens inverse de la pesanteur. Cela revient à dire que tout corps plongé dans un liquide éprouvera une pression résultante unique, égale au poids du liquide déplacé, appliquée à son centre de gravité et poussant le corps de bas en haut. Nous verrons, dans la Leçon suivante, que cette conséquence est justifiée par l'expérience et que c'est une loi des liquides pesants qui a été découverte autrefois par Archimède, dont elle porte le nom.

DOUZIÈME LEÇON.

CONSÉQUENCES DES LOIS DE L'ÉQUILIBRE DES LIQUIDES.

Principe d'Archimède. — Vérification expérimentale. — Liquides superposés. — Corps flottants. — * Conditions de stabilité. — Vases communiquants. — Niveau d'eau. — Niveau à bulle d'air. — Densité des solides et des liquides. — Balance hydrostatique. — Aréomètres.

PRINCIPE D'ARCHIMÈDE. — Nous venons de démontrer théoriquement que tout corps plongé dans un liquide éprouve une poussée verticale de bas en haut, appliquée à son centre de gravité et égale au poids du liquide déplacé.

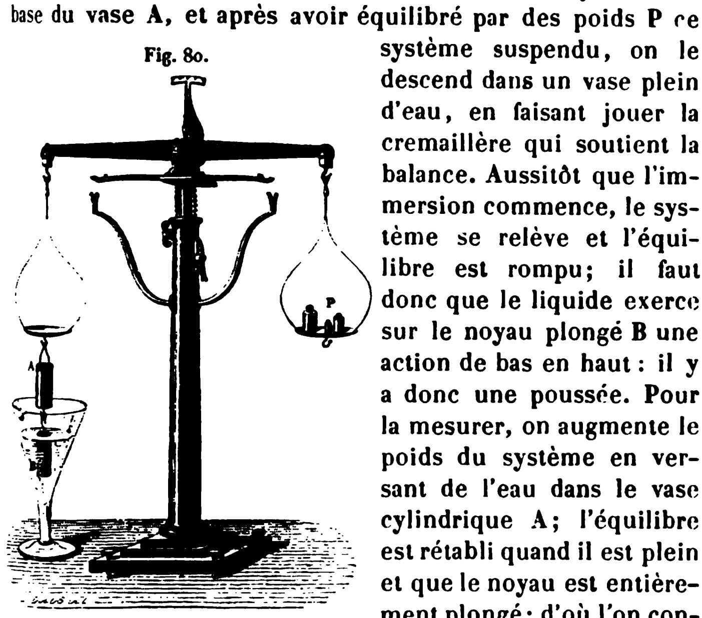
On énonce quelquefois cette loi de la manière suivante: *Tout corps plongé dans un liquide perd un poids égal à celui du liquide déplacé.*

Voici comment nous pouvons, sans calcul, rendre raison de cette importante propriété. Isolons par la pensée, dans un vase plein de liquide, une masse terminée par une surface quelconque; elle est en équilibre et ne tombe pas : il faut donc admettre que son poids est détruit par la réaction du liquide qui l'entoure, c'est-à-dire qu'elle est soumise à des pressions dont la résultante totale est égale et directement opposée à son poids. Or ces pressions sont indépendantes de la nature de la surface; leur résultante sera donc la même pour tous les corps plongés qui auront la même enveloppe que la masse liquide qui vient d'être imaginée; elle sera donc toujours égale et contraire au poids de cette masse, c'est-à-dire au poids de l'eau déplacée.

Pour justifier expérimentalement le principe d'Archimède, on prend un vase cylindrique de cuivre A (*fig.* 80) et un noyau de métal B ayant un volume extérieur égal à la capacité du vase, condition que l'on vérifie en enfonçant le noyau dans le cylindre et reconnaissant qu'il le remplit exactement. On

accroche le vase A au plateau d'une balance, le noyau B à la base du vase A, et après avoir équilibré par des poids P ce système suspendu, on le descend dans un vase plein d'eau, en faisant jouer la cremaillère qui soutient la balance. Aussitôt que l'immersion commence, le système se relève et l'équilibre est rompu; il faut donc que le liquide exerce sur le noyau plongé B une action de bas en haut : il y a donc une poussée. Pour la mesurer, on augmente le poids du système en versant de l'eau dans le vase cylindrique A; l'équilibre est rétabli quand il est plein et que le noyau est entièrement plongé; d'où l'on conclut que la poussée qu'éprouve ce dernier est égale au poids d'un volume d'eau égal au sien.

Fig. 80.

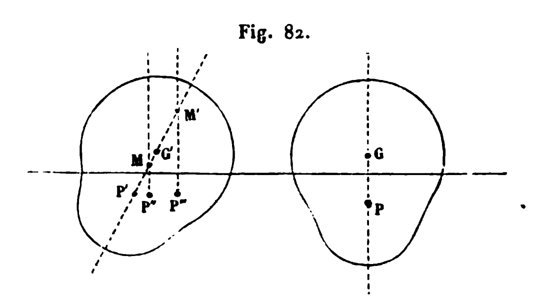


Voici maintenant un corollaire forcé de ce principe. Plaçons sur l'un des bassins d'une balance un vase plein d'eau et à côté de ce vase un solide quelconque, puis équilibrons le tout. Si nous venons ensuite à mettre le solide non plus à côté, mais dans le vase, nous ne détruirons pas l'équilibre : l'expérience journalière le prouve. Or, puisque le solide, en pénétrant dans le liquide, perd un poids égal à celui de l'eau déplacée, il faut que celle-ci gagne ce qu'il perd, ou qu'elle éprouve une poussée de haut en bas égale à celle qui chasse le solide en sens inverse.

Pour confirmer expérimentalement cette conséquence, nous renverserons l'expérience précédente; nous suspendrons le même système à un support fixe C (*fig.* 81), et nous équilibrerons sur la balance le vase de verre où se fait l'immersion : nous le relèverons avec la crémaillère, et nous verrons augmenter son poids aussitôt que le noyau B plongera. Pour

gravité G (*fig.* 82), et la poussée au centre de gravité P de la partie immergée, il faut non-seulement que ces forces soient

Fig. 82.



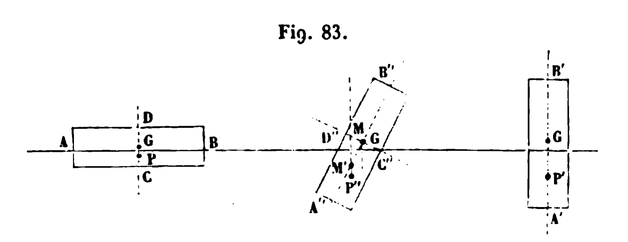
égales, mais encore qu'elles soient opposées; de là une seconde condition d'équilibre : c'est que les centres de gravité du corps total et de la partie plongée soient sur une même ligne verticale. D'où il résulte qu'une sphère homogène sera en équilibre, quelle que soit sa position; un ellipsoïde, quand l'un quelconque de ses axes sera vertical; un parallélépipède droit à base rectangulaire, quand l'un de ses trois systèmes d'arêtes sera vertical.

* **CONDITIONS DE STABILITÉ.** — Il faut en troisième lieu que l'équilibre soit stable, c'est-à-dire que les forces auxquelles le corps est soumis soient dirigées de manière à le ramener à sa position initiale quand on l'en a écarté très-peu. Supposons, par exemple, que la ligne PG s'incline en P′ G′, le centre de gravité se placera en G′; mais le centre de poussée aura pris une position nouvelle P″, puisqu'il est le centre de gravité de la partie immergée, et que celle-ci a changé. Alors le corps est soumis à l'action de son poids, qui agit en G′ de haut en bas, et de la poussée, qui agit en P″ de bas en haut : il en résulte un nouveau système de forces qui tend, dans la position indiquée par la figure, à éloigner le corps de sa position primitive; il y était donc en équilibre, mais en équilibre instable. Le point M où la verticale passant par P″ rencontre la ligne G′ P′ se nomme le *métacentre*, et il se trouve ici au-dessous du centre de gravité. Mais si le nouveau centre de poussée était en P‴ au lieu d'être en P″, les deux forces concourraient à ramener le corps à sa position première; dans ce cas, le métacentre serait en M′, e

au-dessus du centre de gravité. On voit donc que l'équilibre sera instable ou stable, suivant que le métacentre sera au-dessous ou au-dessus du centre de gravité.

Pour élucider ce point par un exemple, je supposerai que l'on ait une planche plate, taillée sous la forme d'un parallélépipède rectangulaire droit. Si on la couche d'abord horizontalement sur le liquide dans la position AB (*fig.* 83), le centre de

Fig. 83.



gravité sera en G, le centre de poussée sera en P, et ces deux points étant sur une même verticale, l'équilibre aura lieu. Que l'on vienne maintenant à incliner la planche dans la position A''B'', le centre de poussée se trouvera en P'', le métacentre en M, sur la ligne D''C'', au-dessus du centre de gravité G, et le corps reviendra à son équilibre. Si au contraire on avait placé verticalement la planche en une autre position d'équilibre A'B', et qu'on l'eût inclinée ensuite en A''B'', le métacentre eût été sur la rencontre de MP'' avec A''B'' en M', il eût été placé au-dessous du centre de gravité, et l'on voit que le système des deux forces appliquées en G et en M' tend à éloigner le corps de sa position primitive A'B' pour le coucher à plat sur le liquide dans la situation AB.

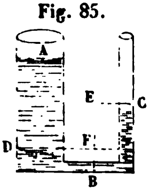
VASES COMMUNIQUANTS. — Tout ce que nous avons dit de l'équilibre des liquides étant indépendant de la forme, quelque compliquée qu'elle soit, des vases qui les renferment, va s'appliquer également au cas où deux vases distincts seraient réunis par un tube de communication qui établirait la continuité entre le liquide contenu dans chacun d'eux : ces sortes d'appareils se nomment *vases communiquants.* Nous les examinerons en particulier, à cause de leurs nombreuses applications.

Si un même liquide remplit le vase ABC (*fig.* 84), il faudra

que chaque tranche horizontale supporte la même pression, ce qui exige que les deux niveaux A et C des surfaces terminales soient les mêmes, absolument comme dans un vase simple. Mais le cas devient plus compliqué si l'une des branches C (*fig.* 85) contient un liquide de densité d, et la deuxième branche A un liquide de densité d', s'il y a, par exemple, du mercure en CBD et de l'eau de D en A. Imaginons une cloison en B, et prenons en particulier un élément m de cette cloison; du côté de C il subira une pression égale au poids d'une colonne de mercure dont la base serait m, et la hauteur H, celle du mercure depuis son niveau jusqu'à B. Le poids de cette colonne sera représenté par le produit de son volume par la densité du mercure, il sera mHd. Du côté opposé, le même élément m reçoit la pression d'une colonne mixte, formée d'une hauteur h de mercure jusqu'en D et d'une hauteur H' d'eau jusqu'en A, et le poids de cette colonne sera

Fig. 84.

Fig. 85.



$$mhd + mH'd',$$

on devra donc avoir

$$mhd + mH'd' = mHd,$$

d'où l'on tire

$$H'd' = (H - h)d,$$

et enfin

$$\frac{H'}{H - h} = \frac{d}{d'},$$

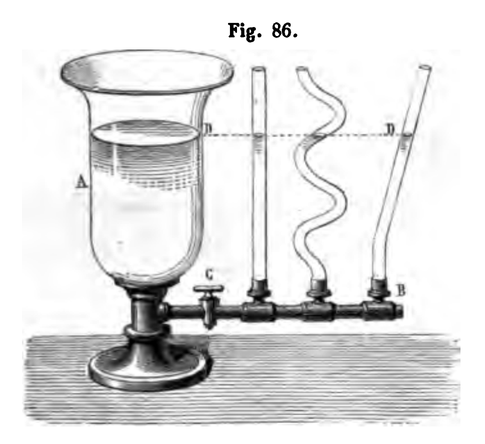
ce qui veut dire que les hauteurs H' et H — h des deux liquides au-dessus de leur surface de séparation doivent être en raison inverse des densités.

Et si $d = d'$, il faut que $H' = (H - h)$, c'est-à-dire que les hauteurs des deux liquides au-dessus d'une couche horizontale quelconque D doivent être les mêmes.

Quand les liquides sont les mêmes, on peut vérifier expérimentalement l'égalité des niveaux. On prend un vase A (*fig.* 86), muni à sa base d'un conduit horizontal que l'on peut

fermer ou ouvrir par un robinet C, et on ajuste sur BC divers tubes de dimension ou de forme différente. Au moment où

Fig. 86.

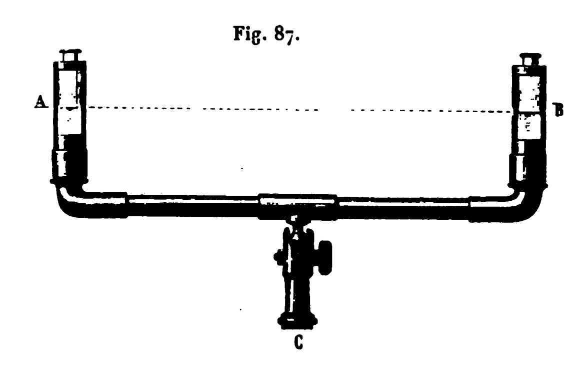


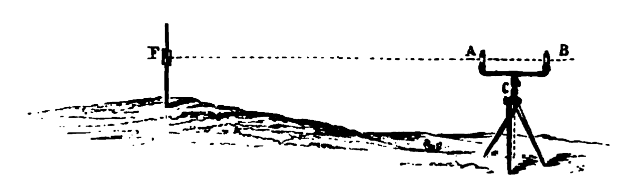
l'on ouvre C, le liquide afflue dans ces tubes et s'y arrête à une hauteur égale à celle où il est dans le vase A. Cette vérification assez grossière n'était pas nécessaire; car ces vases communiquants ne constituent pas un cas distinct.

NIVEAU D'EAU. — Un appareil précieux est fondé sur cette propriété : c'est le niveau d'eau (*fig.* 87); il se compose d'un tube de métal, laiton ou fer-blanc, que l'on fixe à peu près horizontalement sur un pied à trois branches; il se recourbe à ses deux extrémités et se termine par deux tubes de verre cylindriques A et B; on l'emplit avec de l'eau ordinaire au moment même où l'on veut employer l'appareil, et les niveaux dans les tubes extrêmes se placent à la même hauteur. Ordinairement ces tubes sont terminés par des goulots semblables à ceux qui forment l'orifice des flacons, et on les ferme avec des bouchons percés qui suffisent pour empêcher l'eau de s'écouler par les oscillations qu'elle éprouve pendant les transports, sans cependant empêcher la pression atmosphérique de s'exercer sur les surfaces intérieures. Cet appareil sert aux nivellements, et voici comment on y procède. Pendant qu'une personne placée au loin maintient verticalement en F une mire divisée, un observateur dirige un rayon visuel par les deux surfaces liquides du niveau et fait de la main le signe d'élever ou d'abaisser le

voyant de la mire. Quand ce voyant a été placé sur le prolongement du rayon visuel, on mesure sur la mire sa distance au

Fig. 87.



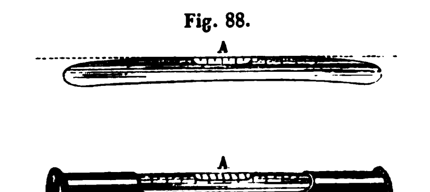


sol. Laissant le niveau au même lieu, on transporte alors la mire en un autre point, on répète la même opération, et la différence des hauteurs du voyant aux deux stations qu'il a occupées mesure la différence de leurs niveaux. On peut continuer l'opération de stations en stations, et on finit par avoir les hauteurs relatives de deux points extrêmes très-éloignés. Cet appareil est d'autant plus commode, qu'il se règle de lui-même sans l'intervention de l'opérateur; mais il n'a que très-peu de précision, à cause de l'imperfection de la visée. Dans les nivellements prolongés, il est indispensable d'opérer avec plus de délicatesse, et l'on emploie le niveau à bulle d'air.

NIVEAU A BULLE D'AIR. — Cet instrument est formé par un tube de verre courbé (*fig.* 88). On cherche autant que possible à lui donner la forme d'un tore de révolution; comme il est difficile de réaliser cette condition, je supposerai la courbure quelconque, mais symétrique par rapport à un plan mené normalement au tube par le point A. L'appareil est rempli

d'eau, sauf un très-petit espace occupé par une bulle d'air. Il est évident qu'elle viendra se placer symétriquement par rapport au point A si le plan tangent au cylindre en ce point est

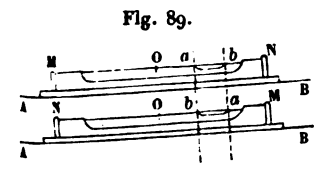
Fig. 88.



horizontal. Si ensuite on incline le tube, la bulle se déplace et son milieu se fixe à chaque fois au point du tube pour lequel le plan tangent est horizontal. Plus le rayon de courbure sera grand, plus la bulle cheminera pour une inclinaison donnée du niveau. On trace sur le verre des divisions symétriques par rapport au point A; elles servent à fixer les limites de la bulle et à reconnaître si son milieu est en A ou s'il en est éloigné à droite ou à gauche. On enferme ensuite ce tube dans un étui de laiton dont la disposition varie avec les usages auxquels on destine l'appareil.

Si l'on veut employer le niveau à reconnaître l'horizontalité d'un plan, on le fait reposer sur une règle de cuivre parallèle au plan tangent en A; et si, l'ayant appliqué sur la surface que l'on veut étudier, on voit toujours la bulle s'arrêter en son milieu, quelque direction qu'on lui donne, on en conclut que la surface qui le porte est à la fois plane et horizontale. Mais les indications du niveau ne mériteront confiance que lorsqu'il aura été bien réglé, c'est une opération qu'il faut faire soi-même et répéter de temps en temps; voici comment on l'exécute. On

Fig. 89.



place l'instrument sur un plan fixe à peu près horizontal, dans une direction MN (*fig.* 89) et l'on note la position *ab* de la bulle, puis on le retourne bout à bout, et on le replace dans la même direction. Rien n'est changé s'il est réglé, et la bulle prend en *ba* la même position par rapport à l'extrémité M que

celle qu'elle avait d'abord par rapport à N. Si, au contraire, l'appareil n'est pas réglé, la bulle n'est pas symétriquement placée dans les deux cas; alors on fait jouer les vis qui fixent le niveau à son support, de manière à donner à la bulle une position moyenne entre celles qu'on a observées, et le niveau est devenu juste; on s'en assure par un deuxième retournement, et l'on achève de l'ajuster s'il reste encore quelque inexactitude.

Le plus fréquent usage que nous ferons du niveau à bulle d'air sera de l'adapter à des instruments de physique, afin de rendre vertical un axe de rotation; on a déjà eu un exemple de cet emploi dans le cathétomètre, et l'on a développé à cette occasion les opérations qu'il faut faire pour régler cet instrument : nous n'y reviendrons pas.

DE LA MESURE DES DENSITÉS.

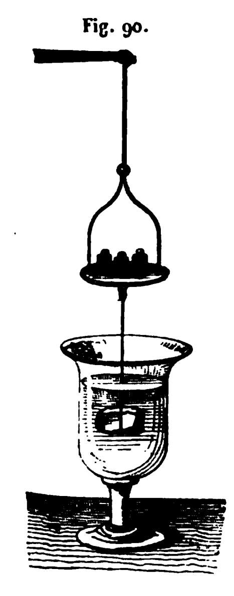
D'après les définitions données (page 128), la densité d'un corps, à une température déterminée, est égale au rapport de son poids au poids d'un volume d'eau à 4 degrés égal à celui qu'il offre à la température considérée. De là résulte : 1° que l'eau employée comme terme de comparaison doit toujours être prise expérimentalement, ou ramenée, par le calcul, à la température de son maximum de densité; 2° que la densité de chaque corps est essentiellement variable avec sa température. En troisième lieu, il faudra tenir compte de l'erreur que l'on commet en pesant les corps dans l'air au lieu de le faire dans le vide. Nous traiterons dans la suite de ces Leçons la question des densités avec tous les développements qu'elle mérite et avec toutes les corrections qu'elle exige. Pour le moment, nous allons négliger toutes les causes perturbatrices et chercher les valeurs approchées des densités sans nous occuper des variations, d'ailleurs très-petites, qu'elles éprouvent par les changements de température.

Il faudra donc, pour trouver la densité d'un corps, chercher d'abord son poids P, ensuite le poids P′ d'un égal volume d'eau, et diviser le premier par le second; la dernière partie de l'opération est la seule qui présente quelque difficulté, c'est aussi la seule qui va nous occuper. Nous commencerons

par les corps solides et décrirons successivement trois procédés que l'on emploie habituellement.

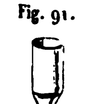
PROCÉDÉ DE LA BALANCE HYDROSTATIQUE. — I. On peut suspendre le corps par un fil au plateau d'une balance (*fig.* 90), l'équilibrer dans l'air au moyen d'une tare et le plonger ensuite dans un vase plein d'eau en abaissant la crémaillère. Le poids qu'il perd étant précisément égal à celui du liquide qu'il déplace, est justement le poids d'un volume d'eau égal au sien, poids que nous voulons trouver, et il suffira, pour l'obtenir, de placer des poids notés sur le plateau qui soutient le corps, jusqu'à rétablir l'équilibre; on voit que la balance n'a pas besoin d'être juste, il suffit qu'elle soit sensible. Il faut d'ailleurs que l'eau dans laquelle on fait l'immersion soit pure, et que le fil de suspension soit assez délié pour qu'on puisse négliger le poids de liquide qu'il déplace lui-même.

Fig. 90.



PROCÉDÉ DU FLACON. — II. On souffle à la lampe d'émailleur un petit flacon à parois minces, à goulot large, qui se ferme au moyen d'un bouchon creux rodé à l'émeri et qui se continue par un prolongement tubulaire très-fin (*fig.* 91). Ce flacon ayant été primitivement rempli d'eau jusqu'à un niveau fixe, est ensuite déposé sur un plateau de la balance avec le corps dont on cherche la densité, et l'on équilibre le tout. Cela fait, on débouche le flacon et l'on y fait entrer le corps, ce qui en fait sortir un volume égal d'eau; et quand on le replace ensuite sur le plateau, il ne manque rien au poids équilibré d'abord que le poids de l'eau expulsée; il suffit donc de rétablir l'équilibre en ajoutant des poids notés P' pour avoir le

Fig. 91.



poids d'un volume d'eau égal à celui du corps, ce que l'on cherchait.

Il n'y a d'autres précautions à prendre dans ces opérations que de remplir exactement le flacon jusqu'à un repère fixe marqué sur le tube; cela se fait en plongeant dans un vase plein d'eau ce flacon d'une main et son bouchon de l'autre, puis les réunissant au sein du liquide et les pressant légèrement l'un contre l'autre, avec un effort toujours égal; ensuite on retire le tout, on l'essuie avant d'opérer et on éponge l'excès du liquide resté dans le bouchon avec un tortillon de papier joseph. Il faut prendre des soins particuliers pour enlever des bulles d'air qui souvent s'attachent obstinément aux fragments solides du corps que l'on met dans le flacon; on y parvient soit en chauffant sur une lampe à alcool jusqu'à l'ébullition de l'eau, soit en plaçant le flacon dans le vide.

PROCÉDÉ DE L'ARÉOMÈTRE. — III. Dans le troisième procédé, une balance est inutile; on la remplace par l'aréomètre de Nicholson qui n'est, à proprement parler, qu'une balance assez précise. C'est un vase creux et léger B (*fig.* 92) de cuivre ou de fer-blanc verni; il est surmonté par une tige métallique fine; il est terminé par un bassin D qui a la forme et l'usage d'un plateau de balance, et enfin il est lesté par un poids inférieur C qui le tient en équilibre verticalement dans l'eau et sur lequel on voit un second bassin horizontal qui pourra recevoir des corps pesants. Placé sur l'eau, cet appareil plonge partiellement et s'enfonce progressivement quand on le charge de poids graduellement croissants. Pour un poids a, il affleure jusqu'à un trait A marqué sur la tige; ce poids, qui est à peu près constant, et ce trait A se nomment *poids* et *point d'affleurement*.

Fig. 92.



Voyons maintenant comment cet appareil pourra nous don-

ner la densité d'un corps de poids P. Nous plaçons celui-ci dans la coupe supérieure et nous ajoutons ce qu'il faut de poids notés p pour amener l'affleurement en A ; à ce moment la charge totale est $P + p$, elle est égale au poids d'affleurement a, on a donc

$$P = a - p.$$

Sans rien changer à l'appareil, on enlève le corps qui était sur la coupe, et on le place dans le liquide sur le bassin C ; il perd un poids P′ qui est celui d'un égal volume d'eau, ce qui fait remonter l'aréomètre ; on ajoute des poids en D jusqu'à reproduire l'affleurement, et ces poids sont égaux à P′. La densité d se calcule par la formule

$$d = \frac{a - p}{P'}.$$

Quand la tige est très-mince, les moindres variations de poids suffisent pour augmenter ou diminuer beaucoup la hauteur de l'affleurement, aussi l'appareil de Nicholson est-il une balance fort sensible dont on pourrait tirer un bon parti si elle n'était soumise à des causes de perturbation inévitables, et en particulier à des actions capillaires qui se produisent le long de la tige et contre les parois du vase ; c'est un instrument qui donne rapidement la densité approximative d'un corps, ce n'est pas un appareil de précision.

Tels sont les trois procédés qui peuvent indistinctement servir à mesurer la densité, mais ils deviennent tous également insuffisants quand on veut les appliquer à des corps poreux ou solubles dans l'eau. Si ces corps sont poreux, comme la craie, il faut commencer par les peser, puis les vernir avant de les plonger dans l'eau, ce qui, sans augmenter leur volume, les empêche de s'imbiber et rend l'opération possible. S'ils sont solubles, on les placera dans l'huile et l'on conduira l'expérience absolument comme on vient de le faire dans l'eau. Leur poids P dans l'air est égal à vd, le poids P″ d'un volume égal d'huile sera vd', et l'on aura

$$\frac{P}{P''} = \frac{vd}{vd'}, \quad d = d' \frac{P}{P''}.$$

On calculera donc la densité d du corps si l'on a détern l'avance la densité d' de l'huile dont on se sert.

DENSITÉ DES LIQUIDES. — Trois procédés généraux, qu respondent aux précédents, peuvent être mis en usag la mesure de la densité des liquides, nous les indiqu sommairement.

I. On suspend au plateau d'une balance, par un fil ı une masse quelconque, par exemple une sphère de ve on l'équilibre (*fig.* 90).

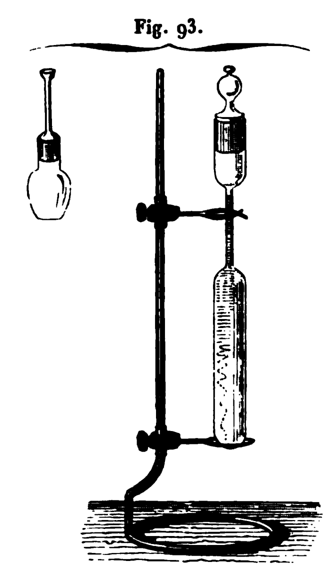
On la plonge dans le liquide dont on cherche la den l'on rétablit l'équilibre en ajoutant dans le plateau qui l un poids P, qui est le poids d'un volume de liquide celui de la sphère plongée.

On essuie cette sphère, et l'on répète la même op dans l'eau; on obtient le poids P' d'un volume d'eau celui de la masse plongée.

$\frac{P}{P'}$ est la densité.

II. On se procure un petit flacon à goulot mince (*fi*

Fig. 93.



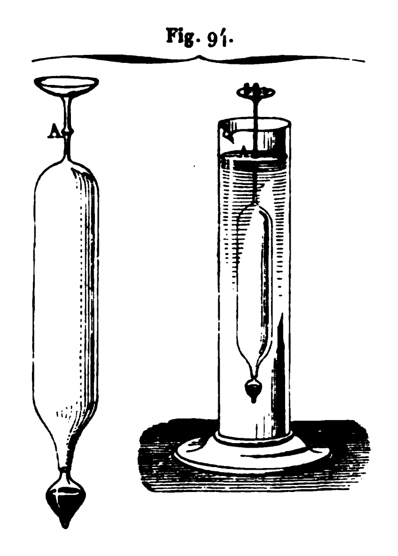
fermé par un bouchon tubulaire terminé en pointe fi

marqué d'un trait fixe comme précédemment; on l'équilibre dans une balance, on l'emplit de liquide, et l'on trouve une augmentation de poids égale à P; c'est le poids du liquide enfermé dans le flacon. Avec l'eau, on trouve P'.

$\frac{P}{P'}$ exprime la densité.

III. L'aréomètre de Fahrenheit (*fig.* 94) est tout semblable à celui de Nicholson; la seule différence est que le contrepoids est fixe et ne porte pas de plateau. On le pèse d'abord

Fig. 94.



dans une balance : il a un poids A; on le plonge ensuite dans le liquide, et l'on y ajoute un poids p pour produire l'affleurement; alors l'appareil pèse $A + p$, et, puisqu'il est en équilibre, ce poids est celui du liquide déplacé.

En répétant la même expérience avec l'eau, il faut un poids additionnel p'; $A + p'$ est le poids d'un volume d'eau égal à celui de l'aréomètre, et l'on a

$$d = \frac{A + p}{A + p'}.$$

IV. On peut employer une quatrième méthode qui est extrêmement simple et commode, et qui n'exige aucune pesée;

elle est fondée sur le principe des vases communiquan
tubes allongés verticaux CE, DF (*fig.* 95), fixés sur un

Fig. 95.

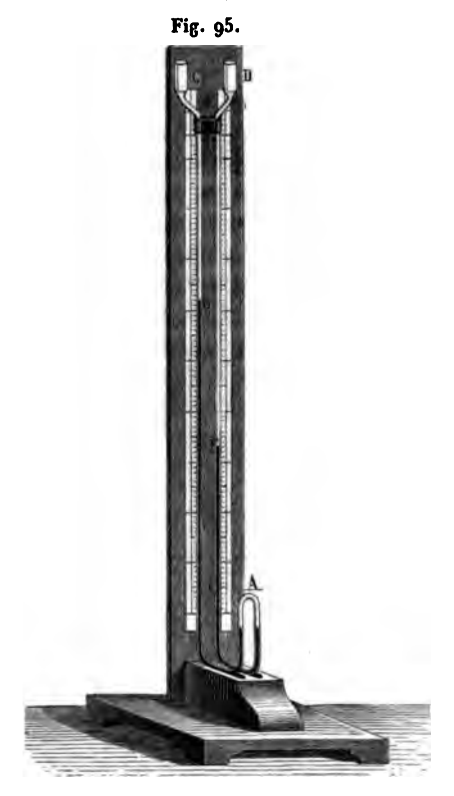
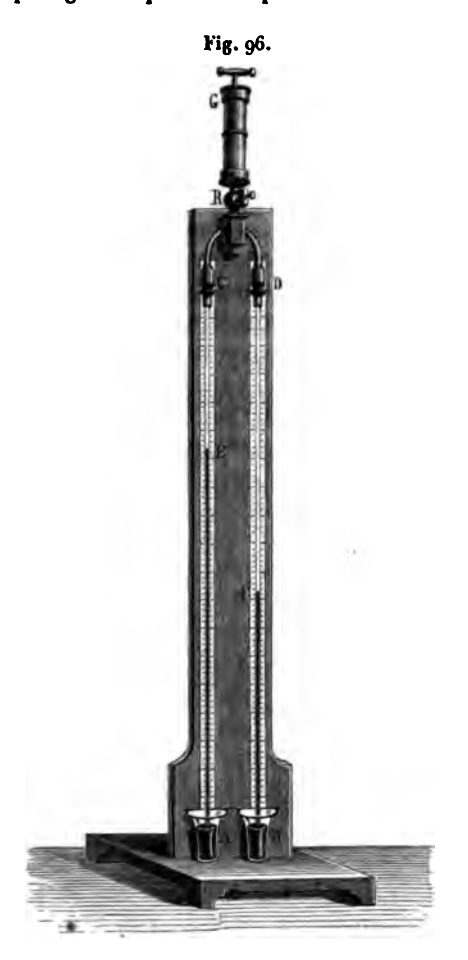


planche divisée, descendent verticalement, se recourb
le bas en deux branches ascendantes plus courtes qui
nissent en A. On verse dans l'un de l'eau pure, et dan
le liquide qu'on veut lui comparer; on obtient ainsi c
lonnes liquides séparées l'une de l'autre par un espa
d'air comprimé en A; et si l'on fait en sorte que les d
veaux dans cet espace soient les mêmes des deux c
hauteurs des liquides au-dessus de ces points dans les
branches sont en raison inverse des densités, on a

$$\frac{d}{1} = \frac{h'}{h}.$$

Le dispositif de l'appareil peut être différent (*fig.* 96); les deux tubes plongent séparément par leur base dans des godets

Fig. 96.



A et B que l'on remplit des deux liquides, ils sont réunis par le haut et mis en rapport avec une petite pompe aspirante GR. Au moment où l'on fait le vide, les deux niveaux s'élèvent jusqu'en E et en F; et s'ils sont les mêmes dans les godets, les hauteurs EA et FB sont encore en raison inverse des densités.

ARÉOMÈTRES A VOLUME VARIABLE. — Les aréomètres de Fah-

reinheit et de Nicholson sont disposés de manière à s'enfoncer toujours d'une même quantité dans les liquides : ce sont des appareils à volume constant. On les charge d'ailleurs de poids différents pour obtenir le même affleurement dans les divers liquides, ils sont donc à poids variables. On a construit d'autres aréomètres avec des conditions inverses, à volume variable et à poids constants. Ce sont des tubes de verre (*fig.* 97) lestés dans le bas par du plomb ou du mercure, renflés en M au-dessus du contre-poids, et terminés par une tige cylindrique AB dont le diamètre extérieur est aussi égal que possible. Cette tige est creuse et porte, sur une bande de papier collée à l'intérieur, la graduation de l'appareil. Plongés dans différents liquides, ces instruments affleurent à des hauteurs inégales, ils peuvent conséquemment servir à des usages multipliés que nous allons faire connaître.

Fig. 97.

Volumètres. — Ils peuvent servir à mesurer les densités des liquides. Plongeons l'un d'eux dans l'alcool, par exemple; il perd tout son poids P, puisqu'il nage, et c'est le poids du volume v de l'alcool qu'il déplace; plongé dans l'eau, c'est encore le même poids P qu'il perd, mais c'est un autre volume v' qu'il déplace. Comme les densités sont en raison inverse des volumes occupés par un même poids, on a

$$d = \frac{v'}{v}.$$

La seule chose qu'il y ait à faire pour graduer l'instrument sera donc de mesurer et de marquer sur la tige le volume compris entre chaque point et la base de l'aréomètre.

Pour avoir ces volumes aisément et sûrement, il suffit de donner à l'appareil une forme géométrique simple; c'est dans ce but que Gay-Lussac prit un tube de verre sans renflement, choisi parmi les plus cylindriques (*fig.* 98). Il le fermait en A et traçait sur la surface, à partir de la base, des divisions équidistantes qui sont proportionnelles aux volumes, il y versait ensuite la quantité de mercure nécessaire pour le faire en-

foncer jusqu'au point 100 dans l'eau et fermait le sommet à la lampe. Supposons que l'instrument affleure dans un liquide à la division 75, la densité sera $\frac{100}{75}$, et en général $\frac{100}{n}$. Tel qu'il est figuré ci-contre, l'appareil ne peut mesurer que les densités plus grandes que celles de l'eau; mais en plaçant le point 100 un peu plus bas, et en prolongeant la division au-dessus, il pourra être employé pour les liquides moins denses que l'eau. On voit que l'appareil ne mesure pas directement les densités, mais les volumes de même poids; il se nomme *volumètre* pour cette raison. Mais il est très-facile de faire à l'avance le calcul de la densité correspondante à chaque affleurement et d'en inscrire la valeur à côté de chaque division.

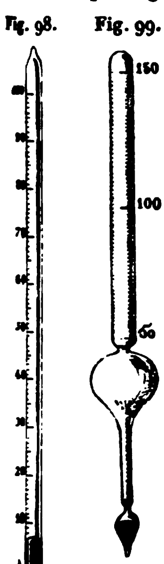


Fig. 98. Fig. 99.

Bien que la forme des aréomètres soit généralement plus compliquée, on peut les graduer tous comme le volumètre précédent; seulement le renflement qu'ils portent, et qui est destiné à les rendre moins longs, rend l'opération plus difficile. Voici comment on peut opérer. On leste l'instrument avec un contre-poids provisoire qui le fait affleurer dans l'eau au bas de la tige et lui donne un poids total p. On y ajoute ensuite des quantités p, $2p$, de mercure, ce qui double ou triple le poids, et aussi les volumes plongés dans l'eau. Ainsi les trois affleurements successifs correspondent à des volumes 1, 2, 3. On y marquera les divisions 50, 100, 150 (*fig.* 99); on divisera les intervalles qui les séparent en 50 parties égales, et enfin on donnera à l'appareil un poids définitif $2p$. Il s'arrêtera au point 100 dans l'eau, et on l'emploiera comme le volumètre précédent.

Aréomètre de Baumé. — L'aréomètre ayant cette propriété d'enfoncer plus ou moins dans les liquides différents est éminemment propre à donner des indications sur leur composition. Les acides à divers degrés de concentration, les sirops plus ou moins chargés, les alcools plus ou moins mêlés d'eau peuvent

être étudiés par ce procédé. Baumé gradua d'une manière uniforme un appareil général marquant zéro dans l'eau et 15 dans un liquide composé de 15 parties de sel et 85 d'eau. La division était ensuite prolongée au delà. Cet appareil marque 66 degrés dans l'acide sulfurique monohydraté, 36 dans l'acide azotique, etc. Quand il faut comparer des substances moins denses que l'eau, on fait inversement la graduation : on marque zéro dans une dissolution à 10 centièmes de sel marin et 10 dans l'eau, puis on prolonge la division en remontant; c'est le pèse-liqueur qui indique 36 dans l'alcool du commerce. On voit que l'usage de cet instrument est général; aussi est-il très-répandu. Malheureusement les indications qu'il fournit sont purement conventionnelles et ne rappellent rien ni de la densité ni de la composition des liquides qui lui sont soumis.

ALCOOMÈTRE CENTÉSIMAL. — Gay-Lussac a fait de l'aréomètre une application plus rationnelle : il l'a gradué de manière à indiquer d'une manière précise les proportions d'eau et d'alcool absolu que renferment les mélanges du commerce, et a donné à son instrument le nom d'*alcoomètre centésimal*.

On prépare divers mélanges en mettant dans des vases gradués 0,10; 0,20; 0,30,..., 1,00 d'alcool absolu, puis on achève de les remplir avec de l'eau distillée, ce qui fait un volume total égal à 1. On plonge d'abord l'aréomètre dans l'alcool absolu, on le leste de façon qu'il s'y enfonce en totalité et l'on marque 100 au point d'affleurement. On le plonge ensuite successivement dans les divers mélanges, et sur les affleurements successifs on marque la proportion d'alcool en volumes que les dissolutions contiennent, c'est-à-dire 10, 20, 30, etc. Les divisions que l'on obtient de cette manière ne sont pas égales; mais comme leurs différences ne sont pas fort grandes, on les subdivise en 10 parties équidistantes, et l'on admet que le volume d'alcool d'une solution est exprimé en centièmes par le numéro d'ordre du trait affleurant. Ainsi quand il est 25, la liqueur contient 25 centièmes.

Toutes ces déterminations ont été faites à 15 degrés; mais la question se complique quand la température varie, car les densités changent et changent inégalement pour les différents mélanges. La graduation, qui était exacte à 15 degrés, cesse

de l'être à d'autres températures. Alors Gay-Lussac a étudié les variations de l'appareil, les a réduites en tables, et quand on veut avoir l'analyse exacte d'un mélange alcoolique, on prend 1° sa température; 2° le point d'affleurement, et l'on cherche dans un barême calculé la proportion d'alcool. C'est sur ces indications que l'on perçoit les droits de douane proportionnellement à l'alcool contenu dans le liquide.

Un alcoomètre étant difficile à graduer, on a établi d'abord un étalon auquel se rapportent tous les autres. Soit AB cet étalon (*fig.* 100). Si l'on construit un appareil plus petit, et que A′ et B′ soient les affleurements dans l'eau et l'alcool, les divisions intermédiaires devront partager proportionnellement AB et A′B′. Si donc on joint ces divisions par des lignes droites, elles devront toutes se couper en un même point O. Dès lors on construit sur un carton la figure ABO, dont la base représente l'alcoomètre étalon; et si l'on veut graduer l'alcoomètre A′ B′, on le place parallèlement à AB, en comprenant ses affleurements extrêmes entre AO et BO, et l'on marque les divisions intermédiaires aux points d'intersection des sécantes avec A′ B′.

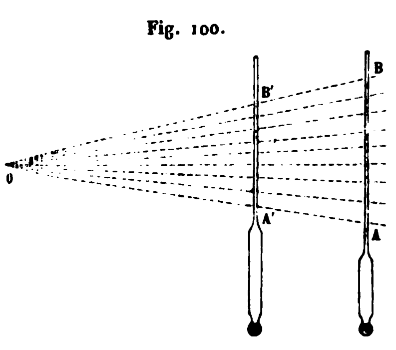


Fig. 100.

TREIZIÈME LEÇON.

DE LA CAPILLARITÉ.

Adhérence des solides entre eux et des liquides aux solides. — Cohésion des liquides. — Pression qui résulte de l'attraction moléculaire. — Influence de la courbure des surfaces. — Explication de l'élévation ou de la dépression dans les espaces capillaires. — Lois des phénomènes capillaires. — * Expériences de M. Plateau. — Mouvements dus à la capillarité.

Dans l'étude que nous venons de faire des lois générales de l'équilibre des liquides, nous avons négligé certaines actions qui se produisent au voisinage de la paroi des vases et de la surface libre; elles donnent lieu à des phénomènes que l'on voit surtout se manifester dans des conduits très-étroits, et qui, pour cette raison, ont été nommés *phénomènes de capillarité*. Nous allons d'abord les décrire sommairement.

FAITS GÉNÉRAUX. — Je suppose que l'on plonge un tube de verre, dont le canal intérieur est très-fin, dans un vase plein d'eau, que l'on aspire le liquide par le haut et qu'on le laisse ensuite retomber de lui-même; il descend d'abord, puis se fixe en A (*fig.* 101), à un niveau plus élevé que dans le vase BC. La surélévation que l'on remarque est considérable si le canal est capillaire; elle diminue s'il est plus large, et elle devient à peu près insensible quand le diamètre intérieur du tube atteint environ 20 millimètres. L'expérience peut se faire avec autant de facilité au moyen d'un vase communiquant, dont l'une des branches est large, tandis que l'autre est étroite (*fig.* 101 *bis*); elle réussit quand au lieu d'un

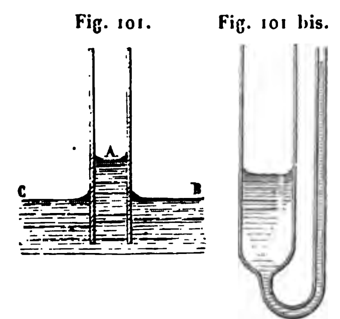


Fig. 101. Fig. 101 bis.

tube on plonge dans le liquide deux lames de verre très-rapprochées; on voit donc que, dans ces vases *capillaires*, la loi d'égalité de niveau ne se justifie pas.

Ces phénomènes sont les mêmes dans le vide que dans l'air comprimé, et par conséquent indépendants de la pression extérieure; ils se produisent avec la même intensité quand les tubes sont épais ou minces; mais ils varient avec la matière du tube et la nature du liquide, et voici ce que l'on remarque à cet égard.

Prenons comme exemple un tube de verre dont le diamètre soit égal à $1^{mm},3$, et plongeons-le dans différents liquides; l'eau s'y élèvera de $23^{mm},1$, l'essence de térébenthine de $9^{mm},8$, l'alcool de $7^{mm},07$, et l'éther aura une surélévation encore moindre. Les liquides peuvent donc être classés d'après l'ordre décroissant de la faculté qu'ils ont de s'élever dans un tube de verre; il y en a pour lesquels cette faculté est très-grande, et on en connaît pour lesquels elle est nulle.

Mais il en existe d'autres dont la propriété est inverse, c'est-à-dire qui s'abaissent dans les tubes capillaires de verre au lieu de s'y élever; de ce nombre est le mercure, et l'on peut concevoir une seconde liste de liquides rangés suivant l'ordre croissant de la faculté qu'ils possèdent de se déprimer.

Et en réunissant ces deux listes en une seule, on découvre une propriété générale possédée à divers degrés d'énergie par les différents liquides; tous éprouvent un changement de niveau, qui est maximum et positif pour l'eau, qui diminue jusqu'à être nul pour certains corps, et enfin qui change de signe et devient négatif, comme cela se voit pour le mercure.

Si, au lieu d'un tube de verre, on prend un conduit capillaire formé avec d'autres matières solides, les valeurs de l'élévation ou de la dépression se trouvent entièrement changées. Par exemple l'eau s'abaisse au lieu de s'élever dans un canal formé par une matière grasse quelconque, et le mercure s'élève dans un tube de métal amalgamé. Ainsi la propriété dont il est ici question dépend à la fois de la nature du solide et de l'espèce du liquide qui sont mis en présence. Les appareils représentés *fig.* 102 et 103 permettent de faire ces expériences.

Avant de chercher à expliquer ces phénomènes, on doit se demander si l'élévation ou la dépression dans les tubes capillaires ne sont pas liées à d'autres faits observables. Cela a lieu en effet, car on trouve que l'élévation se produit toutes les



Fig. 102. Fig. 103.

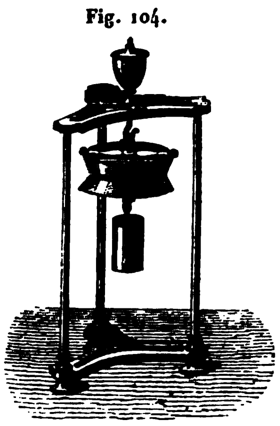
fois que le liquide mouille le tube, et la dépression quand il ne le mouille pas. Et si l'on considère attentivement la forme de la surface qui termine le liquide dans l'espace capillaire, on voit qu'elle est concave quand elle est surélevée, plane s'il n'y a pas de changement de niveau, et convexe si elle est déprimée ; il y a donc une relation entre la forme de la surface et la hauteur du liquide ; la théorie devra la prévoir et expliquer à la fois ces deux phénomènes connexes. C'est ce dont nous allons maintenant nous occuper.

ATTRACTION MOLÉCULAIRE. — Les corps exerçant entre eux, à des distances quelconques, une attraction réciproque, on doit s'attendre à retrouver une force analogue entre les molécules

des substances en contact; elle devra être très-considérable, puisque leur distance est très-petite. Toutefois, comme on ne sait pas si elle suit les mêmes lois que la gravitation, on lui donne le nom d'*attraction moléculaire*, sans rien préjuger sur sa nature ou son intensité. Il est donc probable que les molécules d'un liquide s'attirent et se mettent en équilibre quand cette force les a rapprochées jusqu'à une distance déterminée; il est probable aussi que les solides attirent les liquides qui les touchent, et il est naturel de rechercher si les phénomènes capillaires ne sont pas la conséquence de cette double action. Avant tout, occupons-nous de constater par l'expérience l'existence de l'attraction moléculaire.

On taille sur deux balles de plomb deux facettes égales et bien nettes avec une lame de canif; on les place ensuite en contact en serrant et tournant les balles l'une contre l'autre, afin de chasser l'air interposé et de rapprocher les molécules. Cela fait, on voit que les balles adhèrent et qu'il faut un effort de plus de 100 grammes pour les séparer. On fait la même expérience avec deux disques de verre égaux que l'on a usés à l'émeri fin et rendus exactement plans (*fig.* 104). Pour les fixer entre eux il suffit de les faire glisser en les appuyant l'un contre l'autre, jusqu'à les superposer. Comme l'expérience réussit dans le vide, on ne peut attribuer l'adhérence de ces disques qu'à une attraction réciproque. Ces deux expériences suffisent pour montrer que les molécules des solides s'attirent énergiquement quand elles sont très-rapprochées.

Fig. 104.



Il est plus facile encore de constater l'attraction moléculaire des liquides, car elle se montre dans une foule de phénomènes. Une goutte de mercure qui tombe sur une table devrait s'y étaler si elle n'obéissait qu'à la pesanteur; or tout le monde sait qu'elle se rassemble en une petite sphère, ce qui serait entièrement impossible s'il n'existait une force attractive entre ses molécules; et quand on admet cette force, la forme de la goutte

s'explique exactement comme celle des corps célestes, p l'attraction. Il est même évident que le globule de mercure s comporte comme si les molécules n'étaient point soumises la pesanteur, puisqu'il reste sphérique; cela veut dire qu'à ces petites distances l'attraction moléculaire est bien plus considérable que le poids, lequel n'intervient pour déformer le globule que quand la quantité de mercure augmente beaucoup; alors il s'aplatit, tout en gardant sur ses bords la forme convexe que lui donne l'attraction. On voit par là que si l'on veut, dans tous les cas, expliquer la figure d'équilibre des liquides, il ne faut pas se contenter d'étudier l'effet que la pesanteur et la pression de l'atmosphère exercent sur eux, il faut encore tenir compte de l'attraction moléculaire que nous avons négligée jusqu'ici.

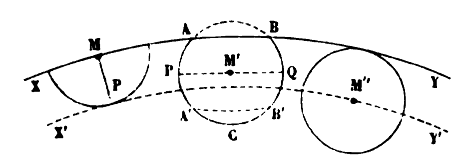
Voici encore une expérience aussi simple et aussi instructive que la précédente. On plonge une baguette de verre dans l'eau, on la retire ensuite, et l'on voit se rassembler à l'extrémité une goutte liquide qui s'allonge en larme et reste suspendue. Comme la partie inférieure de cette goutte ne tombe pas, il faut bien admettre qu'elle est soutenue par l'attraction des molécules liquides supérieures. La goutte tout entière étant de plus suspendue au verre contre lequel elle pèse de tout son poids pour se détacher, il faut qu'elle y soit maintenue par une adhérence supérieure à ce poids, c'est-à-dire qu'il y ait entre le verre et le liquide une force d'attraction considérable; et comme l'expérience réussit dans le vide, ces effets ne peuvent être expliqués par la pression.

D'après ces faits, nous admettrons qu'il y a des forces attractives : 1° entre les molécules voisines d'un même liquide; 2° entre un solide et le liquide qui le touche. Nous supposerons qu'elles décroissent très-rapidement quand la distance augmente, qu'elles deviennent négligeables quand cette distance atteint une limite que l'on nomme le *rayon de l'attraction sensible*, et nous allons chercher comment elles modifient les conditions d'équilibre des liquides.

PRESSION MOLÉCULAIRE. — Concevons une masse liquide terminée par une surface quelconque XY (*fig.* 105), et étudions en particulier l'action exercée sur une molécule M placée s

cette surface; cette molécule sera attirée par toute la portion du liquide contenue dans une demi-sphère décrite du point M comme centre avec le rayon de l'attraction sensible, ce qui produira une résultante unique P, normale à la surface. Si la

Fig. 105.



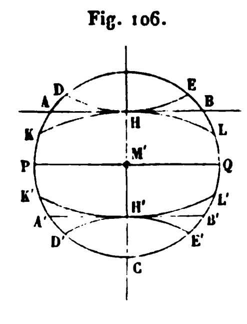
molécule considérée est dans l'intérieur, en M', la portion active du liquide est contenue dans ACB que l'on peut décomposer en trois parties par trois plans équidistants AB, PQ, A'B', parallèles à la surface AB. L'attraction exercée par ABPQ est détruite par PQA'B', et tout se passe comme si la molécule n'était sollicitée que par le liquide A'B'C, ce qui donnera une force P' encore normale à la surface, mais moindre que P. Enfin, quand la molécule sera placée en M'', à une profondeur égale à la limite d'attraction, ou à une profondeur plus grande, elle sera sollicitée également dans tous les sens par des forces qui se détruiront.

Si donc nous décrivons une surface X'Y' qui soit en tous ses points à une distance de XY égale au rayon de l'attraction sensible, et si nous considérons les molécules comprises entre XY et X'Y', nous voyons qu'elles sont toutes soumises à des forces qui agissent normalement de l'extérieur à l'intérieur, forces qu'on peut comparer à celles de la pesanteur. Or, l'effet de ces dernières est de produire des pressions qui croissent avec la profondeur, qui se transmettent de haut en bas et qui augmentent à mesure qu'on s'éloigne de la surface. Par conséquent, l'effet des forces moléculaires devra être analogue. La différence entre les deux cas consiste en ce que les forces de la pesanteur sont les mêmes pour toutes les molécules du liquide, tandis que l'action attractive exercée sur chaque molécule est variable; elle est maxima sur XY, et elle diminue jusqu'à devenir nulle quand la profondeur augmente jusqu'à X'Y'. D'où il résulte que toutes les forces moléculaires feront naître une pression croissante de XY à X'Y', qui de-

viendra constante au-dessous de X'Y' et qui se tr
dans toutes les parties du liquide. On la nomme *pre*
léculaire. Jusqu'à présent nous n'en avons tenu aucu
parce qu'elle n'avait point d'influence sur les phé
que nous avons étudiés; mais elle en a une très-gr
les espaces capillaires, et nous allons voir qu'elle ex
effets particuliers qui s'y produisent.

INFLUENCE DE LA COURBURE DES SURFACES. — Cherch
diverses formes que peut prendre la surface terminal
faire varier la pression moléculaire, et pour cela e
l'effet exercé sur une molécule M' par tout le liquide
dans la portion de sphère active ABC (*fig.* 105). Si l
est plane et figurée par AB (*fig.* 106), l'attraction ex
ABPQ est détruite par celle
duit A'B'PQ et il ne reste qu
de A'B'C. Mais supposons q
face devienne concave et se
en DHE; si nous menons
surface symétrique D'H'E', i
dent que les parties inter
comprises entre DHE et D'
ront encore une action nulle
restera l'attraction de D'H'E'
moindre que dans le cas p

Fig. 106.



Donc les forces qui sollicitent les molécules termin
liquide sont moindres quand la surface est concave
qu'elle est plane, et par suite, si nous désignons par A
de la pression moléculaire, quand la surface est pl
deviendra A — B, quand la surface sera concave. B a
évidemment quand le rayon de courbure diminue.

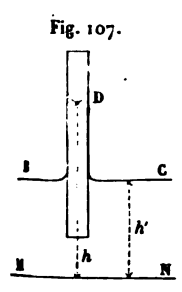
Si au contraire la surface terminale est convexe e
par KHL, et que nous menions la surface symétrique
la portion de liquide actif sera augmentée et représe
K'CL'; par suite la pression moléculaire sera plus g
pourra se représenter par A + B'.

En résumé, la forme de la surface, pourvu que le
courbure soit comparable à celui de l'attraction sensibl
la grandeur de la pression moléculaire, et comme ce

transmet en tous les points, on peut dire que sur une unité de surface prise dans le liquide ou sur les parois, cette pression est $A - B$, A, $A + B'$, si la surface extérieure est concave, plane ou convexe. En nous rappelant maintenant que dans ces divers cas l'expérience nous a montré une élévation, une conservation ou une dépression du niveau dans les tubes capillaires, nous allons reconnaître tout de suite que les changements de hauteur sont la conséquence forcée de la forme de la surface.

EXPLICATION DES VARIATIONS DE NIVEAU. — 1° Quand c'est un tube de verre que l'on plonge dans l'eau (*fig.* 107), la surface est concave en D et la pression y est $A - B$, tandis qu'en un point extérieur C la surface est plane et la pression égale à A; mais comme les pressions transmises, soit par le tube, soit par le point C sur une couche horizontale MN, doivent être égales, il faut que l'on ait

Fig. 107.



$$A + h' = A - B + h, \quad h = h' + B,$$

c'est-à-dire que le niveau est plus élevé en D qu'en C, et la différence mesure la diminution de pression B produite par la concavité du liquide.

2° S'il arrive que la surface reste plane dans l'espace capillaire, les pressions moléculaires sont les mêmes à l'intérieur et à l'extérieur, et il n'y a pas de changement de niveau.

3° Quand la surface terminale deviendra convexe dans le tube, la pression deviendra $A + B'$ en D et $A + B' + h$ au niveau MN (*fig.* 108). D'un autre côté, en un point extérieur C, la surface est plane, la pression est A; elle devient $A + h'$ au niveau MN, et il faut pour l'équilibre que l'on ait

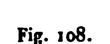
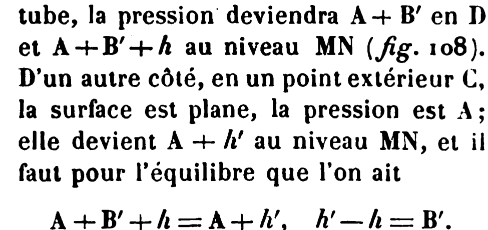


Fig. 108.



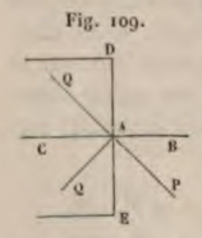
$$A + B' + h = A + h', \quad h' - h = B'.$$

Il faudra donc que le liquide soit déprimé dans le tube, et l'abaissement $h' - h$ du niveau sera la mesure de l'augmentation B' de la pression.

Résumons-nous. Il y a deux phénomènes distincts dans la capillarité, un changement de niveau et une forme particulière de la surface libre dans les tubes. Nous venons de montrer qu'ils sont liés l'un à l'autre et que le premier est la conséquence du second. Tout sera donc expliqué si nous parvenons à trouver la cause de la forme que la surface extérieure prend dans les espaces étroits. C'est ce que nous allons faire.

EXPLICATION DE LA FORME DES SURFACES. — Il faut se rappeler que les solides attirent les molécules des liquides qui les touchent et chercher ce qui arrive quand on plonge dans un liquide BAE une lame verticale indéfinie CDE d'un solide quelconque (*fig.* 109). La molécule de liquide A placée à l'intersection des deux surfaces subit l'attraction de tout le liquide EAB, attraction qui produit une résultante unique P, dirigée suivant la bissectrice de l'angle EAB. Cette molécule est également attirée par les portions CAD, CAE du solide, ce qui donne deux forces égales Q inclinées à 45 degrés de CA. Toutes ces forces se réduisent à une action verticale P cos45°, qui s'ajoute à la pesanteur et à une composante horizontale qui est (2Q — P) cos45°; et comme les intensités des attractions du solide et du liquide varient avec la nature des substances en présence, il pourra se présenter les trois cas suivants que nous étudierons successivement :

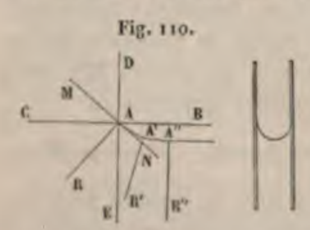
Fig. 109.



$$2Q - P > 0, \quad 2Q - P = 0, \quad 2Q - P < 0.$$

1° Si 2Q — P est plus grand que zéro, la molécule A sera soumise à deux forces dirigées, l'une suivant AE, et l'autre suivant AC; elles produiront une résultante unique AR placée dans l'angle CAE (*fig.* 110). Et comme la surface d'équilibre des liquides est toujours normale à la direction des forces qui sollicitent ses molécules, elle sera tangente au plan MN et per-

Fig. 110.

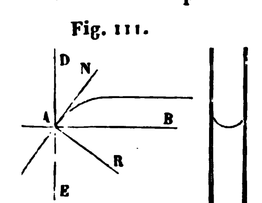


culaire à AR. La surface ne restera donc pas horizon- elle rencontrera la lame solide en faisant avec elle un DAN qui sera constant pour les mêmes substances et 'on nomme *angle de raccordement*. Puis, si l'on consi- des molécules liquides A', A" plus éloignées du solide, en éprouveront des actions plus faibles, et les forces , qui agiront sur elles, se rapprocheront de la direction ale. La surface d'équilibre AA'A" sera donc courbe et iendra horizontale à une certaine distance de DE. On rend aisément que si une seconde lame verticale est pla- n regard de la première, la surface terminale du liquide ces lames prendra la forme d'un cylindre concave si sont assez rapprochées. Dans un tube, cette surface sera ive, de révolution autour de l'axe du tube, et l'on peut ttre qu'elle se confondra avec une portion de sphère.

Quand $2Q - P = 0$, la résultante générale est verticale; uide demeure horizontal au contact du solide; l'angle de rdement est égal à 90 degrés.

Lorsque $2Q - P$ est plus petit que zéro, la résultante R uvera en composant deux forces dirigées suivant AB et AE (*fig.* 111); elle sera dans l'angle BAE. Alors la surface terminale sera tangente au plan MN normal à AR, et l'angle de raccordement DAN deviendra moindre que 90°. La surface sera convexe au voisinage de la paroi, se trans- ra en un cylindre horizontal entre deux lames parallèles es et en une calotte convexe dans un tube capillaire.

Fig. 111.

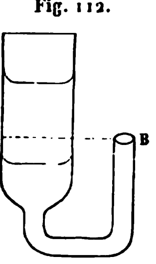


xplication des phénomènes capillaires est maintenant lète; car nous avons trouvé, en premier lieu, que les sions ou les dépressions sont des conséquences forcées forme terminale du liquide, et nous venons de montrer ette forme, déterminée par la double attraction du solide liquide sur les molécules voisines de la paroi, peut de- concave, plane ou convexe. Il convient néanmoins de er notre explication par de nouvelles épreuves.

ÉRIENCES DE VÉRIFICATION. — I. Prenons un tube communi-

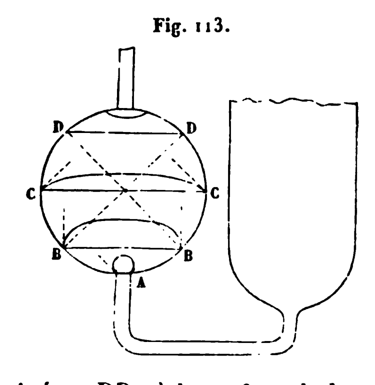
quant, semblable aux précédents (*fig.* 112), coupons la branc étroite en B par une cassure régulière et ho zontale, et versons de l'eau goutte à gout par la branche large. Nous amenons bientôt liquide en B; sa forme y devient successiv ment concave, plane et convexe, et l'expé rience montre que son niveau est successive ment supérieur, égal ou inférieur à celui de la grande branche. Les trois cas de la capillarité se succèdent ainsi dans le même appareil et avec le même liquide.

Fig. 112.



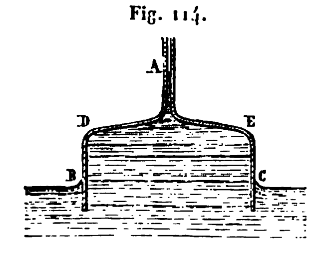
II. L'expérience suivante produit plus régulièrement les mêmes résultats (*fig.* 113). Le vase dont on se sert est semblable au précédent, avec cette différence que l'on a soufflé une petite sphère dans le tube capillaire. On y verse peu à peu du mercure, qui s'élève dans la sphère et fait avec sa surface un angle de raccordement constant et égal environ à 45°. Au point A, il se termine par un bouton très-convexe; en passant par les niveaux BB et CC, il s'aplatit peu à peu et, arrivé en DD où la surface de la sphère est inclinée à 45 degrés, il est horizontal; plus haut enfin il devient concave. Cet artifice, fondé sur la constance de l'angle de raccordement, permet aussi bien que le précédent de montrer que le niveau du mercure s'abaisse ou s'élève dans la sphère, si la surface y devient convexe ou concave.

Fig. 113.



III. On peut souder un tube étroit A à un vase BCDE, aussi large qu'on le voudra (*fig.* 114), et enfoncer le tout dans l'eau jusqu'à faire plonger la base du tube A; le liquide s'y élève à une hauteur *h*. Si on soulève ensuite l'appareil, le niveau doit se maintenir dans le tub

Fig. 114.



n à la même distance h du niveau extérieur BC. Car d'une art la diminution de pression au niveau A restera constante, uisque la surface terminale y est toujours la même, et de autre la pression de la colonne soulevée qui doit lui faire quilibre est indépendante de la largeur du vase BCDE. Par ne raison semblable, on pourra retourner l'appareil, le plonger dans le mercure (*fig.* 115), et la dépression sera la même que si le tube capillaire seul y était enfoncé. On peut ainsi,

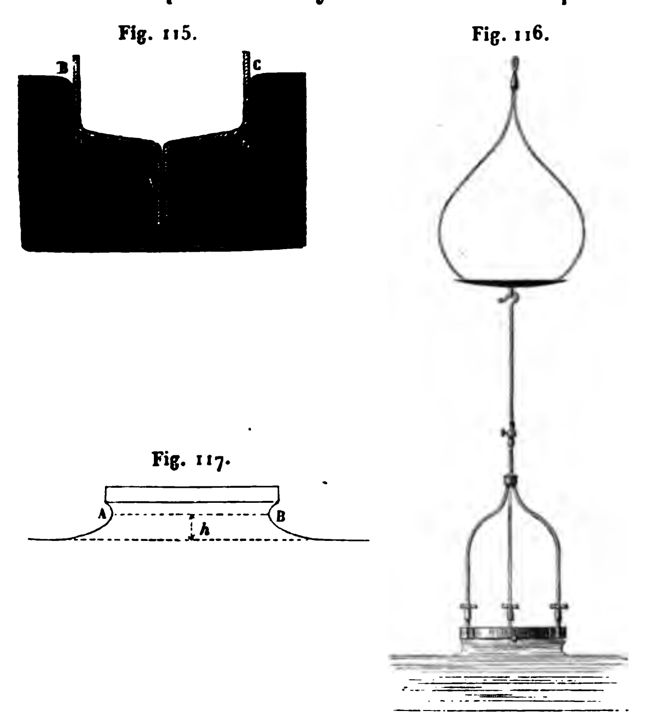


Fig. 115. Fig. 116. Fig. 117.

par le moyen de la capillarité, soulever ou déprimer des poids d'eau ou de mercure aussi considérables qu'on le voudra.

IV. Si l'on fait adhérer un disque de verre à la surface d'un liquide (*fig.* 116), qu'on le soutienne horizontalement au plaeau d'une balance et qu'on le soulève ensuite par des poids plaés de l'autre côté, on voit l'eau s'élever avec lui comme sous piston d'une pompe. Coupons le liquide soulevé (*fig.* 117) ar un plan AB mené à une hauteur h au-dessus du niveau ex-

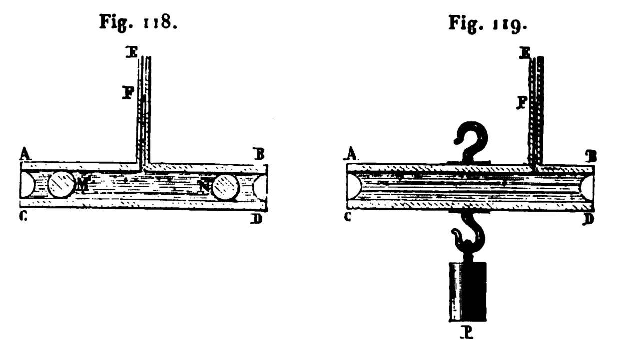
térieur, la pression devra être dans tous les points de ce
égale à la pression extérieure A diminuée de h; il faudra d
qu'elle diminue de la même quantité h sur le contour e
et B. Aussi voit-on la surface y prendre une forme concave
la pression devenir A — B. On doit avoir

$$A - h = A - B.$$

La diminution de pression B qui résulte de la forme conc
fait équilibre à celle qui provient de l'élévation du liqui
Quand on augmente les poids, la gorge se creuse de plus
plus vers le haut, et bientôt le liquide se détache.

V. Quand on réunit deux disques horizontaux AB,
(*fig.* 118) par l'intermédiaire d'une quantité suffisante d'e
elle s'étale entre eux et prend un contour à peu près cyl
drique. Si l'on a soudé dans le disque supérieur un tube ca
laire, on y voit monter l'eau jusqu'à la hauteur voulue E

Fig. 118. Fig. 119.



les lois ordinaires de la capillarité. Fixons maintenant les d
ques à une distance invariable, par des cales M, N, et en
vons avec une pipette une partie de l'eau qui les sépare, n
voyons le liquide se creuser en gorge sur le contour ACl
ce qui diminue la pression de la quantité B, et cette dimi
tion se transmettant dans toute la masse fait baisser le niv
dans le tube capillaire jusqu'en F d'une quantité équivale
à B.

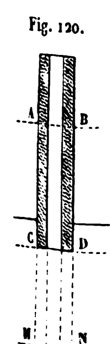
VI. On peut suspendre le plateau supérieur à un croche
tirer l'inférieur par un poids P (*fig.* 119); on diminue par l
pression atmosphérique sur les disques et aussi dans l'

qu'ils comprennent. Il faut donc, pour que l'équilibre soit maintenu, que cette pression diminue également sur le contour extérieur ABCD et dans le tube capillaire; aussi voit-on les disques s'écarter, le liquide devenir concave sur son contour et le niveau baisser de E en F. Le poids tenseur mesure cette diminution de pression, et il est égal au poids d'une colonne liquide qui aurait pour base la surface des disques et pour hauteur la dépression EF qui se produit dans le tube. C'est ce que l'expérience vérifie.

LOIS NUMÉRIQUES. — La théorie que nous venons d'exposer explique et prévoit les phénomènes capillaires; mais ce que nous en avons dit jusqu'à présent ne suffit pas pour calculer les grandeurs de l'élévation ou de la dépression des liquides dans les tubes : il est donc nécessaire de compléter l'explication avant de l'adopter d'une manière définitive.

Nous réduirons d'abord la question à un cas particulier très-simple, celui des tubes capillaires plongés dans une masse liquide (*fig.* 120). Le liquide s'élevant dans le tube jusqu'à un niveau moyen AB, on conçoit que les parties du tube placées au-dessus de ce niveau concourront à produire sur les molécules liquides une attraction qui les soulèvera; il en résultera une force verticale dont l'intensité sera évidemment proportionnelle au périmètre p de la section du tube; elle pourra généralement se représenter par $p\alpha$. Puis les parties du tube comprises entre AB et CD attireront le liquide qu'elles contiennent; mais, à cause de la symétrie, elles ne l'élèveront ni ne l'abaisseront. Enfin les molécules du tube placées au-dessus de CD agiront sur les parties du liquide placées au-dessous dans le prolongement du canal et les soulèveront avec une force qui sera encore $p\alpha$. Le tube sollicitera donc le liquide de bas en haut avec une force totale $2p\alpha$. Mais, d'un autre côté, on peut se figurer un tube liquide CDMN prolongeant le tube de verre, et les molécules contenues dans l'épaisseur de ce tube attireront celles que renferment les parties supérieures du canal avec une force $p\alpha'$. En définitive $p(2\alpha - \alpha')$ sera l'expression de la force qui soulèvera le li-

Fig. 120.



quide, et suivant que $2\alpha - \alpha'$ sera positif, nul ou négatif, aura élévation, niveau égal ou dépression.

Cette force est équilibrée par la colonne liquide soulevée ou abaissée. Le poids de cette colonne est égal au produit sa hauteur h par la section s du tube et par la densité d du quide, et l'on aura

$$p(2\alpha - \alpha') = shd, \quad h = \frac{p}{s}\frac{2\alpha - \alpha'}{d} = \pm\frac{p}{s}a^2,$$

en désignant par a^2 une constante spécifique qui dépend à fois de la nature du vase et de celle du liquide. Si le tube est cylindrique,

$$\frac{p}{s} = \frac{2\pi r}{\pi r^2} = \frac{2}{r} \quad \text{et} \quad h = \pm\frac{2}{r}a^2,$$

ce qu'on peut traduire ainsi : 1° l'élévation ou la dépression d'un même liquide dans des tubes de même nature, mais diamètres inégaux, est en raison inverse du rayon du tube.

Si le canal intérieur est un rectangle dont les côtés soient C et D, $\frac{p}{s}$ deviendra $\frac{2(C+D)}{CD}$, et si l'on suppose que l'un des côtés C de la section devienne infini, on aura

$$h' = \pm\frac{2}{D}a^2.$$

C'est le cas de deux lames indéfinies séparées par une distance D, et l'on voit, 2° que l'élévation ou la dépression sera en raison inverse de la distance des lames.

Enfin, si l'on compare l'effet produit entre des lames à celui qui se montre dans un tube de même nature, et que l'on suppose $2r = D$, on a

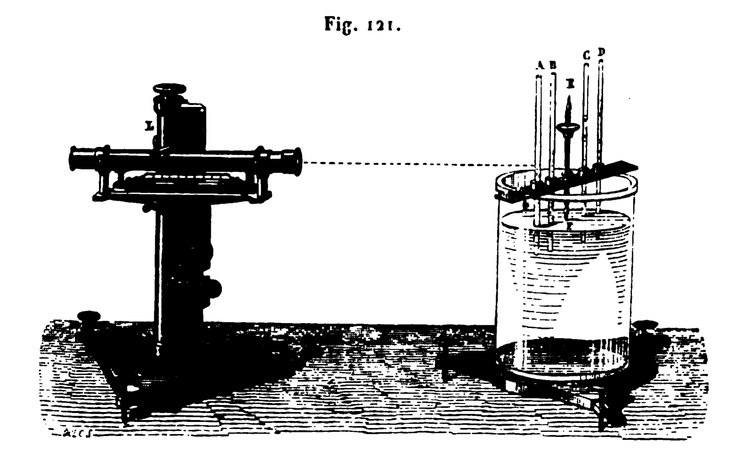
$$h = 2h'.$$

Ce qui montre, 3° que la variation du niveau entre deux lames doit être la moitié de celle qui se produit dans un tube dont le diamètre est égal à leur écartement.

Telles sont les trois lois simples qu'il faut vérifier expérimentalement. Des mesures diverses ont été exécutées dans ce but; nous citerons en premier lieu celles de Gay-Lussac.

Il prit un large vase de verre (*fig.* 121) dont il fit user les bords à l'émeri sur un plan, afin de les bien dresser; puis il mit

Fig. 121.



ce vase plein de liquide sur un support à vis calantes et régla l'horizontalité du plan qui contient les bords; il plaça sur ces bords une lame métallique percée de plusieurs trous dans lesquels étaient fixés verticalement les tubes à essayer A, B, C, D; enfin une vis à deux pointes EF dont on connaissait la longueur s'enfonçait dans un écrou et pouvait affleurer par le bas avec la surface du liquide extérieur.

Un cathétomètre placé à distance visait alternativement les sommets des colonnes liquides élevées dans les tubes et la pointe E de la vis d'affleurement; on en déduisait le niveau extérieur du liquide et l'on avait la mesure des élévations.

Chacun des tubes avait été choisi parmi ceux qui offrent le diamètre intérieur le plus constamment égal dans toute sa longueur; on avait mesuré son diamètre par la pesée de la colonne de mercure qui le remplissait; l étant sa longueur, P son poids, on calculait le rayon r par la formule

$$\pi r^2 l D = P.$$

On avait lavé ces tubes avec de l'acide sulfurique concentré, on les avait rincés ensuite avec de l'eau distillée, puis avec le liquide que l'on voulait éprouver.

Voici quelques-uns des résultats obtenus :

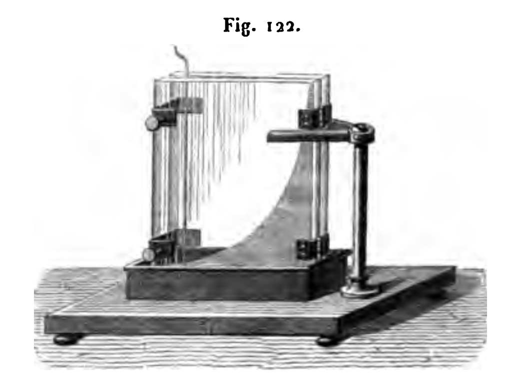
	Diamètre $2r$.	Élévation h.	Produit $2rh$.
	mm	mm	mm
Eau...........	1,29	23,16	29,87
	1,90	15,58	29,60
Alcool.........	1,29	9,18	11,84
	1,90	6,08	11,55
Lames et eau...	1,069	13,57	14,52

On remarquera d'abord, pour ce qui concerne les tubes, le produit du diamètre par l'élévation est constant, qu'ils sc plongés dans l'eau ou dans l'alcool, ce qui vérifie la prem des lois énoncées.

En second lieu, deux lames parallèles, maintenues à très-petite distance l'une de l'autre, ayant été plongées (l'eau et la différence de niveau ayant été mesurée, on a fa produit de la distance par l'élévation, il a été sensiblement à la moitié de celui qu'avaient donné les tubes; cela vérif troisième loi.

Pour justifier la seconde, on fait une expérience décis On prend deux glaces bien planes, on les réunit par un syst à charnières (*fig.* 122), de façon qu'elles se coupent sui

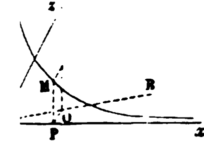
Fig. 122.



une ligne verticale et forment entre elles un angle qui vai volonté. On plonge ce système dans de l'eau fortement colo et le liquide s'élève entre elles à des hauteurs qui varient gressivement avec leur distance. Or, en prenant pour axe d

·rsection verticale des deux plans, pour axe des x le niveau iquide extérieur, on a (*fig.* 123), pour la distance qui les sépare,

Fig. 123.



$$PQ = D = m.AP = mx,$$

et pour expression de l'élévation, suivant les formules de la page 220,

$$y = \frac{2a^2}{mx}, \quad \text{ou} \quad xy = \frac{2a^2}{m},$$

ui est l'équation d'une hyperbole équilatère ayant pour ıptotes les axes choisis : l'expérience réalise cette forme la plus grande régularité.

ıns les tubes extrêmement fins, la loi n'est plus aussi te, mais il faut avant tout, dans ce genre de recherches, ırquer que pour obtenir des résultats bien constants, il t nécessaire de nettoyer avec une grande perfection l'inur du tube, et comme on n'y parvient pas toujours d'une ière absolue, on préfère le mouiller d'avance par aspin, et laisser retomber le liquide soulevé; dans ce cas, be est garni intérieurement d'une couche de liquide, et en réalité dans un canal du liquide que l'on mesure l'éléın. Or ce canal a un diamètre plus petit que celui du tube erre, et par conséquent le rayon r qui doit entrer dans le ıl n'est pas celui du tube de verre, mais celui du tube lie qui lui est adhérent. Il y a donc à faire une correction laquelle la loi doit être et est effectivement fautive; mais ıd on tient compte de cette cause d'erreur les inexactitudes ıraissent.

ORMULE DE LAPLACE. — EXPÉRIENCES DE M. PLATEAU. — Quand e veut pas se contenter d'une solution partielle du proıe de la capillarité, il faut chercher quelle est la pression :culaire exercée par une surface terminale dont la forme uelconque; mais, dans ce cas, les calculs se compliquent coup et exigent des développements très-difficiles. La-: d'abord, Poisson ensuite, ont traité cette question, et nt exprimé les pressions que nous avons appelées B et B'

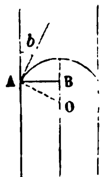
par la formule générale

$$B = k^2 \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right),$$

dans laquelle k^2 est un coefficient qui change avec les corps en présence, R et R' représentant les rayons de courbure principaux à chaque point de la surface considérée. Il est facile de voir que cette expression générale comprend les cas particuliers que nous avons spécialement examinés.

S'il s'agit d'un tube cylindrique (*fig.* 124), la surface étant de révolution autour de l'axe,

Fig. 124.



$$R = R' \quad \text{et} \quad \frac{AB}{AO} = \frac{r}{R} = \cos b,$$

b exprime l'angle de raccordement; on a alors

$$B = h = \frac{2k^2}{r} \cos b,$$

formule qui revient à celle que nous avons déjà posée. Quand on emploiera, au contraire, deux lames parallèles,

$$R' = \infty, \quad R = \frac{AB}{\cos b} = \frac{\frac{D}{2}}{\cos b} \quad \text{et} \quad h' = \frac{k^2}{\frac{D}{2}} \cos b = \frac{2k^2}{D} \cos b,$$

ce qui veut dire que l'élévation sera en raison inverse de la distance des lames, et qu'elle sera moitié de celle qu'on obtient dans un canal cylindrique dont le diamètre égale la distance des lames. Ce sont les lois déjà vérifiées; l'expérience a d'ailleurs donné pour k^2 et b les valeurs suivantes :

Angle de raccordement b.

Verre ordinaire et mercure........	45°,30
Verre privé d'air et mercure......	56,00
Acier et alcool...................	90,00
Verre et eau......................	180,00

On obtient cette valeur de b en mesurant la flèche du ménisque; elle est égale à R — BO ou à $R(1 - \sin b)$.

Valeurs de $2k^2$.

	mm
Eau	15,00
Sel marin	13,20
Acide azotique	11,20
Acide chlorhydrique	10,50
Mercure	6,528
Alcool	5,00
Huile de lavande	5,60

La connaissance de la formule précédente a conduit M. Plateau à des études nouvelles et fort curieuses qui sont fondées sur la remarque suivante. Si un liquide n'était pas pesant, il prendrait un état d'équilibre uniquement déterminé par les actions moléculaires qu'il exerce sur lui-même; il aurait une pression constante dans toutes ses parties, et par conséquent sur tous les éléments de sa surface. Pour que cela puisse être, il faudrait que les rayons de courbure principaux en un point quelconque de cette surface satisfissent à la condition

$$\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} = \text{const.}$$

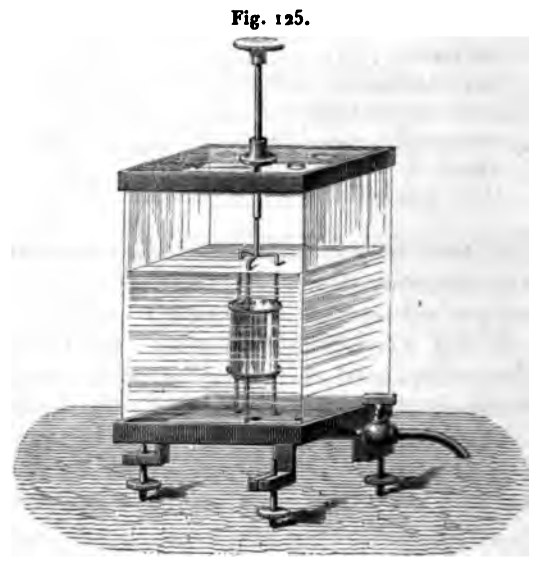
Ainsi, toute figure d'équilibre que le liquide peut prendre doit satisfaire à cette condition, et réciproquement toutes les formes de surfaces qui y satisfont sont des figures possibles d'équilibre stable ou instable.

Pour réaliser un liquide sans pesanteur, M. Plateau compose avec de l'eau et de l'alcool un mélange en proportions telles, qu'il ait exactement la densité de l'huile d'olive. Par conséquent, si on introduit dans ce mélange une goutte de cette huile, elle y sera soustraite à la pesanteur; elle s'y maintiendra en équilibre parfait et n'y sera soumise qu'aux seules actions moléculaires exercées sur elle par elle-même et par le milieu dans lequel elle nage sans se mêler avec lui.

Les expériences, pour être bien faites, doivent s'exécuter dans un vase parallélépipédique formé de glaces de verre réunies et mastiquées par leurs arêtes (*fig.* 125); un robinet inférieur sert à le vider au besoin, et des ouvertures convenables percées dans le couvercle permettent d'introduire à l'intérieur

quelques petits appareils indispensables. On engage au milieu du liquide mélangé l'extrémité d'une pipette pleine d'huile

Fig. 125.



que l'on colore si l'on veut, et qu'on laisse peu à peu tomber; elle se réunit en masse à l'extrémité du tube, et quand elle est en quantité suffisante on retire la pipette en la bouchant. L'huile reste immobile à la place où elle a été déposée, elle

Fig. 126.

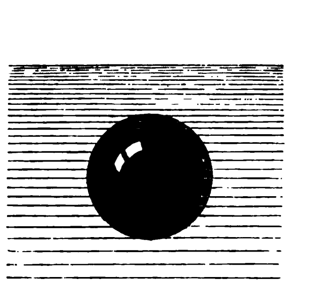
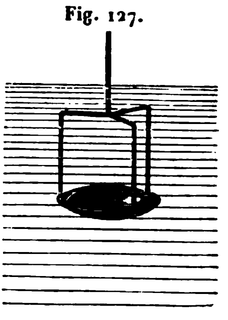


Fig. 127.



en prend la forme sphérique (*fig.* 126). Cette figure satisfait évidemment à la condition

$$\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}=c;$$

elle est en outre la figure d'équilibre la plus stable, et c'est pour cela qu'elle se forme naturellement.

Pour obtenir d'autres formes, on a recours à un artifice qui consiste à fixer certains points de la surface à des contours métalliques formés de fils de fer primitivement graissés que l'on place dans le mélange alcoolique et entre lesquels on fait arriver l'huile; celle-ci adhère à ces contours et se présente sous des formes nouvelles. Ainsi dans un cercle elle se dispose sous la forme d'une lentille biconvexe (*fig.* 127) dont les deux surfaces ont le même rayon. Dans ce cas, on a déterminé la figure de la masse en assujettissant sa surface à passer par une circonférence fixe.

On peut disposer en face l'un de l'autre deux contours circulaires de rayon R (*fig.* 125), l'un porté sur un trépied, l'autre soutenu par une tige verticale qui traverse le couvercle et qui permet de le soulever et de l'abaisser. Lorsqu'on remplit d'huile l'intervalle qui les sépare et qu'on règle convenablement leur distance, on obtient entre eux un cylindre parfait. Dans un point quelconque de sa surface extérieure les rayons de courbure principaux sont, l'un horizontal et égal à R, l'autre vertical et infini. Pour les calottes sphériques qui terminent le cylindre, les rayons de courbure sont égaux; en les désignant par R_1, nous aurons l'équation de condition

$$\frac{1}{R} = c = \frac{2}{R_1}.$$

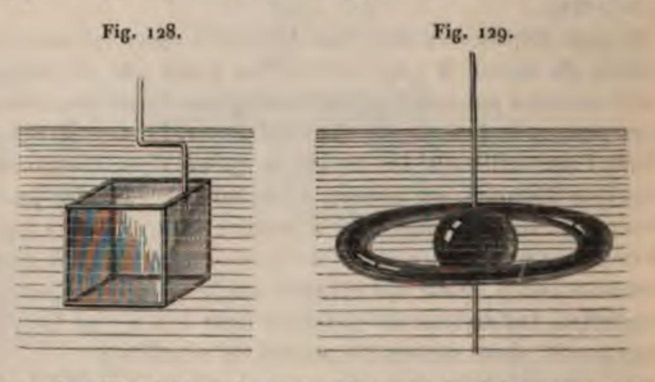
Des mesures directes ont montré qu'en effet $R_1 = 2R$. La quantité d'huile doit être telle, que la hauteur du cylindre ne dépasse pas le triple de son diamètre. M. Plateau a constaté que, peu au delà de cette limite, le cylindre devient une figure instable. Si l'huile est en quantité plus grande on ne réussit pas; avant que la forme cylindrique soit atteinte, la masse se sépare en deux portions égales qui demeurent adhérentes aux deux contours solides.

Toutes ces expériences exigent beaucoup de précautions, car l'égalité des densités des deux liquides tend à s'altérer par les variations de la température et par une faible action chimique qui s'exerce entre l'huile et le liquide ambiant.

On conçoit maintenant que l'on peut, par le moyen de sys-

tèmes solides convenablement disposés, déterminer des figures très-variables. Un contour polyédral déterminera un polyèdre dont les faces seront convexes si l'huile est en excès, planes si l'on en enlève une quantité convenable, et concaves si l'on en retire davantage. Dans le cas où elles sont planes, R et R' sont infinis et $\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} = 0$ (*fig.* 128).

Non-seulement on réalise par ce procédé des phénomènes dus aux mêmes causes que les actions capillaires, mais on en tire encore des conséquences plus curieuses, qui se rattachent à la dynamique. Pour cela, une tige mince de fer traverse de


Fig. 128. Fig. 129.

haut en bas l'intérieur du vase, s'engage inférieurement dans un petit creux pratiqué au milieu du fond de celui-ci, et porte à son extrémité supérieure une petite manivelle; au point de cette tige correspondant à la moitié de la hauteur du vase est fixé par son centre un petit disque horizontal de fer. Le vase étant rempli de liquide alcoolique, on y forme une sphère d'huile qui enveloppe le disque et une partie de la tige, et dont le centre coïncide avec celui du disque, puis on fait tourner lentement la manivelle; on voit alors la sphère s'aplatir à ses pôles et se renfler à son équateur par l'effet de la force centrifuge; on sait que c'est à cette cause que l'on a attribué l'aplatissement du sphéroïde terrestre. Si l'on tourne plus vite, l'aplatissement augmente, et enfin, pour une certaine vitesse, on voit la masse se creuser à ses deux pôles en continuant à s'étendre latéralement, et se transformer en un anneau parfaitement régulier et complétement isolé du disque (*fig.* 129).

MOUVEMENTS DUS A LA CAPILLARITÉ. — L'étude que nous venons de faire des forces moléculaires va nous permettre d'expliquer plusieurs phénomènes curieux que l'on voit se produire au contact des solides et des liquides.

Quand on place dans un tube conique un liquide qui le mouille, on le voit s'avancer vers la pointe et ne s'arrêter qu'après l'avoir atteinte (*fig.* 130); c'est qu'en effet les deux extrémités du liquide sont terminées par des surfaces concaves, et que les pressions de l'extérieur à l'intérieur sont diminuées d'autant plus que les rayons de courbure sont plus

Fig. 130. Fig. 131.

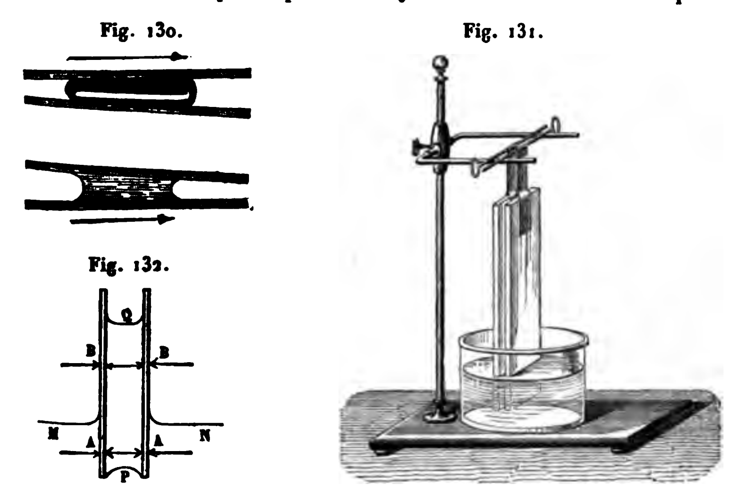


Fig. 132.

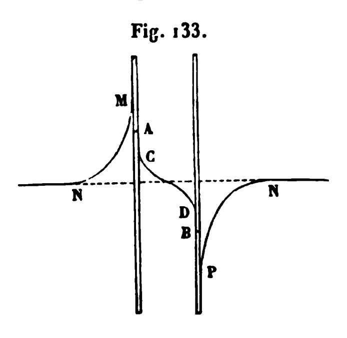
petits; donc le liquide sera chassé vers le sommet. Si le liquide était du mercure, les surfaces seraient convexes, les pressions seraient d'autant plus considérables que les rayons seraient moins grands, et la goutte s'éloignerait du sommet.

On remarque qu'en plongeant dans le mercure ou dans l'eau deux lames suspendues très-voisines, elles se rapprochent vivement jusqu'à se mettre en contact (*fig.* 131). Dans le premier cas, le liquide s'était abaissé entre elles jusqu'en P (*fig.* 132), de sorte que certains points A, intermédiaires entre les niveaux MN et P, sont pressés de l'intérieur à l'extérieur par l'atmosphère, et de l'extérieur à l'intérieur par la pression de l'atmosphère augmentée de celle du liquide superposé: les lames tendront dès lors à se rapprocher. Quand le liquide est

de l'eau, il s'élève entre les lames jusqu'en Q, et des points tel que B sont extérieurement pressés par l'atmosphère, et intérieurement par la pression atmosphérique diminuée de la colonne soulevée BM. Ici encore la force qui tend à rapprocher ces lames est supérieure à celle qui les pousse à s'éloigner.

Mais quand il arrive qu'une des lames est mouillée par le liquide et que l'autre ne l'est pas, on voit extérieurement ce liquide monter jusqu'en M contre la première MAC (*fig.* 133), et descendre jusqu'en P contre la seconde DBP, et comme, à l'intérieur, il doit s'élever d'un côté pour s'abaisser de l'autre, il prend une position intermédiaire : en C il s'élève moins qu'en M, en D il s'abaisse moins qu'en P. Dès lors un point A, compris entre C et M, recevra intérieurement une pression atmosphérique, et extérieurement une pression moindre; conséquemment, la lame MC s'éloignera de l'autre lame DP. De même, le point B recevra intérieurement une poussée plus grande que l'atmosphère, puisqu'il est dans le liquide au-dessous du niveau, et extérieurement il sera comprimé par l'atmosphère seulement: cette seconde lame s'éloignera donc de la première.

Fig. 133.



On peut réaliser ces conditions en faisant nager sur l'eau des balles de liége, les unes à l'état naturel, qui sont mouillées, les autres graissées, qui ne le sont pas. On constate une attraction ou une répulsion entre celles qui sont dans des conditions identiques ou différentes.

*CHAPELETS CAPILLAIRES. — Que l'on prenne un tube capillaire dont la longueur soit environ égale à 1 mètre, et qu'on le mette en communication, par une de ses extrémités, avec une enceinte vide; on déterminera dans le canal intérieur un courant d'air allant de l'atmosphère à l'enceinte. Si, alors, on approche de l'extrémité libre le doigt garni d'un linge mouillé, qu'on l'appuie et qu'on le soulève alternativement un très-grand nombre de fois à des intervalles très-rapprochés, on

verra des index liquides, séparés par des bulles d'air, parcourir le tube avec une vitesse très-grande, mais qui diminuera à mesure qu'ils se multiplieront et qui finira par devenir nulle. A ce moment, l'opération s'arrêtera, et il y aura dans le tube un chapelet de grains d'air et d'eau. Ces chapelets ont été étudiés par M. Jamin.

Lorsqu'on exerce une pression à une extrémité, les premiers index s'avancent vivement, les suivants se déplacent moins et les derniers restent immobiles. Si la pression est h, le mouvement se transmet jusqu'à l'index de rang m; si elle est $2h$, le mouvement se transmet jusqu'à l'index de rang $2m$. Cette pression se fait sentir jusqu'à un index dont le rang lui est proportionnel. L'extrémité de la colonne ne se déplacera donc que lorsque la différence de pression aux deux extrémités du tube sera proportionnelle au nombre des grains du chapelet. On a pu, avec un chapelet dont les grains étaient assez fins et assez nombreux, conserver une pression de trois atmosphères pendant quinze jours, sans remarquer le moindre déplacement dans le liquide. Le même appareil, mastiqué au sommet d'un baromètre, a gardé un vide tel, que le mercure se maintenait absolument comme si le sommet était parfaitement fermé.

Il est facile d'expliquer comment, dans les appareils de cette nature, toute pression exercée à une des extrémités diminue, par cascades successives, d'une quantité constante à chaque interruption.

En effet, il est probable que la première action de cette pression est de creuser la surface antérieure du premier index et d'augmenter le rayon de courbure du ménisque postérieur. La différence s'exagère peu à peu jusqu'à une valeur maximum et l'index, opposant une résistance limitée L, ne transmet plus à la bulle qui le suit que la pression $H' - L$; la même chose a lieu pour tous les autres index, jusqu'au dernier qui communique une pression $H' - nL$. Si cette pression est égale à celle de l'atmosphère H, l'équilibre existe.

Ces propriétés modifient notablement l'ascension des liquides dans les tubes capillaires. Distinguons deux cas :

1° Lorsqu'on a soulevé préalablement le tube et qu'on laisse la colonne prendre son équilibre en descendant, la longueur

totale du liquide soulevé est $a + nL$, elle peut croître indéfiniment avec n.

Si le poids de chaque index est égal à L, ils sont en équilibre individuellement, et l'on peut soutenir une colonne de hauteur indéfinie qui n'est interrompue que par de très-petites bulles et qui est partout à la pression atmosphérique.

2° Si l'on enfonce le tube dans le bain de manière à ce que le liquide prenne son équilibre en remontant, la longueur soulevée est diminuée proportionnellement au nombre des bulles et devient $a - nL$; elle est toujours plus petite que si la colonne était continue; elle peut devenir négative et décroître indéfiniment.

La valeur de la résistance L qu'un index peut opposer à la pression est indépendante de la longueur des index, elle croît très-rapidement lorsque le diamètre diminue. Elle équivaut à 54 millimètres dans un tube où l'ascension capillaire est de 200 millimètres. Ainsi quatre interruptions équivalent à la force d'ascension.

Si le tube, au lieu d'être cylindrique, présente des étranglements et des dilatations, ses propriétés sont encore plus curieuses. Si une fois il a été mouillé, il conserve adhérente une gaîne liquide qui, se réunissant dans les étranglements, donne naissance à autant d'index. Dans un pareil tube, les propriétés précédentes sont considérablement exagérées. Un tube qui avait huit étranglements, il est vrai fort petits, a suffi pour maintenir une pression de deux atmosphères, ou fermer hermétiquement un baromètre.

Si un pareil tube est plein d'eau et qu'on y chasse un courant du même liquide par l'une de ses extrémités, elle filtre très-facilement; mais si, au contraire, on y comprime de l'air, l'eau sera chassée, des index resteront dans les étranglements, et bientôt il détruiront la pression.

Si, au contraire, le tube contient de l'air, et si l'on y envoie de l'eau, elle détruira les index, remplira le tube et finira par filtrer.

CORPS POREUX. — Ces conséquences s'appliquent aux corps poreux dans lesquels on peut admettre l'existence de canaux alternativement resserrés et dilatés. On peut prendre un alca-

razas, un vase poreux de pile, enfin une cavité creusée dans une matière poreuse quelconque; nous ne citerons que l'expérience suivante.

On prend un bloc d'une matière poreuse bien desséchée. On creuse dans la masse un trou cylindrique, puis on y scelle au mastic un tube manométrique droit, fermé par le haut, rempli d'air, et contenant à sa base un index de mercure; cela fait, on plonge l'appareil dans un vase plein d'eau. Aussitôt cette eau pénètre dans les pores, refoule l'air du tube manométrique en faisant monter l'index de mercure, la pression augmente, et, au bout de quelques jours, elle atteint jusqu'à trois ou quatre atmosphères. On voit donc que ces corps poreux exercent une action capillaire énorme.

On peut aussi faire l'expérience inverse, mettre la cavité en communication avec un réservoir fermé et rempli d'eau, la pression diminue dans le réservoir, et le vide finit par y être complet.

On a pu faire la théorie de ces effets en s'appuyant sur les principes connus des phénomènes capillaires, et prévoir toutes les conséquences que l'expérience a vérifiées, entre autres celle-ci, savoir que, dans un cylindre poreux, vertical et indéfini, l'eau devra s'élever à une hauteur supérieure à $10^{m},33$, c'est-à-dire plus haut qu'elle ne le ferait par la pression atmosphérique,

Tous ces résultats devront s'appliquer aux végétaux. On les a imités artificiellement de la manière suivante. On remplace le chevelu radiculaire par la paroi lisse et poreuse d'un alcarazas qu'on plonge dans du sable humide, les fibres serrées qui servent à élever l'eau sont remplacées par du plâtre tassé, ou par un corps poreux quelconque qui, remplissant l'alcarazas, s'élève ensuite en une colonne unique représentant la tige du végétal; enfin l'énorme surface extérieure formée par les feuilles ou l'épiderme est résumée par celle d'un autre alcarazas rempli de la même poudre tassée.

Le mouvement des liquides dans cet appareil est le même que dans un végétal, ce que la théorie peut prévoir. Ainsi, l'eau est puisée dans le sable et pourrait s'élever à une hauteur équivalente à plusieurs atmosphères; arrivée à la partie supérieure, elle s'évapore constamment, et, à mesure qu'elle

disparaît, elle est remplacée par celle que le sol lui cède continuellement. Aussi voit-on le sable se dessécher peu à peu et presque complétement, le mouvement d'absorption et d'évaporation se ralentir et même s'annuler, mais s'activer ou se reproduire aussitôt qu'on arrose l'appareil.

Il est donc probable que l'élévation de l'eau à travers les tissus des végétaux et jusque dans leurs feuilles est déterminée simplement par les forces moléculaires et par la pesanteur exerçant leur action dans le corps ligneux, et que ce phénomène rentre dans le domaine de la physique générale.

QUATORZIÈME LEÇON.

DE L'ÉQUILIBRE DES GAZ.

Propriétés communes aux liquides et aux gaz. — Principe de l'égalité de pression en tous sens. — Principe de l'égale transmission des pressions. — Pesanteur des gaz. — Pressions dues à la pesanteur. — Principe d'Archimède. — Aérostats. — Poids des corps dans le vide et dans l'air. — Liquides et gaz superposés. — Mesure des pressions dans les gaz.

PROPRIÉTÉS COMMUNES AUX LIQUIDES ET AUX GAZ. — Quand nous avons commencé l'étude des liquides, ils nous ont tout d'abord offert deux propriétés fondamentales : l'une est l'extrême mobilité de leurs particules, l'autre consiste dans la faculté qu'ils ont de se laisser comprimer et d'exercer ensuite un effort élastique pour revenir à leur état initial ; la première nous a autorisés à faire une hypothèse plausible sur la constitution de ces corps, et après l'avoir acceptée nous avons pu prévoir théoriquement toutes les lois de leur élasticité : ces lois ont été ensuite vérifiées *à posteriori* par des expériences nombreuses.

Nous voici aujourd'hui arrivés à commencer la même étude sur les gaz, et amenés naturellement à suivre de nouveau la même méthode d'investigation ; mais elle sera loin d'exiger les mêmes développements. Nous allons voir, en effet, que les gaz ont, avec les liquides, des analogies tellement nombreuses, que leur constitution est à peu près la même et que leurs propriétés générales sont identiques.

En considérant d'abord l'extrême facilité avec laquelle tous nos mouvements s'accomplissent dans l'air, nous reconnaissons que les molécules des gaz glissent les unes sur les autres avec autant, peut-être même avec plus de facilité que les particules des liquides, et la propriété étant la même nous admettons la même hypothèse sur la constitution des deux espèces de corps, c'est-à-dire que si les gaz étaient soustraits à l'in-

fluence de la pesanteur et enfermés dans des vases, ils serai formés de molécules toujours également distribuées d toute la masse et dans toutes les directions, et parfaitem mobiles.

D'un autre côté, les gaz sont compressibles et élastiqu c'est ce qui résultera de toutes les épreuves auxquelles les soumettra, et c'est ce que nous allons démontrer par d expériences concluantes. Prenons d'abord un cylindre verre fermé par un bout, plaçons-le verticalement sur table, engageons dans l'ouverture supérieure un piston miné par une poignée, et chargeons-le d'un poids; nous voy ce piston s'enfoncer dans l'intérieur d'autant plus profon ment que l'effort exercé est plus grand; mais en même ter le gaz résiste de plus en plus à mesure qu'il se comprime vantage, et bientôt il fait équilibre aux poids. Il se détend suite et reprend son premier volume, quand on rend la libe au piston.

Voici la deuxième expérience : On met une vessie fern et partiellement remplie d'air sous la cloche d'une mach pneumatique, on fait ensuite le vide dans cette cloche aut de la vessie, et l'on voit aussitôt celle-ci se gonfler. Il f donc admettre que les molécules du gaz qu'elle contient repoussent entre elles en comprimant les parois, et que l a rendu sensible cette répulsion et cette pression en en vant l'air extérieur qui exerçait sur la vessie une action ég et contraire.

Voilà donc les propriétés fondamentales des liquides qui retrouvent dans les gaz, et voilà que nous sommes autorisé considérer ceux-ci comme formés de molécules tenues à distances égales, pouvant se rapprocher ou s'éloigner qu on augmentera ou qu'on diminuera la pression extérieure repoussant mutuellement et également dans tous les se réagissant enfin sur les parois des vases qui les renferm comme le font les molécules des liquides. De cette iden dans la constitution des deux classes de corps découlent cessairement les mêmes conclusions, et toutes les propri qui en étaient les conséquences dans les liquides non pesa nous pouvons les admettre sans en répéter la démonstrat pour les gaz considérés comme étant sans poids.

PRINCIPE DE L'ÉGALITÉ DE PRESSION. — La première de ces conséquences est que si l'on imagine un élément de surface au milieu d'un gaz enfermé, il sera soumis sur les deux faces à des pressions normales, indépendantes de sa direction et du lieu qu'il occupe dans le gaz, et que si l'on considère ensuite cet élément sur la paroi, il recevra la même pression, quelle que soit sa position : c'est le principe de l'égalité de pression étendu aux gaz.

PRINCIPE DE LA TRANSMISSION ÉGALE DES PRESSIONS. — Si nous imaginons qu'un gaz ait été pris dans un état de pression initiale quelconque et qu'on le comprime encore davantage en enfonçant un piston dans un tube adapté au vase, on verra le volume du gaz diminuer jusqu'au moment où la réaction élastique sera devenue égale à la pression exercée; alors cette pression aura été transmise également sur des surfaces planes égales, et proportionnellement à leur étendue si elles sont inégales : c'est le principe de la transmission proportionnelle des pressions, tel qu'on l'a énoncé pour les liquides.

Cette analogie des liquides et des gaz leur a fait donner le nom générique de *fluides;* mais elle ne se termine pas là. Il ne suffit point d'avoir montré que les lois des pressions y sont les mêmes quand on les soustrait hypothétiquement à l'action de la pesanteur, nous devons encore démontrer que cette pesanteur y développe des phénomènes identiques. A cet effet, il faut commencer par savoir si la pesanteur agit réellement, ce qui était incontestable pour les liquides, mais ce qui fut ignoré à l'égard des gaz, tant qu'on n'a pas connu l'art de les extraire des vases. Voici l'expérience qui résout cette question :

Fig. 134.

PESANTEUR DES GAZ. — Prenons un ballon de verre de 5 à 10 litres de capacité, fermé par un tube à robinet. Commençons par enlever l'air qu'il renferme avec une machine pneumatique, fermons le robinet et suspendons l'appareil à une balance sensible en l'équilibrant par une tare opposée (*fig.* 134). Au moment où nous ouvrirons le robinet, nous entendrons l'air rentrer en sifflant,

nous verrons le ballon baisser, et son poids augmentera de $1^{gr},293$ environ par litre de capacité, L'air est donc pesant. Tous les gaz le sont aussi bien que tous les liquides, et il n'y a entre les deux classes de corps que des différences de densité.

PRESSIONS DUES A LA PESANTEUR. — Une fois que cette propriété générale est constatée, tout ce que nous avons dit des pressions déterminées par la pesanteur dans les liquides va se reproduire identiquement pour les gaz. Commençons par un cas fictif : imaginons un cylindre élevé de plusieurs lieues sur la surface de la terre, parfaitement fermé et complétement rempli d'air dans toute son étendue; décomposons ce gaz, par la pensée, en tranches horizontales minces; elles représentent autant de pistons superposés qui pressent les uns sur les autres, et nous voilà ramenés aux liquides pesants. Alors la pression s'accroît de haut en bas. Dans une tranche quelconque, elle agit également sur toutes les surfaces égales, qu'elles soient horizontales, verticales ou inclinées. Elle se produit sur les parois du vase; et, sur chaque élément, elle est égale au poids du cylindre gazeux qui, ayant cet élément pour base, s'étend jusqu'au sommet du tube considéré. De plus, cette pression est absolument indépendante de la forme ou de l'étendue que nous supposerons au cylindre que nous avons imaginé, pourvu que la hauteur reste la même.

Cette dernière circonstance est d'une grande importance, car elle nous permet d'étendre nos conclusions à l'atmosphère terrestre tout entière. L'atmosphère est une masse d'air qui s'élève au-dessus du sol à une hauteur que l'on évalue approximativement à une trentaine de lieues. On la suppose terminée par une dernière couche de niveau sans pression. Elle partage le mouvement de rotation du globe et resterait relativement immobile par rapport aux objets terrestres, sans des circonstances locales qui produisent les vents et font à chaque moment varier son équilibre. Négligeons ces perturbations qui sont minimes, et nous pourrons considérer l'atmosphère comme une mer fluide en équilibre, couvrant la terre jusqu'à un niveau fixe et exerçant les mêmes effets de pression que si elle était un liquide de densité très-petite. Dès lors, en chaque élément il y a une pression égale au poids de l'air superposé;

elle est constante sur des surfaces de niveau concentriques à la terre; elle diminue quand on s'élève; elle croît quand on s'abaisse, et en chaque lieu elle se produit avec une intensité égale sur des surfaces égales, quelle que soit leur direction, et proportionnelle aux surfaces sur des étendues inégales; elle doit être la même dans les chambres qu'à l'air libre, et serait constante sans les variations d'équilibre que nous avons négligées. Nous allons dans quelques moments la mesurer, et montrer avec quelle exactitude ces conclusions se justifient.

PRINCIPE D'ARCHIMÈDE. — AÉROSTATS. — Continuant de prévoir les effets de l'atmosphère par l'analogie qui existe entre sa constitution et celle des liquides, nous reconnaissons que le principe d'Archimède doit s'y appliquer; car un corps plongé dans l'air recevra sur tous ses éléments de surface des pressions qui se composeront en une résultante unique égale au poids du fluide déplacé et appliquée de bas en haut à son centre de gravité. La vérification expérimentale exacte de ce principe ne souffrirait aucune difficulté; mais on se contente le plus souvent de l'épreuve suivante, qui constate la perte de poids sans la mesurer. Prenons (*fig.* 135) une petite balance dont le fléau soutient à l'un des bouts une grosse sphère de cuivre A creuse et fermée, et à l'autre une petite balle pleine, de même poids B. On équilibre exactement ces deux masses dans l'air en faisant avancer ou reculer la plus petite au moyen d'une poulie qui la porte et qui forme un écrou marchant sur le fléau taraudé en vis; puis on place l'appareil sur le plateau d'une machine pneumatique, et, après l'avoir couvert d'une cloche, on fait progressivement le vide. On constate que la grosse sphère devient progressivement plus lourde. C'est qu'en effet A et B gagnent tous deux dans le vide le poids qu'ils avaient perdu dans l'atmosphère, B le poids d'un petit volume d'air, A celui d'un volume plus grand. C'est pourquoi A s'abaisse.

Fig. 135.



Désignons en général par d et d' les densités par rapport à

l'eau de l'air et d'un corps plongé dans l'atmosphère, et par v le volume commun. vd' et vd seront le poids qui fait tomber le corps et la poussée qui le chasse de bas en haut; $v(d'-d)$ représentera leur résultante. Il y aura dès lors, comme pour les liquides, trois cas à considérer suivant que l'on aura $d'>d$, $d'=d$, $d'<d$, et le corps plongé ou tombera, ou sera en équilibre, ou enfin s'élèvera dans l'atmosphère. Cette dernière condition se réalise dans les ballons à enveloppe légère remplie, ou d'air dilaté par la chaleur, ou de gaz hydrogène. Pour calculer la force ascensionnelle. il faudra retrancher le poids p du ballon et de ses agrès de la résultante $v(d-d')$, ce qui donnera

$$v(d-d')-p,$$

ou, en supposant que le volume soit sphérique,

$$\frac{4}{3}\pi R^3(d-d')-p,$$

quantité que l'on calculera en se rappelant que d et d' sont les densités de l'air et de l'hydrogène par rapport à l'eau; c'est 0,001293 pour l'air et 0,0000895 pour l'hydrogène, à zéro et sous la pression moyenne de l'atmosphère.

POIDS D'UN CORPS DANS L'AIR. — Une conséquence importante au point de vue de nos expériences futures résulte de cette action de l'air : c'est que la balance ne nous donne pas le poids vrai (P) des corps que nous pesons, mais seulement la différence P entre ce poids et celui de l'air déplacé, qui est égal à vd :

$$P=(P)-vd;$$

et comme v, le volume du corps, est égal au quotient de son poids vrai (P) par sa densité D, on obtient

$$P=(P)\left(1-\frac{d}{D}\right).$$

A la température de zéro, sous la pression moyenne de l'atmosphère, quand l'air ne contient ni vapeur d'eau, ni acide carbonique, d est égal à 0,001293. Rien ne serait donc plus aisé que de passer des poids trouvés P aux poids vrais (P), si

l'on connaissait la densité D de la substance étudiée et si la pesée était toujours faite dans l'air normal; mais les conditions de la pesée changent d'un moment à l'autre, car la température, la pression, la constitution chimique de l'air varient à chaque instant, et la valeur que l'on doit mettre pour d dans la formule précédente est liée à toutes les variations atmosphériques. C'est un point sur lequel nous reviendrons dans le deuxième volume, à l'article des densités.

Différences entre les liquides et les gaz. — Nous n'aurions pas donné une idée exacte de la constitution des gaz si, après avoir signalé les analogies qu'ils ont avec les liquides, nous ne mettions en regard les dissemblances qui séparent les uns et les autres. La première que nous rencontrons est la différence considérable de leur densité. Un litre d'eau pèse 1000 grammes, et le poids d'un même volume des autres liquides varie à peu près de 700 à 3000 grammes; celui des métaux fondus et du mercure est encore plus considérable, il est compris entre 6000 et 23000 grammes. Entre ces limites se trouvent tous les intermédiaires possibles, et l'on peut dire que les liquides forment un premier groupe de corps à densité considérable. Les gaz, au contraire, constituent une seconde classe où l'on trouve pour le poids d'un litre des nombres variant entre $0^{gr},08$ et 11 grammes; ce sont des substances dont la densité est beaucoup plus faible que celle des liquides, et entre ces deux classes de fluides il y a une lacune qui n'est comblée par aucun corps.

On remarque ensuite que la compressibilité des liquides est très-faible, pendant qu'elle est considérable dans les gaz. Quand, au moyen d'un piston, on réduit le volume des premiers, leurs molécules se rapprochent très-peu et leur densité varie à peine; cependant la force de réaction que l'on développe par ce rapprochement presque insensible est très-énergique. Il suffit d'avoir diminué de 45 millionièmes le volume de l'eau pour avoir produit une pression égale à celle de l'atmosphère. Il n'en est point de même des gaz : quand on enfonce un piston dans un tube qui contient de l'air ordinaire, il faut réduire le volume à la moitié pour doubler la pression, au tiers pour la tripler. En général un gaz prend un volume indéfiniment croissant à mesure qu'on diminue sa pression, et il se réduit

à occuper un espace de plus en plus petit quand on le comprime de plus en plus. C'est cette facilité qu'ils ont à prendre tous les volumes possibles qui a fait donner aux gaz le nom de *fluides compressibles*, tandis que l'on réservait autrefois et que l'on donne encore aujourd'hui aux liquides la désignation de *fluides incompressibles*.

Pour apprécier avec exactitude les différences et les analogies des liquides et des gaz, il faut étudier les circonstances qui engendrent les uns et les autres.

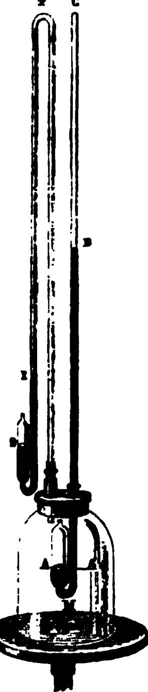
Considérons un volume V d'eau prise à 100° de température, soumise à l'action d'un gaz superposé exerçant sur elle une pression de 10 atmosphères par exemple. Si nous diminuons successivement cette pression de 1 atmosphère à chaque fois, le volume croîtra de $V\mu$ à chaque opération, et les molécules qui étaient maintenues à des distances très-petites s'écarteront très-peu, mais d'une quantité constante à chaque fois, et l'eau conservera l'état liquide. Aussitôt que la pression arrive à n'être plus que de 1 atmosphère, cette loi de dilatation cesse brusquement de se continuer, l'eau prend sans transition un volume 1680 fois plus considérable que le premier, et à partir de là elle s'est transformée en un véritable gaz ayant toutes les propriétés de l'air et les conservant sous toutes les pressions inférieures.

Pour mieux faire comprendre ce fait, faisons l'expérience inverse; examinons ce gaz formé par l'eau, prenons-le d'abord sons une pression très-faible et faisons-la croître progressivement : nous le verrons se réduire à la moitié, au tiers ou au quart quand cette pression deviendra double, triple ou quadruple, et il conservera l'état gazeux; mais quand nous arriverons à dépasser 1 atmosphère, il prendra subitement un volume 1680 fois plus petit, une densité 1680 fois plus grande; il se rassemblera à la partie inférieure sous forme liquide, et à partir de ce moment il ne se comprimera plus que très-peu pour des pressions très-considérables. J'ai pris comme exemple l'eau à 100°, j'aurais pu citer l'acide carbonique qui se liquéfie à — 78°; mais quel que soit le corps que l'on étudie, la loi est générale et la conclusion est toujours la même. Les fluides changent d'état suivant les circonstances; liquides, sous une forte pression ils sont denses et peu compressibles; gazeux, quand ils sont

moins comprimés, ils offrent une faible densité et une grande compressibilité, et ils passent brusquement d'un état à l'autre sous une pression intermédiaire.

Ce que nous venons de dire de général sur les gaz peut maintenant se résumer. Ce sont des corps constitués, comme les liquides, par des molécules qui se repoussent; qui transmettent les pressions de la même manière; qui se disposent sous l'influence de la pesanteur en couches dont les densités et les pressions croissent de haut en bas; dans lesquels le principe d'Archimède se vérifie, et les conditions d'équilibre des corps immergés se retrouvent : voilà pour les analogies. Ce sont ensuite des corps qui ont des densités très-faibles, qui offrent une compressibilité très-grande, et qui, lorsqu'ils ont été soumis à une pression suffisante, peuvent se transformer en liquides : telles sont leurs propriétés générales, et nous allons avoir à les étudier en détail. Avant d'y arriver, revenons sur la question de la pression dans les gaz pour dire comment on la constate et comment on la mesure.

Fig. 136.



MESURE DE LA PRESSION DANS LES GAZ. — Prenons une cloche M fermée de toute part (*fig.* 136), et dans laquelle on puisse à volonté puiser ou introduire du gaz au moyen d'une machine pneumatique. Un tube recourbé AMBC plonge par le bas dans le vase et, traversant la partie supérieure, s'élève jusqu'en C. Ce tube est fermé au sommet; il contient du mercure et l'espace BC est entièrement purgé d'air. Si l'on fait le vide parfait dans le vase M, le mercure s'établit dans le tube AMB au même niveau AA' dans les deux branches; mais au moment où l'on fait entrer de l'air dans la cloche, le niveau monte en B et s'y fixe pendant qu'il descend en A d'une autre part.

Puisque le mercure est maintenant élevé une hauteur *h* au-dessus du niveau A dans la branche fermée,

il exerce sur la surface A une pression verticale de bas en haut, et qui est égale au poids d'une colonne de mercure qui aurait A pour base et h pour hauteur; et comme l'équilibre est établi, il faut que le gaz exerce une pression contraire de haut en bas sur la même surface du mercure, et qu'elle soit égale au poids d'une colonne cylindrique de ce liquide qui aurait A pour base et h pour hauteur.

Si donc S représente la surface A en centimètres carrés, h la différence des niveaux du mercure en centimètres, et 13,59 la densité du mercure, la pression P s'exprimera en grammes par

$$P = Sh.13{,}59.$$

Dans la mesure que l'on fait de la pression des gaz, on convient généralement de prendre l'unité de surface pour étendue pressée; alors la pression est représentée par $h.13{,}59$; puis, comme elle est proportionnelle à la hauteur h, on se contente d'exprimer cette hauteur. On dira donc une pression de 10, 15, 20 centimètres, et cela devra se traduire ainsi : la pression exercée sur l'unité de surface est égale au poids d'une colonne de mercure qui aurait cette surface pour base et 10, 15, 20 centimètres de hauteur. Telle est la méthode générale pour apprécier et exprimer la pression d'un gaz, et nous pouvons en particulier l'appliquer à l'atmosphère.

Dans ce cas, l'expérience prouve que la différence de hauteur entre B et A est égale en moyenne à 76 centimètres : on dit alors que la pression est égale à 76 centimètres; cela veut dire qu'elle est exprimée en grammes par

$$76 \times 13{,}59 = 1033^{gr}{,}3,$$

sur 1 centimètre carré, et par

$$S \times 76 \times 13{,}59 = S \times 1033^{gr}{,}3,$$

sur une surface de S centimètres carrés. De plus, la pression que l'air exerce en A est égale au poids d'une colonne de gaz qui aurait cette surface pour base et qui se terminerait à la limite de l'atmosphère. Ce poids est donc égal à celui d'une colonne de mercure de même base, qui aurait 76 centimètres de hauteur.

ɔareil figuré ci-dessus offre d'ailleurs un moyen de bien
r l'existence de la pression atmosphérique; il porte un
tube **DEF** en communication libre avec l'air par D et
cloche par F. Quand tout est dans l'air, les deux ni-
D et E sont les mêmes; mais au moment où l'on enlève
ɔeu le gaz de la cloche, la pression y diminue et le mer-
élève en E. En même temps il baisse en B et s'élève

QUINZIÈME LEÇON.

DU BAROMÈTRE.

Construction détaillée du baromètre. — Baromètre de Fortin. — Correction de la capillarité. — Baromètre de Gay-Lussac, de Bunten. — Calcul de la pression atmosphérique sur une surface quelconque. — * Formule barométrique.

Après l'étude qui vient d'être faite de la constitution des gaz, il nous reste à exposer comment on mesure en un point quelconque du globe, et à un moment donné, la pression que l'atmosphère y exerce. Il n'y a pour cela qu'à faire une application de la méthode générale, c'est-à-dire à chercher la hauteur du mercure soulevé dans un tube vide; l'instrument qui sert à cette détermination se nomme le *baromètre*.

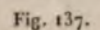


Fig. 137.



Torricelli ayant rempli complétement avec du mercure un long tube fermé par le bas, boucha l'extrémité ouverte avec le doigt et la retourna pour la plonger au milieu d'un bain de mercure; retirant ensuite le doigt, il cessa de soutenir le liquide dans le tube, alors il le vit baisser et s'arrêter après quelques oscillations à une hauteur de 760 millimètres en moyenne au-dessus du niveau extérieur (*fig.* 137). D'après les principes que nous venons de poser, il faut conclure qu'une colonne verticale de l'atmosphère pèse autant qu'un cylindre de mercure qui aurait la même section et une longueur de 760 millimètres. Cette expérience célèbre a été étendue et variée par Pascal; elle fut faite avec de l'eau,

rin et de l'huile, et l'élévation des divers liquides fut trou-
en raison inverse de leur densité, ce qui est conforme à la
rie; elle fut répétée sur le sommet des édifices et des
es montagnes, et la hauteur barométrique y fut moins
de qu'à leur base, ce que Pascal avait prévu. C'est à cette
sion qu'il posa les principes de l'équilibre des liquides et
gaz tels que nous les avons exposés, et qu'il donna la théo-
lu baromètre à laquelle il n'y eut plus rien à ajouter. Nous
is entrer dans tous les détails nécessaires pour faire com-
dre la construction de cet appareil.

NSTRUCTION DU BAROMÈTRE. — On choisit un tube de verre
le cristal bien droit, régulier dans toute sa longueur et
npt de bulles ou de stries. Pour le nettoyer, ce qui est
ntiel, on le lave à l'acide azotique bouillant, puis on le
e avec de l'eau distillée et on le sèche; ensuite on ferme
les bouts à la lampe, et l'on souffle à l'autre extrémité une
oule dont on verra bientôt l'usage. Le tube étant prêt, il
ensuite choisir et purifier le mercure, afin que sa densité
toujours la même; il faut surtout le débarrasser d'un oxyde
qui se forme spontanément à l'air, qui ternit le métal et
iit adhérer au verre. Dans ce but, on le traite par l'acide
ique, qui dissout l'oxyde et les métaux étrangers, et l'on
onge l'action en agitant de temps en temps, jusqu'au
ient où l'on voit naître des vapeurs rutilantes; ensuite
ave à grande eau et l'on sèche. Après que l'on a ter-
é ces préparations essentielles, on emplit le tube depuis
ise jusqu'à la naissance de l'ampoule avec le mercure
fié.

ı examinant l'aspect du mercure dans le tube, on y re-
que de nombreuses bulles d'air interposées, mêlées à des
itelettes d'eau, et si l'on retournait l'appareil dans un bain,
me le faisait Torricelli, on verrait une partie de ces bulles
iter dans la chambre barométrique et y exercer consé-
mment une pression qui fausserait les indications de l'in-
ment. Il est donc essentiel de les chasser complétement,
qui nécessite l'opération suivante. On dépose ce tube sur
gril incliné où il est soutenu de distance en distance par
appuis de fer (*fig.* 138), et l'on place autour de lui et

dans toute sa longueur des charbons allumés qui l'amènent à une température voisine de celle qui met le mercure en ébullition; puis on dispose à la base, en B, sur une longueur de 10 centimètres, un petit tas de charbons rouges qui suréchauffent le mercure aux parties qu'ils touchent et le font bientôt


Fig. 138.



bouillir. A chaque bulle de vapeur qui naît, le liquide tout entier se soulève, et c'est pour le retenir qu'il y a une ampoule au sommet, puis il retombe en produisant l'effet du marteau d'eau, c'est-à-dire des secousses répétées qui agitent brusquement le tube et le briseraient certainement si l'opérateur ne surveillait constamment l'ébullition et ne la modérait en retirant ou remettant des charbons, suivant qu'elle marche trop vite ou trop lentement. Au bout de cinq minutes environ, on enlève un à un les charbons qui sont à la base du tas B pour les porter à son sommet, ce qui arrête l'ébullition en bas pour la faire naître plus haut; et en continuant peu à peu ce transport des charbons tout le long du tube, on fait successivement bouillir toutes les parties du mercure qu'il contient, et l'on balaye par la vapeur qui se forme toute l'humidité et tout l'air qui étaient primitivement restés en adhérence avec le verre.

Après cette opération, le mercure a complétement changé d'aspect. Non-seulement les bulles ont disparu, mais la surface a pris l'éclat vif et métallique du miroir le plus parfait: c'est à ce signe que l'on reconnaît si le baromètre est bien purgé.

Après le refroidissement, on coupe l'ampoule qui terminait l'extrémité ouverte du tube, on achève de remplir avec du mercure sec et chaud, jusqu'à ce que le sommet liquide dé-

passe les bords du tube par un bouton convexe ; on ferme avec le doigt en écrasant le bouton, et l'on retourne l'appareil pour le plonger dans le bain comme le faisait Torricelli. Il faut s'assurer qu'au moment où l'on enlève le doigt aucune bulle d'air ne remonte dans la chambre barométrique.

Quand un baromètre a été construit comme nous venons de le dire, il faut le munir d'une échelle divisée en millimètres pour mesurer à chaque moment la distance verticale des deux niveaux ; or, comme le mercure ne peut s'élever dans le tube sans baisser d'une quantité correspondante dans la cuvette, il faudra que l'échelle soit disposée pour que l'on puisse à la fois observer les positions des deux sommets, puisqu'ils sont tous deux variables. Cette nécessité complique l'appareil, et l'on a inventé pour y satisfaire différentes dispositions que nous allons faire connaître.

Fig. 139.

Baromètre fixe. — Si le baromètre est destiné à des expériences précises de laboratoire et qu'il ne doive pas être déplacé, on emploie pour cuvette une auge de fonte qui a la forme d'un parallélépipède rectangulaire droit (*fig.* 139). On la fixe contre une planche épaisse scellée dans le mur ; on soutient le tube barométrique par des tasseaux B et C, et les mesures des hauteurs sont prises avec un cathétomètre réglé à l'avance et immuablement établi en face de l'appareil. Pour obtenir ces mesures avec toute l'exactitude possible, on a disposé au-dessus de la cuvette une vis verticale à deux pointes A que l'on manœuvre au moyen d'un bouton fileté, et qui monte ou descend dans un écrou immobile. Au moment où l'on veut opérer, on fait descendre la pointe inférieure jusqu'à toucher le mercure, et l'on réalise ce contact avec la plus parfaite précision, car l'observateur voit à ia fois la pointe et son image réfléchie par le mercure marcher l'une vers l'autre quand on approche de l'affleurement, se toucher quand on l'a atteint, et la surface de mercure se déprimer en ombilic quand on le dépasse. Uns fois le contact obtenu,

on vise avec le cathétomètre le niveau du mercure dans le tube d'abord, puis la pointe supérieure de la vis ensuite, et, pour avoir la hauteur cherchée, on ajoute à la course de la lunette la longueur de la pointe affleurante, qui est constante et que l'on mesure une fois pour toutes. De tous les baromètres, celui-ci est le plus simple, et de toutes les méthodes pour mesurer les hauteurs, celle que nous venons d'indiquer est la meilleure : car d'abord on trouve directement la différence verticale des niveaux, que l'appareil soit incliné ou non; ensuite on obtient l'affleurement de la pointe avec une rigueur parfaite, et, en troisième lieu, la mesure est faite par la plus exacte des méthodes connues, au moyen d'une lunette qui grossit les objets visés, et avec une précision qui dépasse un cinquantième de millimètre. Ce baromètre est dû à M. Regnault.

Fig. 140.



BAROMÈTRE DE FORTIN. — Mais il n'est pas toujours possible d'installer le baromètre comme nous venons de le faire. Puisqu'il doit servir à mesurer la hauteur des montagnes, il faut le rendre portatif, et, sans diminuer la précision des mesures, il faut simplifier le moyen de les faire. Le baromètre de Fortin, que nous allons décrire, satisfait pleinement à ces nécessités. La cuvette, représentée en coupe dans la *fig.* 140, est formée, 1° par un couvercle de buis CC, doublé de cuivre extérieurement et surmonté d'un tube central BB pour laisser passer le baromètre; 2° par une lanterne cylindrique de verre DD mastiquée à ses deux bouts, et maintenue par trois tiges de cuivre à vis dont l'une se voit en CH; 3° par un large tube vissé EFGH qui porte une vis ascendante Q; 4° par un cylindre de buis MNMN

composé de deux bagues vissées l'une sur l'autre, la re MM fixée à l'enveloppe, et la deuxième NN qui peut ionter et qui se prolonge par un sac de peau de chamois son contour : ce sac est le fond de la cuvette, il sou- : mercure qu'elle renferme, et il est lui-même appuyé ctrémité de la vis Q. Toutes ces pièces sont figurées en ctive, démontées et renversées, dans la *fig.* 143.

:onçoit qu'en élevant ou en abaissant la vis Q on fait : ou descendre le fond mobile, et par suite le mercure enferme ; on peut dès lors profiter de cette disposition mener à un point invariable le niveau dans la cuvette. ffet, le couvercle CC est percé d'un trou latéral qui donne ı une pointe d'ivoire A invariablement fixée, et dont l'ex- ; marque le niveau constant où l'on ramène le mercure au moment de chaque observation, en faisant jouer la vis Q. L'affleurement se règle avec la même précision et par le même moyen que dans l'appareil précédent.

141.

Il nous reste à décrire le tube barométrique qui vient plonger dans la cuvette à travers l'ouverture centrale BB (*fig.* 140). Une pièce de peau de chamois, liée d'une part sur le tube et de l'autre sur le prolongement BB, fixe ces parties l'une à l'autre, laisse pénétrer l'air sans obstacle dans la cuvette ; mais étant imperméable au mercure, elle l'empêcherait de s'échapper s'il arrivait jusqu'à elle. Pour garantir le tube des chocs qu'il pourrait recevoir, on le couvre d'une enveloppe cylindrique de cuivre que l'on visse en BB et sur laquelle est tracée en millimètres une division dont le zéro correspond à la pointe d'ivoire, c'est-à-dire au niveau constant où le mercure est ramené à chaque observation. Dans le haut, l'enveloppe est coupée longitudinalement par deux fentes opposées (*fig.* 141), à travers lesquelles on voit le sommet A du mercure et où se meut un curseur annulaire D que l'on fait monter scendre au moyen d'un pignon C le long d'une crémail-

lère. Si l'on veut faire une mesure, on descend le curseur en tenant l'œil dans le plan horizontal qui passe par ses bords antérieur et postérieur, jusqu'au moment où ce plan devient tangent à la surface supérieure du mercure. Ce curseur porte un vernier dont les divisions courent le long de celles qu'on a marquées sur le tube. Le zéro fait connaître le nombre de millimètres, et le numéro de la division coïncidente exprime les dixièmes.

Tel qu'il vient d'être décrit, le baromètre de Fortin nous offre un premier avantage : c'est que le niveau extérieur y étant ramené à une hauteur toujours constante, il n'y a qu'une observation à faire et qu'une erreur de lecture à craindre ; mais c'est surtout au moment où on veut le transporter que sa supériorité se révèle. Si l'on incline brusquement un baromètre ordinaire, on voit le mercure se précipiter rapidement vers le sommet du tube et le frapper violemment en faisant l'effet du marteau d'eau ; et comme dans les voyages ces chocs se répéteraient à chaque instant, les dangers de rupture seraient toujours imminents. Outre cela, si l'on retourne le tube ou si l'on agite vivement la cuvette, on y fait pénétrer de l'air, et l'on doit toujours craindre que des bulles gazeuses, arrivées jusqu'à la chambre barométrique sans être aperçues, n'aient faussé l'instrument. Le baromètre de Fortin rend tous ces accidents à peu près impossibles. Quand on veut le transporter, on soulève peu à peu la vis Q ; alors le mercure monte dans la cuvette qu'il remplit d'abord en chassant à travers la peau de chamois l'air qu'elle contenait, puis il s'élève dans le tube jusqu'au sommet, et aussitôt qu'il y arrive l'opérateur en est averti par une résistance subite que la vis lui oppose. Il est alors assuré que le mercure ne peut plus éprouver de ballottements, que l'introduction de l'air est devenue impossible, et il peut sans aucun danger incliner, renverser ou agiter l'instrument sans avoir aucune altération ni aucune rupture à redouter. On enferme ordinairement le baromètre dans un étui muni d'une bandoulière, ou dans une canne creuse (*fig.* 142) qui se divise en trois parties articulées, lesquelles ont aussi leur utilité, car elles forment un support pour accrocher l'instrument au moyen d'une suspension à la Cardan. Si enfin, malgré toutes ces précautions, le baromètre vient à se briser, il est toujours possible à un voya-

eur de le reconstruire, et, comme on y est quelquefois obligé,

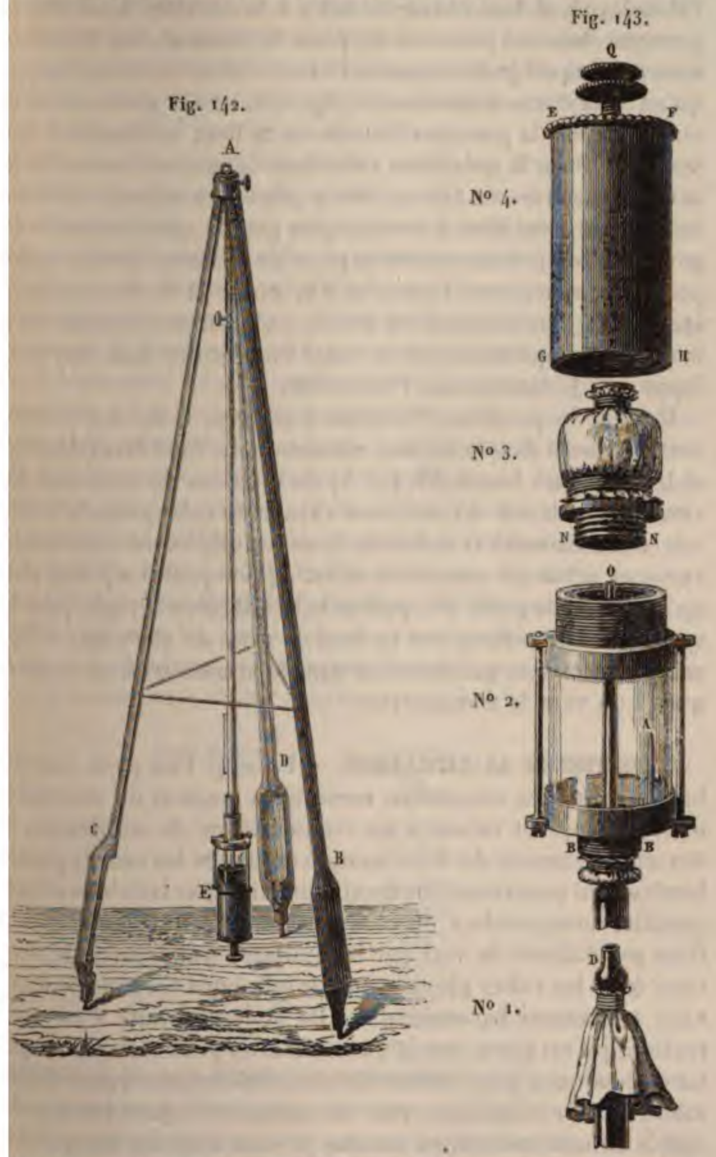


Fig. 142.
Fig. 143.

ous devons entrer dans quelques détails sur cette opération.

Après avoir fait bouillir le mercure dans le tube comme je l'ai indiqué, il faut réunir ce tube à la cuvette. A cet effet, je percerai dans un morceau de peau de chamois un trou étroit à travers lequel je ferai passer l'extrémité ouverte du tube jusqu'au delà d'une dilatation D (*fig.* 143, n° 1); puis avec un fil ciré je fixerai la peau sur le tube en la liant solidement. J'introduirai alors la pointe du tube dans le goulot central BB de la cuvette renversée (n° 2); elle y pénétrera jusqu'à la dilatation D, qui a été faite à dessein plus grande que l'ouverture du goulot. Alors je retournerai la peau de chamois sur elle-même pour la ramener sur le goulot BB, où je la lierai avec soin; après quoi j'en couperai les bords, et le baromètre étant fixé à la cuvette, je pourrai tout de suite l'introduire dans son enveloppe que je visserai sur l'écrou BB.

Dans cette position, l'extrémité ouverte O du tube s'élève verticalement dans la cuvette retournée. Le fond étant démonté et la deuxième bague NN (n° 3) du cylindre de buis étant dévissée, je verserai du mercure autour du tube jusqu'à recouvrir son extrémité O et établir la continuité entre celui que je verse et celui qui remplit le tube. Après quoi il n'y aura plus qu'à revisser la pièce NN, puis le tube GHEF (n° 4) qui porte la vis Q, à serrer celle-ci sur le fond de peau de chamois, et l'appareil se trouvera précisément dans la situation où on le place quand on veut le transporter.

CORRECTION DE LA CAPILLARITÉ. — Puisque l'on peut, dans les baromètres bien construits, mesurer la hauteur du mercure à un vingtième et même à un cinquantième de millimètre, il devient nécessaire de tenir compte de toutes les causes perturbatrices qui pourraient augmenter ou diminuer la colonne d'une quantité comparable à un cinquantième de millimètre. Or il n'est pas difficile de voir que la capillarité qui déprime le mercure dans les tubes plongés a pour influence certaine de diminuer la hauteur barométrique. De là la nécessité d'une correction qui est assez compliquée. Mais on peut commencer par faire remarquer que l'erreur diminue rapidement quand le diamètre du tube augmente; elle est négligeable quand il devient égal à 30 millimètres, et comme il vaut toujours mieux faire disparaître une cause d'erreur que de la corriger, on devra,

es fois que cela sera possible, employer des baromètres ges. C'est ce qui ne présente aucun inconvénient pour uments qui restent établis à demeure dans les observa- mais les baromètres destinés aux voyages ne pouvant à l'abri de la capillarité sans atteindre un poids exa- faut savoir corriger leurs indications.

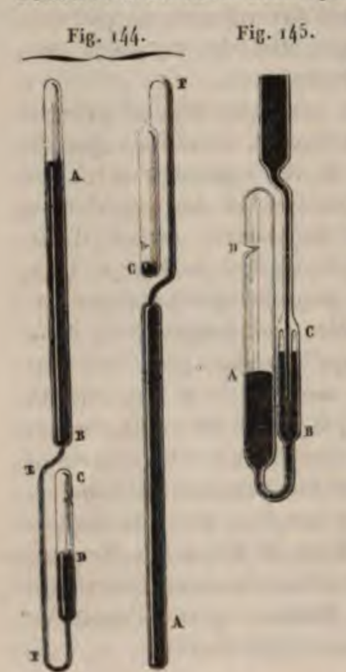
rappelle que la dépression capillaire dépend pour un iquide de l'angle de raccordement, aussi bien que du e du tube. Or cet angle de raccordement n'est pas t pour le mercure des baromètres, et des expériences es par Bravais, sur des baromètres venant d'une abrique, montrent qu'il varie de 30 à 40 degrés. Il en que la flèche du ménisque peut changer notablement, lépression capillaire peut être très-inégale pour deux tres de même section, et qu'il faudra, pour avoir les ts du calcul de correction, mesurer et le diamètre du l'angle de raccordement ou la flèche du ménisque qui de calculer cet angle. Pour faciliter ces réductions, on ruit des tables fondées sur les formules de Laplace. terons celles de M. Delcros que l'on trouvera dans le IV des *Mémoires de l'Académie de Bruxelles*. Ne pou- transcrire ici, nous nous contenterons comme exemple r les résultats obtenus par Bravais, quand l'angle de ement a une valeur moyenne de 36 degrés.

Rayon du tube.	Dépression.
mm	mm
2	1,635
3	0,909
4	0,538
5	0,522
6	0,195
7	0,117
8	0,070
9	0,041
10	0,025

ÈTRE DE GAY-LUSSAC ET DE BUNTEN. — En voyant des aussi considérables et qu'il est si difficile de calculer rtitude, les physiciens ont naturellement cherché les d'annuler les effets capillaires. C'est dans cette inten-

tion qu'ils emploient des baromètres à siphon. Voici celui de Gay-Lussac, qui est le meilleur de tous. On choisit pour le construire un tube bien cylindrique que l'on coupe en deux parties : l'une AB (*fig.* 144) qui formera le haut du baromètre, l'autre CD dont on fera la cuvette. On les réunit par un tube capillaire EF, un peu rejeté sur le côté, de façon que AB et CD, la colonne et la cuvette, soient dans le prolongement l'un de l'autre. La pression s'exerce par un trou percé à l'extrémité d'une pointe rentrante C que l'on obtient en repoussant de l'extérieur à l'intérieur le verre du tube ramolli à la lampe. Les deux niveaux étant en A et en D au moment d'une observation, il est évident que la pression capillaire doit être la même sur les deux surfaces et se détruire, à la condition toutefois que la forme des deux ménisques soit absolument la même. L'appareil

Fig. 144. Fig. 145.



peut d'ailleurs se transporter aussi aisément que celui de Fortin; car si on l'incline, il s'emplit lentement et sans secousse, à cause de l'étroitesse du tube EF, et quand on le renverse entièrement, le mercure se partage en deux parts: l'une qui se maintient en F, l'autre qui tombe au fond de la cuvette en C, et qui se tient au-dessous de la pointe rentrante C à travers laquelle elle ne peut s'échapper. On voit qu'étant rempli complétement quand il est tenu renversé, cet instrument n'éprouvera aucune secousse pendant les transports, et que d'un autre côté le tube EF est trop étroit pour permettre à l'air de remonter dans la chambre barométrique.

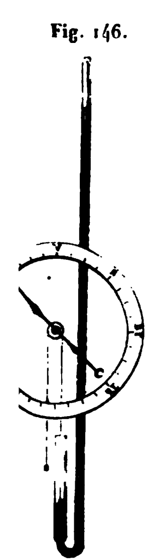
Bunten a rendu cet appareil encore plus sûr en disposant sur le trajet du tube capillaire un espace dilaté CB (*fig.* 145) dans lequel le tube supérieur se prolonge. S'il arrive qu'une bulle

r s'engage dans la colonne, elle vient se loger dans l'inter-
e compris entre la pointe et le tube extérieur.

e baromètre est placé dans une boîte de bois que l'on ou-
et ferme à volonté, ou bien enfermé dans un tube de lai-
comme celui de Fortin. Dans tous les cas, il y a deux
mes de fentes disposées vers les sommets supérieur
ıférieur pour laisser voir les niveaux du liquide; deux
iers servent à mesurer ces niveaux, et une graduation
e sur la monture permet de connaître leur distance. On
ve dans cet appareil les avantages du baromètre de Fortin
une commodité de plus : il est moins lourd. On l'emploie
ndant beaucoup moins souvent, et cela tient à ce que le
ure de la cuvette s'altère assez vite au contact de l'air,
lors les deux ménisques deviennent inégaux, et que l'er-
de la capillarité existe sans qu'on puisse ni l'apprécier ni
rriger. Cette cause d'infériorité vient justement de ce que
mpensation qu'on avait en vue n'est pas réalisée.

ı construit encore, pour l'ornement des maisons bien plus que pour les besoins de la physique, des baromètres qui n'ont guère plus d'utilité que de précision : baromètres à cuvette large où le niveau varie peu, baromètres à cadran où le mouvement du mercure se transmet par un contre-poids à une poulie qui porte une aiguille (*fig.* 146). Nous nous dispenserons de décrire ces instruments imparfaits.

Fig. 146.

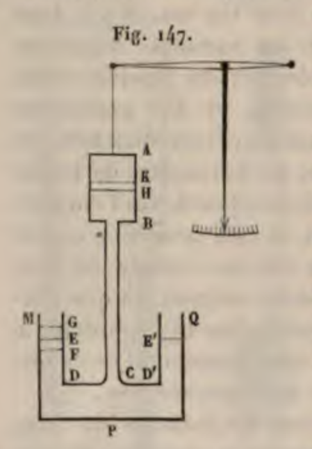


***BAROMÈTRE BALANCE.** — On a cherché par divers moyens à mesurer avec plus de précision la hauteur barométrique. On y parvient par le baromètre balance.

Un tube vertical BC (*fig.* 147), en fer battu, est réuni à sa partie supérieure avec un tube plus large AB, fermé par le haut, et qui sert de chambre barométrique. La partie inférieure du tube porte un manchon
EE', ouvert par le haut et dont le rayon est un peu plus
ıd que celui de la chambre barométrique. Le tube et le
ıchon plongent dans une cuvette MPQ remplie de mercure

qui s'élève à peu près jusqu'au milieu de AB. L'appareil est suspendu à l'extrémité du fléau d'une balance, et on l'équilibre à une pression moyenne. Si la pression vient à changer, le tube s'enfonce plus ou moins dans la cuvette et l'on va voir que son déplacement est proportionnel à la variation de la pression atmosphérique.

Fig. 147.



Le système étant en équilibre, supposons que la pression varie et que le tube s'enfonce de la quantité $EF = a$; le mercure sera chassé dans le réservoir inférieur où il s'élèvera de la quantité $EG = b$ et dans la chambre barométrique où son élévation sera $HK = x$. La partie immergée aura donc varié de

$$y = EF + EG = a + b.$$

Dans chaque position du tube, la pression atmosphérique est toujours équilibrée, et nous pouvons considérer le tube et le mercure qu'il renferme comme formant un système solide. Soit r le rayon de la chambre barométrique, R celui du manchon et R' celui de la cuvette. Le poids du tube sera augmenté de $\pi r^2 dx$ et la poussée de bas en haut de $\pi R^2 dy$, et comme il y a équilibre, on doit avoir

$$r^2 x = R^2 y.$$

Mais la hauteur barométrique a varié de

$$h = x - y,$$

on a donc

$$y = h \frac{r^2}{R^2 - r^2}.$$

Par conséquent, la partie immergée y est proportionnelle à la variation de la pression atmosphérique. On voit de plus que R doit être plus grand que r, et que l'appareil sera d'autant plus sensible que R et r seront moins différents.

Il nous faut maintenant prouver que le niveau extérieur du mercure ne change pas. En effet, le manchon descendant de a

enverrait dans la cuvette le volume de mercure R^2a, mais une partie r^2x passe dans la chambre barométrique, et dans le réservoir inférieur le volume augmente de $(R'^2 - R^2)b$, de sorte que l'on a

$$(R'^2 - R^2)b = R^2a - r^2x.$$

Mais $r^2x = R^2y$ et $a = y - b$, de sorte que l'équation précédente devient

$$(R'^2 - R^2)b = - R^2b;$$

ce qui exige que b soit nul et que le mercure reste constant dans la cuvette.

D'où il suit que $y = a$, que le déplacement vertical du tube est égal à celui de la partie immergée et qu'il est proportionnel à la variation de pression. On peut le mesurer soit directement par une graduation tracée sur le tube, soit en observant l'inclinaison du fléau.

CORRECTION DE LA TEMPÉRATURE. — Il faut encore faire à la mesure des pressions une correction provenant d'une autre cause de variation, qui est la température. Le mercure, ayant une densité qui diminue quand il s'échauffe et qui augmente quand il se refroidit, doit prendre des hauteurs différentes pour une même pression. On verra dans la suite que cette hauteur étant H à zéro, devient $H(1 + 0,00018t)$ à $t°$, et que pour ramener à zéro celle qu'on observe à $t°$ il faut la multiplier par $(1 - 0,00018t)$. Si l'on veut plus d'exactitude, il faut encore tenir compte de la dilatation de l'échelle de laiton. On corrigera le nombre de millimètres lu en le multipliant par $1 + 0,000019t$, pourvu toutefois que la température normale de l'échelle soit zéro, comme on a soin de le faire aujourd'hui. En résumé on ramènera la hauteur à zéro en la multipliant par

$$(1 - 0,00018t)(1 + 0,000019t),$$

ou approximativement par

$$(1 - 0,00016t).$$

USAGE DES BAROMÈTRES. — La recherche de toutes les modifications que subit l'atmosphère est un des problèmes qui nous intéressent le plus, et le baromètre, en nous montrant des pressions variables et en les mesurant à chaque moment,

nous permet d'envisager un des côtés de la question. Aussi les météorologistes enregistrent-ils les indications de cet instrument, et voici quelques-uns des résultats généraux que l'on peut extraire de leurs observations.

Le baromètre est soumis dans chaque lieu à des oscillations continuelles; mais en notant sa hauteur à chaque heure du jour et de la nuit et en faisant la moyenne de toutes les mesures, on a ce que l'on nomme la hauteur moyenne du jour; de là on passe aux moyennes des mois et de l'année de la même manière.

On trouve qu'en chaque lieu la moyenne annuelle est constante; mais elle varie d'un point à l'autre du globe, ce qui tient à deux causes, à la différence des altitudes d'abord, et à celle des latitudes ensuite. La première de ces causes de variations suit des lois connues et assez bien établies pour qu'on puisse en calculer l'effet, comme nous le ferons bientôt, et réduire, comme on le dit, les observations au niveau de la mer. Quand on fait cette correction aux moyennes des divers lieux et qu'on les compare ensuite entre elles, on saisit la variation qui dépend de la latitude; or on a remarqué que cette hauteur moyenne du baromètre augmente de l'équateur jusqu'à 36 degrés, pour diminuer ensuite en s'éloignant vers le pôle.

Si les moyennes annuelles de chaque lieu sont constantes, il n'en est pas de même des moyennes mensuelles, qui varient dans le cours de l'année et qui sont généralement plus grandes en hiver qu'en été.

Quant aux observations faites dans la même journée, elles sont soumises à des oscillations très-régulières; ce sont les seules qui affectent le baromètre à l'équateur, où elles atteignent une valeur plus grande qu'ailleurs. Suivant M. de Humboldt, il y a deux minima, à 4 heures du soir et à 4 heures du matin, et ils sont séparés par deux maxima qui se remarquent à 10 heures du matin et à 10 heures du soir. L'amplitude de l'oscillation de jour est égale à $2^{mm},55$, celle de l'oscillation de nuit, entre 4 heures du soir et 4 heures du matin, n'étant que de $0^{mm},84$. Les mêmes phénomènes se constatent dans toute l'étendue de la zone torride; mais quand on arrive dans les climats tempérés, ils diminuent d'intensité et se compliquent de variations accidentelles qui les masquent. On a pu cependant, en comparant les moyennes d'un grand nombre d'observations

longtemps continuées, reconnaître qu'ils existent encore et à peu près aux mêmes heures; on a même constaté que leur amplitude est variable aux diverses saisons, et plus grande en été qu'en hiver.

Outre ces oscillations régulières, le baromètre éprouve des perturbations continuelles dans les climats tempérés; elles ont un remarquable rapport avec l'état du ciel, et l'on peut dire d'une manière générale que le beau temps est accompagné par une grande hauteur barométrique, tandis que la pluie tombe le plus souvent au moment d'une dépression considérable. De là un des plus fréquents usages de l'instrument, auquel on adapte une graduation spéciale qui, sans mesurer la hauteur barométrique, indique l'état de l'atmosphère. Tous ceux qui ont suivi ces indications savent qu'elles sont généralement exactes, bien qu'elles se trouvent aussi quelquefois en défaut; on ne doit donc leur attribuer qu'une valeur de probabilité. Pour expliquer ce fait, Deluc admettait que la vapeur, qui est moins dense que l'air, diminue le poids de l'atmosphère d'autant plus qu'elle est plus abondante; mais la meilleure raison pour prouver que cette explication n'est pas fondée, c'est que la pluie ou le beau temps n'affectent pas le baromètre entre les tropiques, bien que la même explication n'y soit pas devenue fausse. La seule chose qu'il y ait à remarquer est une relation habituelle entre la hauteur barométrique et la direction des vents qui amènent la pluie ou le beau temps.

Depuis quelques années, on étudie régulièrement la marche du baromètre dans les principales villes de l'Europe, et, en comparant les observations faites à une même époque, on peut se représenter l'état général de l'atmosphère à un moment donné; on a été conduit ainsi à la découverte d'un grand phénomène météorologique.

En général, à un moment donné, il y a sur la surface de l'Europe un point où la pression est minimum; elle augmente à mesure qu'on s'en éloigne par courbes concentriques, et l'on trouve sur ces courbes des vents tournant dans un sens opposé à celui des aiguilles d'une montre. Ces points de pression minimum se déplacent progressivement, ils viennent de l'Atlantique, abordent l'Europe par l'Angleterre ou la Suède, et la parcourent en quelques jours en s'abaissant soit vers

l'Italie, soit vers la mer Noire. Au sud de la route suivie par ces vents tournants, le temps est pluvieux et le vent est d'ouest; il est beau au nord, avec un vent d'est.

Ces phénomènes, suivis avec persévérance par M. Fitz-Roy et M. Marié-Davy, s'exagèrent quelquefois et produisent les ouragans ou cyclones. Dans notre hémisphère, les cyclones naissent sur les bords du Gulf-Stream par des causes peu connues. Ce sont des tourbillons qui, d'abord peu étendus, croissent jusqu'à mesurer un diamètre de 500 ou 600 lieues. Ils se dirigent de l'équateur vers les Antilles avec une vitesse de propagation qui ne dépasse pas 10 ou 15 lieues; ils décrivent une courbe très-régulière. D'abord dirigés vers l'ouest, ils se retournent vers le nord et peu à peu s'infléchissent vers l'est. Au centre la pression est très-faible; elle peut descendre jusqu'à 660 millimètres et l'air y est calme. Tout autour le vent tourne en sens inverse du mouvement des montres et peut atteindre une vitesse de 50 lieues à l'heure, ce qui équivaut à une pression de 300 kilogrammes par mètre carré. Rien ne résiste à de si puissantes actions. Toutefois, comme le cyclone se meut du sud vers le nord, la vitesse de sa translation se combine avec celle du mouvement tournant; toutes deux sont concordantes sur la rive droite, qui est le *bord dangereux*, elles sont contraires à gauche, où est le *bord maniable*. On comprend la possibilité de constater l'arrivée de ces phénomènes et d'avertir à temps les contrées qu'ils doivent traverser. C'est la seule prévision du temps qui soit aujourd'hui admissible.

Ce que nous venons de dire suffit pour montrer l'intérêt qui s'attache aux observations barométriques, en météorologie; mais nous laissons à cette science le soin de poursuivre et de décrire ces études avec plus de détail et nous revenons à l'usage que la physique fait du baromètre. Il n'est guère de phénomènes dans lesquels la pression atmosphérique n'intervienne ou comme cause déterminante ou comme influence perturbatrice, dès lors il est peu d'expériences où l'on puisse se passer de consulter le baromètre. Nous en verrons un exemple prochain dans l'étude de la loi de compressibilité des gaz; nous avons indiqué qu'il faudrait corriger toutes les pesées de la poussée de l'air qui est variable avec la pression; nous verrons

dans la suite que pour l'étude des dilatations des gaz, de l'ébullition des liquides, des propriétés des vapeurs et des densités, il sera nécessaire d'avoir l'indication barométrique; pour le moment, nous allons insister sur la manière dont on se sert du baromètre pour mesurer la différence d'élévation de deux lieux.

***FORMULE BAROMÉTRIQUE.** — La question que nous voulons traiter est celle-ci : Comment décroissent les pressions quand on s'élève dans l'atmosphère, et comment peut-on déduire de deux observations faites à des hauteurs différentes la différence des niveaux des deux stations?

Supposons pour un instant que les couches atmosphériques soient à une température constante t, que nous les divisions en tranches très-minces ayant une épaisseur commune égale à δx, que leur distance au centre de la terre soit exprimée par x, que la hauteur du baromètre à la distance x soit H, enfin que l'intensité de la pesanteur soit la même à toutes les altitudes. Dans la couche comprise entre les distances x et $x + \delta x$, la diminution de pression sera égale à δH, par conséquent, une étendue donnée de cette couche d'épaisseur δx aura le même poids qu'un cylindre de mercure de même base dont la hauteur est égale à δH; la densité de cette couche d'air, comparée à celle du mercure, sera donc égale à

$$-\frac{\delta H}{\delta x}.$$

D'un autre côté, la pression dans cette couche est égale à H, et la densité de l'air est proportionnelle à cette pression, d'après la loi de Mariotte, dont il sera question plus bas. Cette densité peut donc se représenter par CH, C étant une constante qu'il faudra déterminer; on aura, en égalant ces deux expressions de la densité de l'air,

$$-\frac{\delta H}{\delta x} = CH.$$

En passant à la limite, $\frac{\delta H}{\delta x}$ devient la dérivée de la relation qui exprime H en fonction de la distance x, et en repassant

de cette dérivée à la fonction primitive on obtient

$$H = H_0 e^{-Cx}.$$

Ce résultat montre que si les hauteurs x augmentent comme les termes d'une progression arithmétique, les pressions H décroissent en progression géométrique.

Considérons en particulier deux couches à des distances x et $x + X$ dont la différence de hauteur est X; appelons H et h les pressions correspondantes. Nous aurons, en prenant les logarithmes,

$$\log H = \log H_0 - Cx \log e,$$
$$\log h = \log H_0 - C(X + x) \log e;$$

en retranchant,

$$\log H - \log h = CX \log e;$$

enfin, en remplaçant $\frac{1}{\log e}$ par le module M des tables logarithmiques,

$$X = \frac{M}{C} \log \frac{H}{h}.$$

Il ne reste plus qu'à remplacer C par sa valeur, et la formule précédente permettra de trouver la différence de hauteur X quand on connaîtra les pressions H et h aux deux stations.

Nous avons représenté par CH la densité de l'air relativement au mercure, c'est-à-dire le rapport du poids de 1 centimètre cube d'air au poids $13^{gr},596$ d'un égal volume de mercure à zéro. Nous déterminerons dans la suite le poids d'un volume quelconque d'air; nous démontrerons qu'il varie avec la température t, avec la pression H, avec la force élastique F de la vapeur d'eau qu'il contient, et qu'il est proportionnel à l'intensité de la pesanteur au lieu où il est placé. En réunissant tous ces éléments de variation, nous trouverons que 1 centimètre cube d'air atmosphérique pèse, au niveau de la mer,

$$0^{gr},0012927 3.(1 - 0,002552 \cos 2\lambda) \frac{H - \frac{3}{8}F}{(1 + at)0^{m},76},$$

formule dans laquelle λ représente la latitude du lieu, et a le coefficient de dilatation de l'air. En divisant cette expression par 13,596, nous aurons la densité CH de l'air par rapport au mercure, et par suite la valeur C. En substituant cette valeur dans l'équation qui précède, nous trouverons

$$X = \frac{M.13,596.0^m,76}{0,001293 73}(1 + 0.002552 \cos 2\lambda) \frac{1 + at}{1 - \frac{3}{8}\frac{F}{H}} \log \frac{H}{h}$$

$$= 18405^m (1 + 0,002552 \cos 2\lambda) \frac{1 + at}{1 - \frac{3}{8}\frac{F}{H}} \log \frac{H}{h}.$$

Telle serait la formule barométrique si les conditions que nous avons supposées se réalisaient, c'est-à-dire si l'air avait entre les deux stations une même température t, s'il contenait la même proportion de vapeur, et aussi si l'intensité de la pesanteur n'éprouvait aucune variation entre les deux points où l'on observe. En fait, aucune de ces circonstances ne se réalise, et la formule que nous venons d'écrire devra se modifier. Heureusement toutes les corrections qu'il faudra lui faire subir seront très-petites; nous allons indiquer la marche des calculs qui restent à faire.

1° La tension F de la vapeur n'est pas la même aux deux stations, et l'on ignore la loi suivant laquelle elle varie de l'une à l'autre. Mais comme F est très-petit, on peut sans erreur sensible négliger son influence et prendre le dénominateur $1 - \frac{3}{8}\frac{F}{H}$ comme égal à l'unité.

2° La température n'étant pas la même aux deux stations, on remplace t par la moyenne $\frac{T + t}{2}$ des températures observées.

3° Le coefficient a est égal à 0,00366 ou approximativement à $\frac{4}{1000}$; dès lors le terme $1 + at$ deviendra $1 + \frac{2(T + t)}{1000}$.

4° Il faut encore tenir compte de la variation de l'intensité de la pesanteur à mesure que l'on monte dans l'atmosphère. On connaît la loi de son décroissement, on peut donc en calculer l'effet, et l'on reconnaît qu'il se réduit à multiplier par un fac-

teur très-peu différent de l'unité le coefficient numérique de la formule.

En résumé, il ne reste plus qu'à savoir la valeur exacte de ce coefficient, et l'on voit que pour l'obtenir il faut connaître séparément beaucoup d'éléments qu'il est difficile de mesurer. Quand Laplace publia sa formule, on ne connaissait avec exactitude ni le poids de l'air, ni celui du mercure. Il était dès lors plus simple d'accepter comme vraie la forme de la fonction précédente, et de calculer le coefficient d'après l'ensemble de quelques observations barométriques faites à des hauteurs connues. Cette méthode donna 18393 mètres; ce nombre diffère peu de 18405, qui a été adopté depuis et que nous admettrons : la formule barométrique définitive sera

$$X = 18405^{m}(1 + 0{,}002552 \cos 2\lambda)\left[1 + \frac{2(T+t)}{1000}\right] \log \frac{H}{h}.$$

Pour faire avec succès une mesure de hauteurs par ce procédé, il faudra choisir un temps calme, afin d'être assuré que l'atmosphère est aussi près que possible de son équilibre, et faire simultanément deux observations au sommet et au pied de la montagne qu'on veut mesurer. Après avoir ramené les hauteurs H et h à ce qu'elles seraient si le mercure du baromètre était à zéro, on calculera X; ces sortes de mesures sont exactes à quelques mètres près.

Quand on connaît la hauteur X d'un lieu au-dessus du niveau de la mer, et que l'on a mesuré la hauteur barométrique h, on peut se servir de la formule précédente pour calculer H, c'est-à-dire pour réduire la pression à ce qu'elle serait au niveau de la mer.

SEIZIÈME LEÇON.

DE LA LOI DE MARIOTTE.

Énoncé de la loi. — Expériences de Mariotte. — Expériences de M. Despretz, de M. Pouillet. — Travail de Dulong et Arago. — Recherches de M. Regnault.

Nous avons annoncé précédemment que les gaz possèdent une compressibilité considérable qui les distingue des liquides; nous allons aujourd'hui chercher expérimentalement suivant quelles lois elle se produit. Mariotte et Boyle ont étudié séparément cette question, et, après des expériences tout à fait pareilles, ils ont été conduits, chacun de leur côté, à les résumer par une même loi qui porte en France le nom de *Mariotte* et en Angleterre celui de *Boyle*. Nous allons commencer par l'énoncer.

« Quand une même masse de gaz à une température constante est soumise à des pressions différentes P, P′, elle prend des volumes V, V′, qui sont en raison inverse des pressions, » ce qui se résume par la formule

$$\frac{V}{V'} = \frac{P'}{P}.$$

Cette relation pouvant se mettre sous la forme $VP = V'P'$, on remarque que « le produit du volume d'une masse de gaz par la pression qu'elle supporte est constant, » c'est un deuxième énoncé de la loi.

Si l'on se rappelle que les densités des corps sont en raison inverse des volumes occupés par des poids égaux, on a

$$\frac{V}{V'} = \frac{d'}{d}, \quad \frac{P'}{P} = \frac{d'}{d},$$

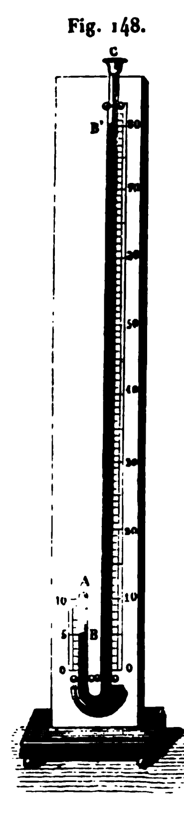
ce qui permet d'énoncer d'une troisième manière la loi qui

nous occupe : « Les densités des gaz sont proportio aux pressions qu'ils éprouvent. »

Étudions maintenant les expériences qui ont été fai ce sujet.

EXPÉRIENCES DE MARIOTTE. — Voici d'abord les expé telles que les faisait Mariotte et telles qu'on les reprod bituellement dans les cours de ph On prend un long tube de verre f une planche verticale destinée à le s (*fig.* 148). Il est ouvert à sa partie rieure C, il se recourbe par le ba termine par une branche verticale en A. On commence par y verser u tite quantité de mercure qui se lo dessous de OO et qui isole de l'atm l'air contenu dans la branche ferm Dans cet état initial le volume se par une graduation faite à l'avance tube AO, et la pression est celle de sphère qui se transmet par le merc verse ensuite de nouvelles quant mercure par l'entonnoir C. Quand l rence des niveaux dans les deux b est devenue égale à la hauteur bar que, le gaz éprouve une pression égale à 2 atmosphères, et l'on re qu'il occupe un volume moitié moin En continuant d'ajouter du mercu qu'à produire des différences de égales à 2, 3, 4,... fois la hauteur du mètre, c'est-à-dire des pressions éga 4, 5,... atmosphères, on trouve volumes successifs du gaz sont $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ du volume sous la pression de l'atmosphère : ces expériences étal grossièrement la loi que nous avons énoncée.

Fig. 148.



Après avoir soumis l'air à des pressions progressi croissantes, il faut justifier la loi quand ces pressions,

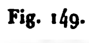
d'augmenter, deviennent de plus en plus faibles. A cet effet, on choisit un tube de cristal semblable à ceux des baromètres; on le ferme à l'un des bouts et l'on trace sur toute sa longueur une division en millimètres; puis on le jauge avec soin en versant successivement dans l'intérieur des poids égaux de mercure. La première quantité introduite affleure à la division n, la deuxième à n', la troisième à n''; on note ces nombres, et on conclut que les capacités intérieures, correspondant à n, $n+n'$, $n+n'+n''$... divisions, varient comme les nombres 1, 2, 3,.... On peut ensuite, en traçant graphiquement une courbe continue dont les abscisses expriment les divisions du tube et dont les ordonnées représentent les capacités mesurées, savoir quel est le volume compris entre l'extrémité fermée et chacune des divisions marquées à l'avance sur le verre. Quand cette opération préliminaire est terminée, il faut remplir le tube avec du mercure, comme si l'on voulait en faire un baromètre, le renverser en AB dans une cuvette B qui est prolongée inférieurement par un long tube C (*fig.* 149), et y introduire ensuite, au moyen d'un tube abducteur, le gaz desséché sur lequel on veut expérimenter.

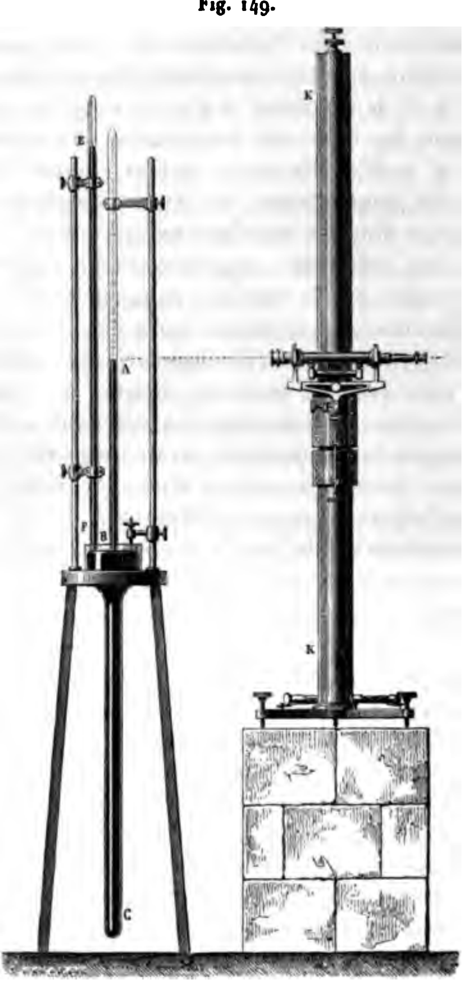
Avant l'introduction du gaz, le mercure se soutient dans le tube à la hauteur barométrique; après cette introduction, il s'abaisse jusqu'en A d'une quantité qui mesure la pression P, et le volume du gaz est donné par la division vis-à-vis laquelle s'arrête le niveau A. On peut commencer par abaisser le tube jusqu'à mettre le mercure au même niveau à l'extérieur et à l'intérieur, puis le relever ensuite peu à peu et mesurer à chaque fois le volume V et la pression P. Le produit de ces deux quantités devra rester constant.

Pour mesurer exactement la dépression du mercure, on place dans la même cuvette un baromètre immobile EF; au moyen d'un cathétomètre KK disposé en face de l'appareil, on vise les sommets du mercure dans les deux tubes et l'on prend la différence de leurs hauteurs : cette différence exprime la pression du gaz confiné.

Nous venons de dire comment on doit exécuter ces expériences, quand on veut les rendre précises; malheureusement, quand Mariotte les a faites, il n'a pris aucune des précautions que nous avons indiquées; il n'a pas tenu compte de l'inégalité

probable du calibrage des tubes qu'il supposait cylindriqu
ni des variations de la température qui changeait d'un mom


Fig. 149.



à l'autre, et il a mesuré les hauteurs des niveaux par les pr
cédés imparfaits que l'on connaissait de son temps ; de plus,
s'est contenté de faire varier les pressions entre des limit
peu étendues. On a bientôt senti la nécessité de reculer c

limites et de ne négliger dans un sujet de cette importance aucun des soins minutieux qu'il exige; nous allons parcourir les travaux des physiciens sur cette matière.

HISTORIQUE. — Les premiers, par ordre de date, sont nécessairement les plus imparfaits, aussi y voyons-nous des contradictions qui prouvent leur peu d'exactitude. Pendant que Boyle et Musschenbroek trouvent que la compressibilité diminue avec la pression, Sulzer annonce qu'elle augmente et qu'à 7 atmosphères la densité de l'air devient égale à 8. Robison, ayant opéré sur l'air sec, humide ou camphré, crut reconnaître une compressibilité plus grande encore; ces divers résultats ne méritent point que nous nous y arrêtions.

En 1826, OErsted et Swendsen reprirent la question avec plus de soin. Jusqu'à 8 atmosphères, ils suivirent la même méthode que Mariotte et admirent l'exactitude de la loi, bien que les nombres qu'ils ont obtenus s'accordent pour indiquer une compressibilité plus grande; mais ils attribuèrent les différences aux erreurs de l'observation. Ils voulurent ensuite étendre les recherches à des pressions plus considérables, et, pour y parvenir, ils employèrent un procédé qui était loin d'offrir les mêmes garanties d'exactitude. Ils comprimaient de l'air dans un canon de fusil, mesuraient sa pression par l'effort qu'il exerçait sur une soupape chargée et sa densité par l'augmentation du poids que le tube recevait après l'introduction du gaz. Ces nouvelles expériences furent continuées jusqu'à 68 atmosphères et se trouvèrent en concordance suffisante avec la formule de Mariotte; elles étaient assez exactes pour montrer que la loi s'étend approximativement jusqu'à des pressions fort élevées, mais elles n'avaient pas le degré de précision voulu pour constater les petites perturbations, s'il y en a.

EXPÉRIENCES DE M. DESPRETZ. — Les choses en étaient là, et la loi de Mariotte était admise par tout le monde, quand M. Despretz envisagea la question à un point de vue tout à fait nouveau et beaucoup plus général. Sans avoir l'intention de vérifier ou d'infirmer la loi, il voulut savoir si tous les gaz obéissent à une règle commune, ou bien s'ils possèdent des compressi-

bilités différentes quand ils sont soumis à des pressions égales. Ses expériences étaient disposées de manière à comparer les diminutions de volumes de plusieurs gaz placés à la fois dans des conditions identiques.

Il plongeait (*fig.* 150) dans une cuvette commune pleine de mercure des tubes cylindriques de même hauteur; il y introduisait, jusqu'à un même niveau, les gaz qu'il voulait étudier et il enfermait l'appareil ainsi préparé dans un vase en verre résistant E (*fig.* 58) qui était plein d'eau et qui se fermait par un piston à vis, comme celui qui nous a servi précédemment dans la mesure des compressibilités des liquides. En augmentant progressivement la pression, M. Despretz vit le niveau du mercure monter dans chaque tube, mais y monter inégalement. L'acide carbonique, l'hydrogène sulfuré, l'ammoniaque et le cyanogène se comprimaient plus que l'air. L'hydrogène éprouva un effet opposé; il se conduisit comme l'air jusqu'à 15 atmosphères, mais à des pressions plus élevées, il conserva un volume plus grand et conséquemment il se comprimait moins.

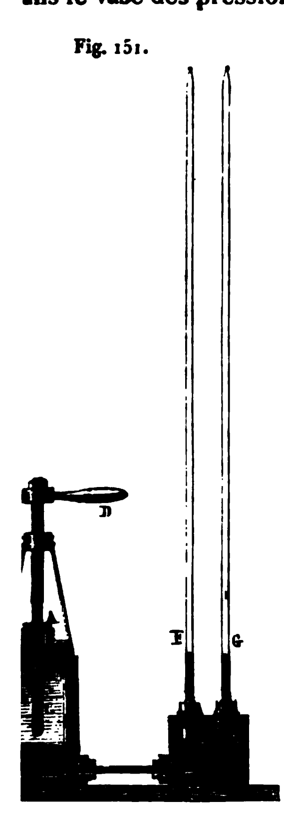
Fig. 150.

Ces expériences, où les erreurs sont à peu près impossibles, puisqu'elles prennent les gaz dans des conditions identiques pour ne montrer que la différence des effets qu'ils éprouvent, établissaient, avec autant de simplicité que d'évidence, que chaque gaz possède une loi spéciale de compressibilité, et que la formule énoncée par Mariotte n'est pas générale. Du moment qu'elle n'était pas réalisée par tous les fluides élastiques, on put avoir des doutes fondés sur son exactitude en ce qui concerne l'air, puisque ce gaz eût été seul doué de cette propriété remarquable : en tous cas, elle perdait beaucoup de son importance théorique, puisqu'elle n'eût été qu'une exception.

EXPÉRIENCES DE M. POUILLET. -- Depuis cette époque, M. Pouillet a rendu ces épreuves différentielles plus faciles en construisant un appareil qui permet de les continuer jusqu'à des pressions énormes. Il fit faire un vase cylindrique en fonte C (*fig.* 151), ouvert à son sommet par une tubulure A qui est alésée, garnie de cuir, et dans laquelle peut s'enfoncer à frot-

un piston plein AC qui la bouche hermétiquement. La ce piston est taraudée; elle prend son point d'appui n écrou B qui est fixe, et se termine par une poignée ıtale DD qui sert à la mettre en mouvement. Quand on ne, on fait enfoncer ou relever le piston, et l'on déterans le vase des pressions plus ou moins grandes. Le réservoir A est réuni par sa base avec une pièce de fonte E qui est creuse et dans laquelle sont mastiqués et serrés par des écrous deux tubes de cristal F et G gradués avec soin, effilés par le haut et ouverts dans l'air.

Fig. 151.



Quand on veut employer l'appareil, on y verse du mercure, on achève de le remplir avec de l'huile, on y engage le piston que l'on fait descendre, et le mercure s'élève peu à peu jusqu'au sommet des deux tubes. A ce moment, on met l'un d'eux en rapport avec une cloche pleine du gaz que l'on veut essayer, pendant que l'autre reste ouvert dans l'atmosphère par l'intermédiaire d'un tube à dessiccation. Il suffit ensuite de relever un peu le piston pour faire descendre lentement le mercure dans les tubes, et les emplir celui-ci d'air sec, celui-là du ıe la cloche contenait, tous deux à la pression de sphère. On les ferme avec un coup de chalumeau et ience est préparée. En abaissant ensuite le piston, on omprimer les deux gaz jusqu'à 100 atmosphères; on ıit même aller plus loin sans la crainte de voir les tubes ırer du réservoir ou se briser en éclats. Les expés de M. Pouillet ont confirmé ce que M. Despretz nous

avait appris, c'est-à-dire l'inégale compressibilité des divers gaz.

EXPÉRIENCES DE DULONG ET ARAGO. — Il ne fallait donc plus songer à voir dans la formule de Mariotte l'expression générale de la compressibilité des gaz; tout au plus pouvait-on croire qu'elle s'applique à l'air, et il devenait nécessaire de soumettre ce corps à une étude plus attentive, puisque c'est à lui que l'on a, jusqu'à présent, comparé tous les autres gaz. L'occasion de cette étude se présenta bientôt.

Dulong et Arago, ayant été chargés de mesurer les forces élastiques de la vapeur d'eau à des températures élevées, furent amenés à étudier préalablement la loi de Mariotte; ils le firent avec des appareils qui dépassaient en étendue et aussi en précision ceux que les physiciens avaient jusqu'alors construits. Nous devons les décrire avec quelque détail, quand ce ne serait que pour les opposer aux instruments plus grossiers de Mariotte et pour montrer tout le chemin que Dulong et Arago avaient fait faire à l'art de l'expérimentation. Ils ne changèrent rien à la méthode de Mariotte : l'air était encore contenu dans une branche verticale fermée et recevait toujours la pression d'une longue colonne de mercure soutenue dans une série de tubes ouverts par le haut; mais s'il ne différait pas en principe, l'appareil, comme on va le voir, avait été remarquablement perfectionné.

On installa les instruments dans une vieille tour carrée qui existe encore au milieu des bâtiments du lycée Corneille. Trois voûtes percées à leur centre en divisent la hauteur en parties à peu près égales. On dressa, dans cet espace central, un arbre de sapin (RR, *Pl. I, fig.* 1) formé de madriers solidement assemblés et rattachés par des liens de fer aux voûtes et à l'ancienne charpente de l'édifice. C'est contre cet arbre que furent établis verticalement treize tubes de cristal de 2 mètres. Ils étaient réunis entre eux (*Pl. I, fig.* 5) par des viroles de fer que serrait un écrou, et on les empêchait de ballotter en les faisant passer dans des fourchettes fixées A qui les tenaient étroitement embrassés. Ils étaient en outre soutenus par des cordes BDC (*Pl. I, fig.* 1) passant sur des poulies D, et tendues au moyen de seaux C chargés de grenaille de plomb. Par cette

ingénieuse disposition, chaque tube avait été séparément équilibré, et la colonne tout entière, soutenue par treize systèmes de contre-poids, était parfaitement libre, malgré sa longueur de 26 mètres. Il suffisait de la soulever légèrement par le bas pour la voir s'élever tout entière. Elle pouvait conséquemment se dilater ou se raccourcir quand la température variait, sans que l'on eût à craindre des flexions qui l'auraient courbée ou des ruptures qui auraient pu survenir si les tubes avaient pesé l'un sur l'autre. Telle était la colonne qui devait contenir le mercure et par où devait s'exercer la pression; décrivons maintenant le tube manométrique *pq* (*Pl. I, fig.* 1) où l'air sera comprimé.

On avait choisi, pour le former, un tube de cristal bien régulier fermé par un bout et qui avait près de 2 mètres de longueur; car plus la colonne d'air sera grande, mieux on appréciera ses variations de volume. Pour le graduer, il aurait été utile de tracer des divisions sur sa surface; mais on y renonça, craignant de diminuer sa solidité. On se contenta de l'appliquer contre une règle de cuivre divisée NN, munie d'un vernier K; et pour être sûr qu'elle ne se déplaçait pas, on colla aux deux extrémités du tube des bandes minces d'étain qui devaient servir de repères : le tube fut ensuite jaugé avec du mercure, comme nous l'avons expliqué en détail page 269.

Il fallait, pour compléter l'appareil, placer verticalement le manomètre *pq* à côté de la longue colonne de tubes AG et réunir ces deux parties par un canal de communication; mais on ne pouvait songer à se contenter de la disposition qui suffisait à Mariotte et à verser par les tubes ouverts, d'une hauteur de 26 mètres, le mercure qui devait comprimer l'air. Voici ce à quoi Dulong et Arago se sont arrêtés. Ils ont scellé sur le sol de l'édifice, en face du mât, un réservoir de fonte épaisse (*Pl. I, fig.* 1); il se composait d'un cylindre central E et de deux tubes latéraux opposés qui se recourbaient verticalement et se terminaient par deux tubulures F et G. Le manomètre était engagé dans l'une d'elles F; les tubes plongeaient dans l'autre G, et ils y étaient scellés et mastiqués avec toute la solidité que l'on put obtenir. C'est cet appareil qui établissait la communication, et il avait encore un autre but : c'était par son intermédiaire que l'on faisait varier les pressions, comme nous allons

étant exacte : c'est ainsi qu'ont raisonné et conclu Dulong et Arago. Ils étaient d'autant plus portés à le faire, que les savants de cette époque croyaient à une prétendue simplicité des lois de la nature et supposaient que les phénomènes obéissent à des règles générales pouvant toujours être exprimées par des expressions mathématiques peu complexes. Cette opinion préconçue, qu'ils justifiaient par des exemples, leur avait fait prendre l'habitude de considérer une loi physique comme *démontrée* aussitôt que l'on avait exécuté quelques mesures qui ne s'en écartaient pas trop, et de mettre invariablement sur le compte des erreurs de l'observation les différences qu'ils observaient : c'est sous l'influence de cette opinion et de cette habitude que Dulong et Arago ont conclu.

Cette manière de raisonner pèche par la base. Il n'y a aucune raison pour croire que la formule de Mariotte soit exacte; au contraire, il y a de grandes probabilités pour penser que n'étant point réalisée par tous les gaz indistinctement, elle ne l'est rigoureusement par aucun d'eux en particulier; et cela est d'autant plus probable pour l'air que, si l'on y regarde de plus près, on voit que tous les volumes observés sont plus petits que les nombres calculés par la loi, et que la compressibilité vraie paraît plus grande que la compressibilité théorique. Conséquemment les différences trouvées doivent tenir à la fois et aux erreurs des mesures et à l'inexactitude probable ou au moins possible de la formule, sans que l'on puisse démêler les influences de ces erreurs et de cette inexactitude. La loi n'est donc pas *démontrée*, et l'on va bien le voir tout à l'heure.

Le travail de Dulong et Arago fit époque, car il réalisait de nombreux progrès sur ceux qui l'avaient précédé; il ne devait cependant pas rester le dernier mot de la science, et la précision, toute remarquable qu'elle soit, qui a rendu les expériences de Dulong si célèbres, ne devait pas être la limite à laquelle on dût s'arrêter. M. Regnault a recommencé ces études; nous allons exposer ses recherches, et l'intérêt que nous avons trouvé à suivre le développement de l'art expérimental dans le travail précédent va se continuer quand nous verrons se perfectionner encore les méthodes et les instruments de mesure.

EXPÉRIENCES DE M. REGNAULT. — L'appareil que M. Regnault fit construire (*Pl. I, fig.* 2) fut installé dans une tour que Savart avait autrefois fait construire au collége de France; il avait la plus grande ressemblance avec celui de Dulong et Arago. Nous nous attacherons surtout à signaler les différences qui existent entre les deux instruments et à montrer l'importance des modifications qui ont été introduites dans le dernier.

Le réservoir à mercure reposait sur une base maçonnée à une petite distance du sol et contre le mur; il se composait encore d'un cylindre de fonte E surmonté d'une pompe foulante à eau P qui aspirait l'eau dans un vase extérieur V et qui la laissait échapper par un tube à robinet quand on voulait diminuer la pression. Il n'y avait à la base qu'un seul conduit latéral FG, qui était muni de deux tubulures F et G, dans lesquelles on engageait le manomètre et la série des tubes ouverts. On y avait ajouté un gros robinet H, qui pouvait ouvrir et fermer la communication entre les tubes manométriques et le réservoir; ce robinet était indispensable. En effet, quand on a comprimé l'eau dans le réservoir et obtenu la pression sous laquelle on veut observer, il est difficile de la maintenir constante, parce que le liquide tend sans cesse à s'échapper entre les parois de la pompe et le piston. Par suite, les niveaux des deux colonnes de mercure s'abaissent graduellement et la mesure ne peut se faire exactement; mais en fermant le robinet H, on sépare du réservoir le manomètre et les tubes, et les fuites de la pompe n'ont plus aucune action sur l'appareil. C'était là une première modification qui avait son utilité.

En face de ce réservoir et au-dessus de lui s'élevait verticalement une épaisse planche de sapin, reliée solidement au mur; elle était destinée à supporter les tubes de cristal superposés. Pour réunir ceux-ci l'un à l'autre, M. Regnault a imaginé un système de raccord extrêmement simple, qui fut ensuite appliqué à beaucoup d'autres appareils et qui mérite d'être décrit ici, à cause de son emploi général; c'est le collier à gorge (*Pl. I, fig.* 3). Les deux extrémités de deux tubes que l'on veut réunir sont mastiquées dans deux viroles de fer AA, A'A', coniques extérieurement, terminées par deux bases horizontales planes qui se regardent et sont séparées par une rondelle

annulaire de cuir graissé : il suffira, pour fermer la jonction des deux tubes, de presser ces deux viroles l'une contre l'autre. On y parvient en les embrassant l'une et l'autre dans un collier MM creusé intérieurement d'une gorge évidée, dont les bords supérieur et inférieur appuient sur les surfaces coniques des deux viroles. Ce collier, représenté en coupe et en perspective (*Pl. I, fig.* 3), est formé de deux parties articulées en C et qui se rapprochent ou s'éloignent par l'effet d'une vis DE; quand on serre cette vis, les bords de la gorge pressent les deux cônes opposés des viroles qui se rapprochent et ferment l'intervalle qui les sépare. Ce système permet de monter ou de démonter promptement tout l'appareil.

Il fallait ensuite soutenir les tubes sur la planche de sapin. On se rappelle que Dulong et Arago avaient inventé dans ce but un système de contre-poids ingénieux; M. Regnault ne l'a pas employé. Il avait tout simplement fixé, sur la planche, des tasseaux de chêne contre lesquels il appuyait les tubes par des brides de cuivre minces, serrées par des vis à bois. En résumé, l'effet des deux dispositifs est le même; car ces brides suspendent isolément les tubes sans les empêcher de glisser verticalement et de s'élever ou de s'abaisser, si la température les dilate ou les contracte. Il n'y eut jamais de rupture, et, s'il se fit des flexions, le système employé pour mesurer les hauteurs était tel, qu'elles n'avaient point d'effet.

Nous arrivons à dire comment ces mesures des hauteurs étaient faites : sur ce point il y avait dans l'appareil de M. Regnault une grande supériorité. On avait tracé sur les tubes des repères très-fins, à des distances égales à $0^m,95$, numérotés 0, 1, 2,..., et au-dessous de chacun d'eux on avait scellé dans le mur, depuis la base jusqu'au sommet, des tenons BB, B'B',.... Des paliers en fer ABC (*Pl. I, fig.* 4) pouvaient être accrochés dans ces tenons. On plaçait l'un d'eux au-dessous du repère inférieur 0, on y déposait un cathétomètre, et l'on mesurait la distance verticale des deux traits 0 et 1. On transportait ensuite le palier au-dessous du repère 1 pour chercher de la même manière la différence des niveaux 1 et 2, et en continuant la même opération jusqu'au sommet de la tour, on relevait, une fois pour toutes, les hauteurs de tous les repères. Quand, dans une expérience, le sommet du mercure s'était arrêté à un point

fixe, on plaçait le palier au-dessous de lui, on mesurait la hauteur de ce point au-dessus du repère inférieur, et cette hauteur étant ensuite ajoutée à celle du repère lui-même, on obtenait la longueur verticale de toute la colonne mercurielle soulevée.

Malheureusement la hauteur totale de la tour n'était que de 9 mètres, et trois tubes suffisaient pour atteindre le sommet : comme ce n'était point assez dans les expériences que M. Regnault se proposait de faire, il continua la colonne de tubes le long d'un mât formé d'un madrier de sapin solide, qui était superposé à la tour, soutenu par des jambes de force sur la muraille et rattaché par des haubans opposés aux parties supérieures de l'édifice. La colonne des tubes fut ainsi prolongée jusqu'à 30 mètres; mais comme il n'était plus possible d'employer le même système de repères ni de mesurer les distances au cathétomètre, on avait à l'avance divisé chacun des tubes en millimètres, avec la machine à diviser, et les traits tracés au burin avaient été ensuite gravés à l'acide fluorhydrique. La régularité de la division avait été vérifiée au cathétomètre, et quand les tubes furent montés et réunis l'un à l'autre, on prit soin de mesurer la distance comprise entre les traits extrêmes des deux extrémités contiguës de chaque couple de tubes. Nous avons dû décrire en détail toute cette disposition, dans le seul but de montrer que la colonne de mercure sera toujours estimée avec une précision qui dépasse certainement un demi-millimètre, quelle que soit sa longueur. On sait dès lors quelle est l'étendue des erreurs que l'on pourra commettre, et cela sera d'un extrême importance quand on voudra tirer des conclusions après avoir fait les expériences.

Pour terminer ce qui nous reste à dire au sujet de cette longue suite de tubes, il faut faire remarquer qu'il était nécessaire de pouvoir se transporter aisément à toutes les hauteurs de l'édifice pour y installer le cathétomètre et y faire les observations. M. Regnault avait complété son appareil en faisant disposer en avant des tubes une espèce de chemin de fer vertical avec une crémaillère fixée aux rails; un siége qui glissait entre ces rails portait un pignon denté, engrené avec la crémaillère, et l'observateur assis sur ce siége, équilibré par un système de poulies et de contre-poids, pouvait, en manœuvrant une

manivelle qui était à sa portée, s'élever ou s'abaisser lui-même, se fixer au point où sa présence était nécessaire, placer et régler son cathétomètre, faire ses observations et les écrire sur un pupitre disposé auprès de lui : un siége semblable courait le long du mât, quand il était utile d'aller jusque-là.

Jusqu'à présent nous n'avons parlé ni du manomètre, ni de la manière de l'observer; c'est ici surtout que nous allons signaler une modification essentielle. La méthode de Mariotte, celle que Dulong et Arago ont suivie, offre un inconvénient très-grave sur lequel il faut insister. On apprécie le volume de l'air en mesurant sa longueur sur une règle divisée, avec une précision qui est toujours la même; l'erreur que l'on commet est donc indépendante du volume occupé par le gaz, qu'il soit grand ou petit. D'autre part, ce volume diminue progressivement quand les pressions s'élèvent; au commencement des expériences, il remplit une longueur de 2 mètres et à 30 atmosphères il est réduit à $\frac{1}{15}$ de mètre : il en résulte que l'erreur est une portion insensible du volume total quand il est considérable, mais qu'elle en devient une fraction de plus en plus grande quand il diminue de plus en plus. On voit que le procédé perd de sa sensibilité quand la pression augmente, et c'est justement à ce moment qu'il aurait fallu vérifier la loi de Mariotte avec plus de précision. La méthode était donc mauvaise : il fallait la changer.

Au lieu de fermer le manomètre en scellant son extrémité supérieure, M. Regnault y adapte un robinet C travaillé avec un soin extrême, et qui communique par un tube *ccc* avec un réservoir en cuivre I dans lequel on a comprimé d'avance, par l'intermédiaire du conduit JJJ et au moyen d'une pompe foulante à deux corps, le gaz que l'on veut étudier. La capacité intérieure du manomètre est divisée en deux parties sensiblement égales (*Pl. I, fig.* 2), l'une comprise entre le robinet C et un point de repère A placé au milieu du tube, et l'autre contenue entre le même point A et un second repère D. Quand on veut opérer, on ouvre le robinet C jusqu'à ce que le gaz qui arrive du réservoir ait fait descendre le mercure jusqu'au point D; alors on ferme C, et le gaz occupe un volume CD ou V, sous une pression initiale P, que l'on mesure. Ensuite on fait jouer la pompe foulante à eau P, et l'on augmente ainsi la pression

jusqu'au moment où le niveau du mercure affleure en A; alors le volume est réduit à la moitié CA ou V_1 de ce qu'il était primitivement, la pression a pris une autre valeur P_1, et l'on cherche si $P_0 V_0$ est égal ou non à $P_1 V_1$. Toutes les expériences se font de la même manière, quelle que soit la pression initiale P_0, et la réduction de volume étant toujours la même, la sensibilité des mesures reste invariable, quelles que soient les pressions.

On donna au manomètre une longueur de 3 mètres; il fut divisé en millimètres dans toute sa longueur; cette division, faite à l'acide fluorhydrique, ne pouvait diminuer sa solidité. Pour le jauger, on le fixa provisoirement par son extrémité D dans un robinet à trois voies, et après l'avoir rempli de mercure jusqu'en C, on laissa écouler ce liquide d'abord jusqu'en A, ensuite jusqu'en D, et le rapport des poids p_1 et p_0 du mercure recueilli fit connaître le rapport des volumes V_1 et V_0. Le tube fut ensuite établi à demeure dans la tubulure F du réservoir; il fut entouré d'un manchon de verre que l'on maintenait plein d'eau, et qui conservait une température constante; des thermomètres sensibles étaient placés dans le manchon à diverses hauteurs (*).

Tel fut dans tous ses détails l'appareil de M. Regnault; il réalisait deux perfectionnements essentiels : premièrement, il mesurait la pression à un demi-millimètre près; secondement, il remplaçait une méthode mauvaise par une autre qui assure à l'appareil une sensibilité indépendante de la pression. Pour résumer tous les détails auxquels nous avons été conduits et montrer avec quelle régularité se faisaient les expériences, nous allons en décrire une. Après avoir à l'avance comprimé dans le réservoir I le gaz bien desséché que l'on veut étudier, on l'introduit dans le manomètre en ouvrant le robinet C, jusqu'à faire affleurer le mercure en D. Pour arriver exactement à ce point, on utilise le gros robinet H. Cela fait, on ferme C et H : le volume est V_0, et l'on se prépare à mesurer la pression

(*) La *fig.* 2 de la *Planche I* représente l'appareil de M. Regnault, tel qu'il a été installé dans le laboratoire de l'École Polytechnique. On y voit, outre les parties qui ont été précédemment décrites, d'autres pièces qui se raccordent au réservoir I par le robinet L; celles-ci servent à d'autres expériences que nous ferons connaître dans la suite.

initiale P_0. L'observateur chargé de relever les hauteurs s'élève jusqu'au niveau du mercure, emmenant avec lui son cathétomètre; il le place sur le palier, le règle, et, après avoir visé le dernier repère, il note sa hauteur sur l'échelle du cathétomètre. Élevant ensuite la lunette jusqu'au niveau du mercure, il se prépare à observer. Tout étant ainsi disposé, chaque aide commence ses mesures à un signal donné par un coup de sonnette. L'un examine le baromètre, un autre mesure la température de l'eau du manchon et de l'atmosphère, et un troisième observe la position du mercure dans le manomètre. Pendant ce temps, l'observateur qui s'est élevé sur le siége lit la hauteur du sommet de la colonne soulevée, et toutes ces observations faites à la fois sont inscrites avec un même numéro d'ordre sur des cahiers séparés, pour être ensuite réunies et calculées. On passe ensuite à la deuxième phase de l'expérience. En ouvrant le robinet H et injectant de l'eau dans le réservoir, on réduit le volume de l'air jusqu'au repère A, ce qui fait monter le sommet du mercure dans la colonne libre; après quoi on ferme le robinet H et l'on recommence de la même manière les mêmes observations que dans la phase primitive.

Les mesures faites et enregistrées, tout n'était point dit encore, car il y a des causes d'erreur. La plupart d'entre elles pouvaient être négligées par Dulong et Arago, parce qu'elles étaient plus petites que l'erreur probable de leurs mesures; mais à cause de l'extrême précision de la nouvelle méthode, elles cessaient d'être négligeables : nous allons les calculer et les corriger.

CORRECTIONS. — 1° Dans toutes les expériences, il fallait ajouter à la pression de la colonne mercurielle celle que l'atmosphère exerce à son sommet : or la pression atmosphérique diminue quand on s'élève; il fallait donc ajouter non pas la hauteur barométrique h observée sur le sol du laboratoire, mais la hauteur h' que l'on eût trouvée en plaçant la cuvette de l'instrument au niveau du sommet du mercure. On calculait h' par la formule connue

$$Z_1 - Z_0 = 18393 \log \frac{h}{h'}.$$

$Z_1 - Z_0$ exprime la hauteur du sommet mercuriel dans les tubes au-dessus du point zéro du baromètre.

2° Une autre cause d'erreur résulte de la compressibilité du mercure. La colonne qui mesure les pressions n'est point homogène, car les parties supérieures en comprimant les couches inférieures augmentent leur densité, et il faut ramener la hauteur observée à celle qu'aurait une longueur de mercure dont la densité serait constante et égale à 13,596. On a fait le calcul et dressé une Table de correction pour toutes les hauteurs possibles.

3° La température agit sur le gaz renfermé dans le manomètre pour le dilater ou le contracter. Les corrections résultant de cette cause seraient pour ainsi dire impossibles, si les températures variaient beaucoup, car il faudrait connaître les coefficients de dilatation des gaz à toutes les pressions, et on ne les a pas encore déterminés : on sait seulement qu'ils sont variables. Mais heureusement l'eau qui entoure le manomètre maintient la température sensiblement constante, et les corrections qui restent à faire sont à peu près insensibles; elles peuvent, dans tous les cas, être calculées approximativement.

4° On trouve des variations plus grandes dans la température des colonnes extérieures de mercure; on les mesure avec soin dans toute la hauteur, et l'on ramène le mercure à sa densité prise à zéro.

5° Il fallait aussi corriger le volume du manomètre, qui change avec la pression; mais en mesurant la distance des deux repères extrêmes sous des pressions très-différentes, on n'a reconnu aucun allongement. On a admis que ces changements de capacité intérieure étaient négligeables.

RÉSULTATS. — Voici, dans le tableau suivant, quelques-uns des nombres trouvés par M. Regnault. La première colonne exprime la pression initiale P_0 à laquelle se trouvait le gaz à chaque expérience quand il occupait le volume tout entier V_0 du tube; on le réduisait ensuite à un volume moitié moindre V_1, et l'on mesurait la nouvelle pression P_1. Si la loi de Mariotte était vraie, V_0P_0 devrait être égal à V_1P_1, ou le rapport $\frac{V_0P_0}{V_1P_1}$ devrait être égal à l'unité; la valeur trouvée de ce rapport est

inscrite dans la deuxième colonne de chacun des tableaux suivants :

AIR.		AZOTE.		ACIDE CARBONIQUE.		HYDROGÈNE.	
P_0	$\frac{V_0 P_0}{V_1 P_1}$	P_0	$\frac{V_0 P_0}{V_1 P_1}$	P_0	$\frac{V_0 P_0}{V_1 P_1}$	P_0	$\frac{V_0 P_0}{V_1 P_1}$
mm 738,72	1,001414	mm 753,46	1,000988	mm 764,03	1,007597	mm «	«
2112,53	1,002765	4953,92	1,002952	3186,13	1,028698	2211,18	0,998584
4140,82	1,003253	8628,54	1,004768	4879,77	1,045625	5845,18	0,996121
9336,41	1,006366	10981,42	1,006456	9619,97	1,155865	9176,50	0,992933

Ces nombres nous apprennent que, dans les quatre gaz étudiés, le rapport $\frac{V_0 P_0}{V_1 P_1}$ est très-sensiblement égal à l'unité, et par suite que la loi de Mariotte, si elle n'est absolument vraie, est au moins une relation approximative très-voisine de la réalité et qui s'étend à toutes les pressions observées : c'est ce que nous savions déjà.

Avec plus d'attention, on reconnaît que les trois premiers gaz, l'air, l'azote et l'acide carbonique, se compriment de façon que $\frac{V_0 P_0}{V_1 P_1}$ est toujours plus grand que l'unité, ou, ce qui est la même chose, que V_1 est plus petit que la loi ne le suppose, et que la compressibilité réelle est plus grande que la compressibilité calculée. Ceci ce présentait déjà dans les résultats de Dulong et Arago; mais les nouvelles expériences nous apprennent en outre que le rapport $\frac{V_0 P_0}{V_1 P_1}$ va toujours en augmentant, à mesure que les pressions initiales croissent davantage, et conséquemment que les divergences entre l'observation et la loi de Mariotte s'aggravent à mesure que les gaz sont plus condensés.

Pour ne laisser aucun doute sur ce point, il faut montrer que les divergences trouvées dépassent les erreurs possibles de l'observation. En désignant généralement par α la valeur du rapport $\frac{V_0 P_0}{V_1 P_1}$ pour une valeur quelconque de P_0, et supposant

que V_1, soit exactement la moitié de V_0, on a

$$\frac{V_0 P_0}{V_1 P_1} = \frac{2.P_0}{P_1} = \alpha, \quad \text{d'où} \quad P_1 = \frac{2.P_0}{\alpha}.$$

Si la loi de Mariotte était parfaitement exacte, on devrait avoir

$$\frac{V_0 P_0}{V_1 P_1} = \frac{2.P_0}{P'_1} = 1, \quad \text{d'où} \quad P'_1 = 2P_0.$$

Par conséquent, la différence des pressions finales observées et calculées sera

$$P'_1 - P_1 = 2P_0\left(1 - \frac{1}{\alpha}\right).$$

Cette différence peut se calculer en remplaçant P_0 et α par les valeurs écrites dans le précédent tableau ; elle exprimera les différences entre les hauteurs des colonnes de mercure que l'on a observées et celles que l'on aurait obtenues si la loi était exacte. Voici les résultats de ce calcul pour l'air :

P_0	$P'_1 - P_1$
mm	mm
738,72	2,08
2112,53	11,65
4140,82	26.85
9336,41	118,16

Or ces différences sont évidemment plus fortes que les erreurs que l'on a pu commettre dans la mesure des hauteurs, et l'on doit définitivement conclure que la loi de Mariotte n'est pas vraie pour l'air; mais les divergences sont tellement petites, qu'il fallait toutes les précautions dont s'est entouré M. Regnault pour les accuser sûrement et les mesurer. Au point de vue théorique, ces perturbations ont une grande importance; sous le rapport pratique, elles en ont beaucoup moins : car, puisqu'il a été si difficile de les constater, il est sans intérêt d'en tenir compte dans les applications, et nous ne cesserons pas à l'avenir d'employer la loi de Mariotte dans nos calculs.

L'azote, l'acide carbonique et aussi l'oxygène se comportent comme l'air, c'est-à-dire que leur compressibilité est excessive

et qu'elle augmente avec la pression; elle est d'ailleurs diffé rente pour chacun d'eux, puisque les valeurs des α change avec leur nature. Quant à l'acide sulfureux, à l'ammoniaqu et au cyanogène, qui ont été déjà examinés par M. Despret ils se rangent dans la même catégorie, et ils se comprime encore davantage. Tous ces corps s'éloignent donc de la loi d Mariotte et forment une classe de fluides caractérisés par u compressibilité excessive et qui suit une loi de progressi croissant avec la pression.

Ces conclusions ne s'appliquent point à l'hydrogène. Dans cas particulier et unique que ce gaz réalise, le rapport $\frac{V_0P_0}{V_1P_1}$ s montre constamment plus petit que l'unité et diminue pr gressivement quand la pression augmente; cela veut dire q V_1 est toujours supérieur au volume calculé, que l'hydrogè s'écarte aussi de la loi de Mariotte, mais qu'il a une compre sibilité moindre et que cette compressibilité décroît à mesu que l'on presse davantage.

Pour résumer généralement ces résultats, on peut se repr senter un gaz fictif offrant une compressibilité normale exa tement conforme à la loi de Mariotte, et ce cas hypothétiqu étant admis comme limite, on trouve une première catégori de gaz comprenant l'azote, l'air, l'oxygène, l'acide carbo nique, etc., avec des compressibilités supérieures et crois santes; puis on trouve l'hydrogène formant à lui seul un classe spéciale caractérisée par une compressibilité moindr et décroissante. La loi de Mariotte est donc une loi limite, u cas particulier qui ne se réalise pas, et dont les divers corp gazeux s'approchent ou s'éloignent, soit en plus, soit en moins suivant leur nature, suivant les pressions initiales qu'ils pos sèdent, et probablement aussi suivant les autres circonstance dans lesquelles on les considère, notamment leur tempéra ture.

Aucun physicien n'a jusqu'à présent exécuté d'expérience spéciales pour reconnaître l'influence de la température su la compressibilité des gaz; mais à défaut de mesures suivie il existe des épreuves indirectes qui nous conduisent à de inductions probables. Dans un travail sur la densité des gaz, que nous étudierons dans la suite, M. Regnault fut conduit à

observer l'acide carbonique à la température de 100 degrés et à celle de zéro. Il savait que, dans ce dernier cas, l'acide carbonique ne suit pas la loi de Mariotte, et il reconnut qu'il s'y conforme à la température de 100 degrés. C'est là la seule donnée expérimentale directe que la science possède sur ce sujet; M. Regnault s'en est contenté et il l'a généralisée. Il a supposé que tous les gaz qui sont classés auprès de l'acide carbonique se comporteraient comme lui, c'est-à-dire que leur compressibilité diminuerait si on élevait leur température, et qu'elle augmenterait si on l'abaissait, de façon que les gaz de cette première classe s'approcheraient progressivement de la loi de Mariotte en se réchauffant, qu'arrivés à une température déterminée pour chacun d'eux et inégale de l'un à l'autre, ils auraient une compressibilité normale entre des limites de pression très-étendues, et que, devenant de moins en moins compressibles au delà de cette limite, ils s'écarteraient de nouveau de la loi de Mariotte, mais dans un sens inverse, pour se comporter comme l'hydrogène.

Ce dernier gaz offre donc à la température ordinaire les propriétés que l'acide carbonique n'acquiert que s'il est très-échauffé. Mais comme les lois de la nature sont générales, on est naturellement conduit à penser que si on venait à refroidir suffisamment l'hydrogène, il éprouverait en sens inverse les modifications que nous venons de constater dans l'acide carbonique. On le verrait alors se rapprocher de la loi normale, la suivre quand il aurait atteint une température donnée, puis, en se refroidissant davantage, acquérir une compressibilité plus grande, et se montrer identique aux gaz de la première classe.

Nous ne devons pas terminer ce sujet sans résumer quelques-unes des idées générales qui s'y trouvent développées. L'étude de la compressibilité des gaz a été abordée par un grand nombre de physiciens; elle a d'abord été faite à l'aide d'appareils grossiers, et une loi simple fut admise sans contestation comme étant une vérité mathématique. Plus tard, on reconnut qu'elle n'est pas générale, mais on la maintenait pour l'air. En dernier lieu, on a pu constater que l'air lui-même s'en écarte, et que tout en restant une vérité limite, la loi de Mariotte est altérée, dans tous les cas, par des perturbations que l'on ne

peut contester. Ce n'est pas le seul exemple où no
à faire de semblables restrictions; nous remarquero
que les lois physiques ne sont pas, comme on l'avai
bord, des relations mathématiquement réalisées, n
ment des vérités générales toujours plus ou moin
dans chaque cas particulier. Une autre remarque doi
encore à propos de ces travaux : l'art expérimental,
ressource des sciences physiques, fut d'abord grossi
développa peu à peu. Tant qu'il fut imparfait, on s
d'approximations que l'on interprétait d'après des opi
conçues, et l'on introduisit par là des idées fauss
physique. Quand les expériences eurent été perfecti
le progrès des instruments de mesure, il fallut rec
toutes les études déjà faites, afin de découvrir les e
mises et de corriger les généralisations trop hâtée
au prix de quels soins et de quels travaux nous arri
connaissances exactes sur les lois naturelles.

DIX-SEPTIÈME LEÇON.

DES LIMITES ET DES APPLICATIONS DE LA LOI DE MARIOTTE.

Limites de la loi. — Liquéfaction des gaz. — Procédés employés. — Expériences de Faraday. — Identité des gaz et des vapeurs. — Applications. — Manomètres à air comprimé. — Voluménomètre. — Manomètre de Kretz. — Lois du mélange des gaz et des vapeurs. — Dissolution des gaz dans les liquides.

LIQUÉFACTION DES GAZ. — Nous venons de constater que tous les gaz, à l'exception d'un seul, éprouvent au moment où on les comprime des diminutions de volume supérieures à celles que donnerait la loi de Mariotte; il nous faut maintenant suivre ce phénomène encore plus loin en augmentant les pressions encore davantage, et l'expérience nous montrera que la compressibilité s'exagère rapidement, mais non indéfiniment, jusqu'à une limite déterminée de pression à partir de laquelle les gaz cessent tout à coup d'exister et se transforment en liquides. Ce changement d'état se fera brusquement; mais il se prépare longtemps à l'avance par l'accroissement de compressibilité qui l'annonce. S'il en est ainsi, on prévoit que l'hydrogène ne se liquéfiera pas, que l'oxygène et l'azote ne changeront d'état qu'à des pressions énormes, mais que l'acide carbonique, l'acide sulfureux et tous les autres gaz très-compressibles atteindront l'état liquide avec une facilité d'autant plus grande qu'ils s'éloignent plus de la loi de Mariotte, c'est-à-dire qu'ils sont à des températures plus basses. Ces prévisions vont, en effet, se justifier; mais avant d'en venir aux résultats, il convient de passer en revue les procédés qui y conduisent.

PROCÉDÉS EMPLOYÉS. — On réussit à liquéfier les gaz les plus compressibles en abaissant leur température sans augmenter leur pression; c'est ce qui se voit avec les acides sulfureux et

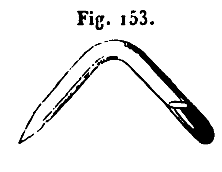
hypoazotique, avec le cyanogène et même avec l'ammoniaqu On fait l'expérience en dirigeant le gaz à travers un tube en (*fig.* 152) prolongé inférieuremen par un ballon, et en entourant l'ap pareil d'un mélange réfrigérant. A bout d'un temps suffisant, on sé pare le ballon pour fermer son ex trémité à la lampe, et le liquide qu s'est formé pendant le refroidisse ment peut se conserver ensuite à l température ordinaire, si le verr où il est enfermé est assez épai pour résister à la pression du ga qui tend à se reproduire.

Fig. 152.



Le plus souvent, c'est en aug mentant la pression que l'on pro duit la liquéfaction du gaz; et il y a un moyen général de le faire sans recourir à l'emploi de procédés mécaniques. Ce moyen consiste à enfermer dans des vases très-résistants les produits chimiques qui dégagent par leur réaction le gaz que l'on doit étudier. Forcé de s'accumuler dans un espace restreint, ce gaz y acquiert une énorme tension, et il doit arriver nécessairement : ou que le vase éclate, c'est un danger auquel on n'a pas toujours pu se soustraire; ou que l'action chimique s'arrête, ce qui se voit quelquefois; ou enfin que la liquéfaction ait lieu, ce qui est le cas le plus ordinaire. Je citerai comme exemple de ce procédé la liquéfaction de l'ammoniaque que Faraday obtint de la manière suivante. Après avoir remarqué que le chlorure d'argent possède la propriété d'absorber une quantité considérable d'ammoniaque à la température ordinaire et de la dégager quand il est chauffé, Faraday prit un siphon de verre épais (*fig.* 153), fermé à un bout, ouvert et effilé à l'autre, et dont la branche fermée était remplie de ce chlorure. Il y fit arriver de l'ammoniaque qui s'y condensa, puis il scella à la lampe l'extrémité restée ouverte et il la plongea dans un mélange réfrigérant, en même temps qu'il échauf-

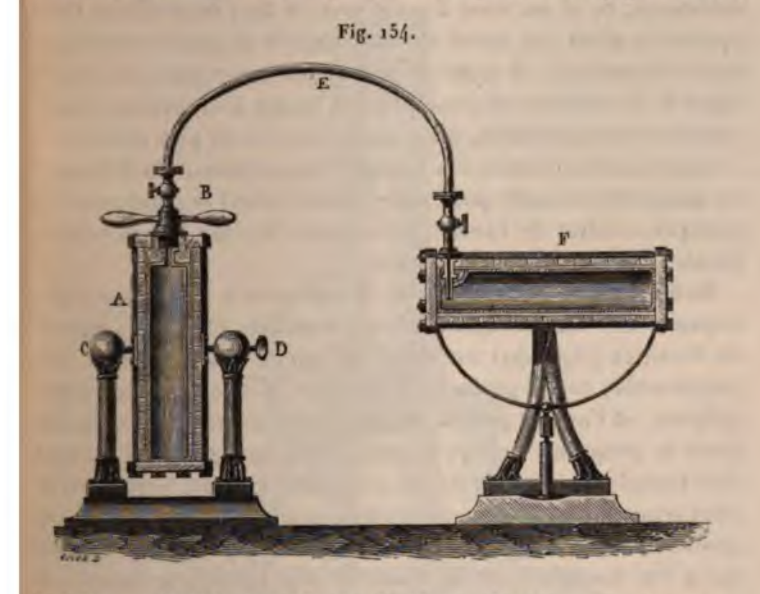
Fig. 153.



fait le chlorure. L'ammoniaque se dégagea et vint s'accumuler dans la partie refroidie, sous la forme d'un liquide transparent. En revenant ensuite à la température ordinaire, le chlorure absorbe le gaz de nouveau, et l'appareil préparé une fois pour toutes sert à reproduire la même expérience toutes les fois qu'on veut la recommencer.

C'est le même procédé qui a été mis en usage par Thilorier pour liquéfier l'acide carbonique. L'appareil qu'il inventa se compose d'un cylindre à parois très-épaisses A (*fig.* 154). A

Fig. 154.



l'origine on le faisait en fonte de fer; mais comme on ne pouvait répondre de sa solidité, on le fabrique aujourd'hui en cuivre et on le relie extérieurement avec des barres et des anneaux de fer forgé. Les bases étant doublées de la même manière, on comprend que si l'enveloppe intérieure de cuivre venait à se crever, il ne s'y ferait qu'une fissure suffisante pour laisser échapper le gaz, qui sortirait sans explosion par les intervalles des barreaux de fer qui entourent l'appareil. Le couvercle supérieur est percé d'une ouverture qui se ferme par un bouchon à vis B et qui sert à introduire dans l'intérieur les substances destinées à produire le gaz; c'est d'abord du

bicarbonate de soude que l'on entasse dans le fond ; ensuite la quantité d'acide sulfurique nécessaire pour le décomposer, que l'on place dans un seau en laiton. Cela fait, on ferme le cylindre et, pour mêler l'acide au carbonate, on fait tourner plusieurs fois l'appareil autour d'un axe horizontal CD qui le supporte par le milieu. La réaction s'opère, et comme elle élève la température, on estime que l'acide carbonique atteint environ 80 atmosphères de pression dans l'enceinte où il se dégage; alors il se liquéfie, se mêle aux matières qui lui ont donné naissance, et si on veut l'avoir pur, il faut le distiller. Cette opération n'est pas aussi difficile qu'elle le paraît, car elle se fait d'elle-même : il suffit de réunir par un conduit de cuivre épais E le cylindre où s'est produit le gaz à un second vase F entièrement semblable, mais plein d'air et un peu refroidi; et comme l'action chimique a échauffé le générateur, la différence de température suffit pour faire distiller dans le condenseur la presque totalité de l'acide carbonique liquide : nous verrons bientôt comment on l'en extrait.

Enfin il est toujours possible de recourir à des pompes foulantes toutes les fois que l'on veut liquéfier un gaz. L'appareil de Pouillet (*fig.* 149) est celui qui paraît devoir être le plus convenable, car il permet, d'une part, d'atteindre 100 atmosphères, et l'on n'a jamais été plus loin, et de l'autre, de mesurer la pression, puisqu'il porte deux tubes, dont l'un peut être rempli d'air et servir de manomètre; mais comme il ne peut donner que des quantités fort petites de liquide, il faut, quand on veut en étudier les propriétés, employer l'appareil qui a été construit par M. Bianchi (*fig.* 155) pour liquéfier le protoxyde d'azote, et qui peut servir à tous les gaz. Il a pour organe essentiel une pompe foulante verticale E dont le piston, qui est fort petit, se meut par l'intermédiaire d'une bielle C glissant entre les directrices verticales D et recevant le mouvement d'une manivelle à volant A. Cette pompe puise le gaz bien desséché et bien pur dans des cloches où il est emmagasiné et le chasse dans le réservoir G. Celui-ci est formé d'une première enveloppe de cuivre mince, entouré d'une chemise en fer forgé et foré, capable de résister à toutes les pressions que l'on peut mécaniquement produire avec la pompe. Une soupape permet au gaz de s'y introduire et empêche le liquide

ortir; enfin une ouverture étroite, qui se ferme par la
sion d'un bouchon à vis que l'on voit au sommet, laisse

Fig. 155.



pper le liquide quand le réservoir est dévissé, retourné,
ıe l'on desserre la vis. Pour empêcher les réchauffements,
ntoure la pompe d'un manchon où coule un filet d'eau
réservoir d'un seau F qui contient de la glace. On arrive
nent à remplir le réservoir du liquide provenant de la
lensation du gaz.

›us verrons bientôt comment on a pu augmenter encore

l'énergie de ces moyens; mais les procédés que nous venons d'exposer suffisent déjà pour la plupart des gaz.

Les liquides que l'on obtient ainsi possèdent des propriétés fort curieuses; ils sont en général incolores et très-fluides; ils attaquent les mastics qui ferment les appareils, ne se mêlent pas à l'eau, mais se dissolvent très-bien dans l'alcool et l'éther. Thilorier a reconnu que l'acide carbonique liquide se dilate plus que les gaz quand on l'échauffe, propriété singulière sur laquelle nous reviendrons dans la suite. Le protoxyde d'azote garde la faculté qu'il possédait à l'état de gaz d'entretenir la combustion, et un morceau de charbon rouge que l'on projette à sa surface continue d'y brûler très-énergiquement en le décomposant. Mais ce sont surtout les propriétés physiques générales de ces corps que nous devons étudier.

Quand on les enferme dans des vases, ils ne s'y conservent qu'à la faveur d'une pression énergique, et c'est une portion de leur masse redevenue gazeuse qui comprime la partie restée liquide et qui la maintient à cet état. Aussitôt que l'on ouvre les vases, le gaz s'échappe très-bruyamment, et le liquide, ramené tout à coup à la pression atmosphérique, commence et continue à bouillir activement. Bientôt sa température baisse jusqu'à atteindre une limite fixe pour chacun d'eux et qui est, par exemple, égale à $-12°$ pour l'acide sulfureux et à $-88°$ pour le protoxyde d'azote. A partir de ce moment, la température ne change plus et l'ébullition se continue très-régulièrement. Ces phénomènes se conçoivent aisément, car ils sont identiques à ceux que nous offrent les liquides ordinaires quand on les place dans les mêmes conditions.

Si, par exemple, on enferme de l'eau dans la marmite de Papin et qu'on la chauffe progressivement jusqu'à 200°, elle forme peu à peu des vapeurs qui s'accumulent dans le vase, qui la compriment et la maintiennent à l'état liquide. Mais aussitôt que l'on ouvre la soupape, ces vapeurs s'échappent avec un grand bruit, et, à mesure qu'elles disparaissent, l'eau se met à bouillir pour en reproduire de nouvelles. En même temps la température s'abaisse, parce que toute vapeur qui se forme emporte avec elle une grande quantité de chaleur qui devient latente; aussi voit-on peu à peu l'ébullition se calmer et devenir régulière à la température fixe de 100°. Tout se

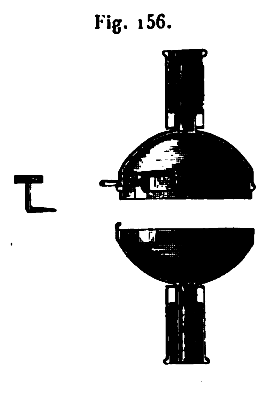
passe donc de la même façon avec l'eau et avec les liquides provenant des gaz condensés; il n'y a qu'une différence, c'est que le point d'ébullition de ces derniers est très-bas, tandis que celui de l'eau est élevé, et qu'à la température ordinaire ils sont dans le même cas qne l'eau quand elle est échauffée au-dessus de 100°. Et puisqu'il y a une identité si complète entre ces liquides, il y a évidemment une analogie frappante entre les produits gazeux qu'ils fournissent : l'eau donne de la vapeur; l'acide sulfureux, l'oxyde d'azote, etc. reproduisent les gaz par ébullition après avoir été liquéfiés; il n'y a aucune différence physique entre ces gaz et cette vapeur, ce sont des fluides absolument identiques, plus ou moins éloignés de la pression maximum qui les peut liquéfier.

Avant de continuer l'étude de ces analogies, nous devons faire connaître quelques expériences curieuses qui résultent de cette évaporation spontanée des gaz liquéfiés et du froid considérable qui en résulte. L'oxyde d'azote arrive, par exemple, à — 88°; à ce moment il est fort dangereux de tenir à la main les vases qui le contiennent, car ils refroidissent instantanément les organes, congèlent le sang, et produisent, en désorganisant les tissus, une sensation de cuisson tout à fait pareille à celle qui résulte d'une brûlure. Si l'on y verse de l'eau, elle se congèle aussitôt; le mercure lui-même y prend l'état solide, et affecte ensuite toutes les propriétés d'un métal malléable analogue au plomb. On a donc ainsi un moyen de déterminer des abaissements de température extrêmement considérables.

L'acide carbonique est plus remarquable encore : non-seulement il se refroidit, mais il se congèle de lui-même à la suite de ce refroidissement, et Thilorier a produit ce phénomène en grand. Après avoir distillé dans le condenseur de son appareil une grande quantité de liquide, il lui donne issue dans l'air au moyen d'un tube à robinet plongeant dans son intérieur. Une portion de ce liquide s'évapore, mais une autre se congèle sous forme de flocons blancs qui se projettent dans l'air et qu'on peut réunir; pour cela, on emploie une boîte sphérique en métal (*fig.* 156) dans laquelle on fait arriver le liquide par un tube tangentiel. Le jet se brise à l'entrée contre une lame métallique, les flocons tourbillonnent dans la boîte

où ils s'agglomèrent, et au bout de peu de temps l'intérieur est rempli d'une masse d'acide solidifié qui a la consistance et toute l'apparence de la neige.

Fig. 156.



Arrivé à cet état et maintenu dans des vases ouverts, l'acide carbonique, qui marque — 78°, tend à se réchauffer, mais il émet des vapeurs qui le refroidissent; et comme il est mauvais conducteur, ce réchauffement se fait lentement et l'évaporation n'est pas rapide, ce qui fait qu'on peut le conserver pendant très-longtemps sans qu'il diminue beaucoup de volume, tout en restant à 78° au-dessous de zéro. On conçoit dès lors que l'on puisse employer ce corps comme réfrigérant. Pour opérer dans de meilleures conditions encore, on le mêle avec de l'éther, ce qui forme une pâte analogue à la neige demi-fondue et qui se met en contact plus intime avec les substances que l'on plonge dans sa masse. Ce mélange est un des plus énergiques réfrigérants connus, il a la température de — 79°, il congèle instantanément le mercure.

Faraday a imaginé d'augmenter encore l'énergie de ce refroidissement, en plaçant le mélange précédent sous la cloche d'une machine pneumatique. Aussitôt qu'on diminue la pression extérieure, on active l'évaporation de l'acide, et conséquemment on abaisse encore la température. Voici le tableau des températures obtenues, en regard des pressions sous lesquelles on maintenait le mélange; on remarquera qu'il est possible d'arriver à — 110° : c'est le plus grand froid qu'on ait jamais produit.

Température.	Pression.	Température.	Pression.
— 77°	721^{mm}	— 95°	86^{mm}
— 80	493	— 99	61
— 85	239	—107	35
— 87	188	—110	30
— 91	137		

Maintenant que nous connaissons un mélange réfrigérant

ɩuissant, nous pouvons combiner avec succès les deux
lés qui nous ont permis de liquéfier les gaz, l'abaisse-
de la température et l'augmentation de la pression :
:e qu'a fait Faraday. Il comprimait le gaz au moyen d'un système de deux pompes foulantes : la première le puisait dans une cloche à la pression ordinaire, et le condensait jusqu'à 10 atmosphères environ; la deuxième, qui était plus petite, recevait le gaz de la première, l'amenait à 50 atmosphères et le faisait pénétrer par le tube ABC (*fig.* 157) dans un réservoir en verre CD, où la liquéfaction devait se produire. Le tube adducteur ABC pénétrait par une boîte à étoupes B dans la cloche de la machine pneumatique, où l'on pouvait l'élever et l'abaisser. On mesurait la pression par un manomètre divisé D, composé d'un simple tube de verre capillaire, rempli d'air, fermé à un bout et
é à l'autre par un index de mercure. Le mélange réfri-
était contenu dans un vase, sous la cloche; on y plon-
e réservoir pour le refroidir, on le soulevait doucement
ɩbserver, et l'on mesurait la température par un thermo-
à alcool.

Fig. 157.



day put liquéfier tous les gaz, excepté l'oxygène, l'a-
l'hydrogène, l'oxyde de carbone, le bioxyde d'azote et
ɩgène protocarboné ou gaz des marais, et, par suite, le
:clairage. Ce n'est pas à dire que ces gaz ne puissent se
e à l'état liquide; il ne faut conclure qu'une seule
c'est que, tout énergiques qu'ils aient été, les moyens
ɩn sont encore insuffisants pour ces substances; et
e tous les autres gaz ont pu se liquéfier, c'est une loi
ıle que des exceptions peu nombreuses, et qui s'expli-
, ne suffisent pas à infirmer.

Les liquides formés dans le tube CD n'y occupent qu'une portion de sa capacité; le reste est rempli de gaz dont la pression s'exerce sur le liquide et l'empêche de se réduire en vapeur. Cette pression, qui est accusée par le manomètre, est donc celle qui détermine la liquéfaction, et on peut la mesurer à diverses températures; c'est ce que fit Faraday, et le résultat de ses expériences est consigné dans les deux tableaux suivants. On voit, dans le premier, qu'à — 1°,1 ces pressions sont extrêmement considérables, qu'elles diminuent très-rapidement avec la température, et qu'à — 73°,3 elles deviennent à peu près égales à 1 atmosphère pour la plupart des liquides désignés. On pourrait donc les obtenir et les garder sans les comprimer, et ils deviendraient de véritables liquides permanents comme l'eau, si on les refroidissait assez.

Ces tableaux signifient encore autre chose : par exemple, à — 1°,1 le gaz oléfiant exerce une pression égale à 42 atmosphères; cette pression exprime la force élastique ou la tension de la vapeur qu'il forme à cette température.

Enfin, si l'on maintenait ce gaz à une pression constante de 42 atmosphères, qu'on élevât très-peu sa température au-dessus de — 1°,1, il formerait de nouvelles vapeurs qui se dégageraient continuellement et il entrerait en ébullition. La température de — 1°,1 est donc celle qui commence à le faire bouillir sous la pression de 42 atmosphères. En résumé, les pressions écrites dans les tableaux suivants expriment à la fois : 1° celles qu'il faut faire subir aux gaz pour les liquéfier; 2° les tensions des vapeurs que produisent les liquides aux températures correspondantes; 3° ces températures sont celles où ces liquides commenceraient à bouillir sous les pressions qui leur correspondent dans les tableaux.

…URE.	PRESSIONS EN ATMOSPHÈRES.					
	GAZ oléfiant.	ACIDE carbonique.	PROTOXYDE d'azote.	ACIDE chlorhydrique.	HYDROGÈNE sulfuré.	HYDROGÈNE arséniqué.
.2	"	"	1,0	"	"	"
.3	9,3	1,8	1,8	1,8	1,0	0,0
.7	12,5	5,3	4,1	4,0	1,6	1,1
.0	17,0	11,1	8,7	7,7	2,9	2,3
.9	21,2	16,3	13,3	10,9	4,2	3,5
.2	31,7	26,8	22,9	17,7	7,2	6,2
.1	42,5	37,2	31,1	25,3	9,9	8,0
.4	"	"	"	30,0	11,8	10,6

…ÉRATURE.	PRESSIONS EN ATMOSPHÈRES.		
	ACIDE SULFUREUX.	CYANOGÈNE.	AMMONIAQUE.
- 18°,0	0,7	1,2	2,5
0,0	1,5	2,4	4,4
- 41,4	1,8	2,8	5,0
- 32,0	4,3	6,2	11,0
- 38,0	5,1	7,3	"

s avoir montré que les gaz peuvent arriver à l'état li- il faut encore ajouter qu'ils peuvent se solidifier abso- comme l'eau, à une température fixe, et qu'une fois és ils peuvent, quand on les réchauffe, se fondre comme à un point de fusion invariable et qui est le même que t de solidification. C'est encore ce qui résulte des expé- de Faraday, et voici les points de fusion qu'il a trouvés.

Points de fusion.

bromhydrique.	— 8°	Oxyde de chlore....	— 60°
hypoazotique..	— 9	Ammoniaque.......	— 75
gène.........	— 35	Acide sulfureux.....	— 76
iodhydrique...	— 51	Acide sulfhydrique..	— 86
carbonique....	— 58	Protoxyde d'azote...	—100

Les gaz liquéfiables qui n'ont pas été solidifiés sont les suivants :

Gaz oléfiant.	Acide fluoborique.
Acide fluosilicique.	Acide chlorhydrique.
Hydrogène phosphoré.	Hydrogène arséniqué.

En résumé, nous ne devons plus considérer l'état gazeux comme étant permanent et caractéristique de certaines substances : ce n'est que la forme accidentelle qu'elles affectent entre certaines limites de température et de pression. En les refroidissant suffisamment, on les rend liquides; en les refroidissant plus encore, on les solidifie. Tous les corps de la nature peuvent devenir gazeux, liquides et solides, et il n'y a de différence entre eux que celle des températures auxquelles ils se modifient pour passer d'un état à l'autre. C'est ce que nous aurons encore l'occasion de développer au moment où nous parlerons des vapeurs.

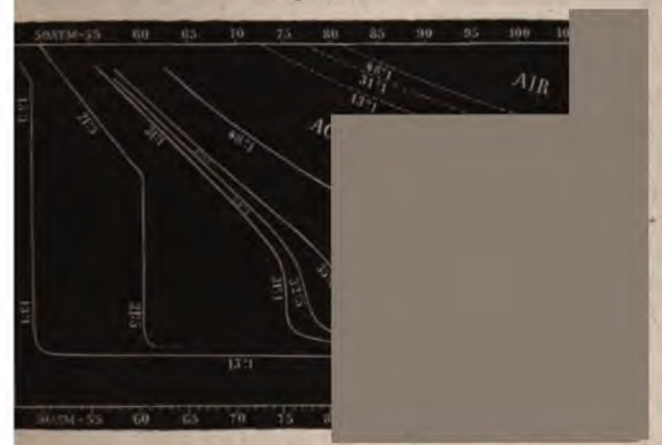
* **EXPÉRIENCES DE M. ANDREWS.** — Depuis les expériences de Faraday, divers physiciens reprirent l'étude de cette importante question. M. Andrews, en particulier, est arrivé à des résultats nouveaux et intéressants.

Il introduisait le gaz à étudier dans un tube formé de trois parties; la première avait $1^{mm},25$ de diamètre, la seconde $2^{mm},50$, la troisième était capillaire. Après avoir fait passer, pendant un temps convenable, un courant continu de gaz, il fermait à la lampe l'extrémité capillaire, puis il introduisait par l'autre extrémité un index de mercure qui devait servir d'indicateur. L'appareil était alors mis en communication avec une machine de compression. La pression était évaluée par la marche de l'index de mercure dans un tube semblable au premier, mais rempli d'air atmosphérique.

Voici les résultats que l'acide carbonique fournit à M. Andrews. La température étant $13°,1$, si la pression augmente, le volume diminue; sous la pression de 48,89 atmosphères, la liquéfaction commence. On observe alors une brusque diminution de volume, comme l'indique la *fig.* 158; puis la pression continuant à augmenter, le liquide se comprime beaucoup plus que les liquides ordinaires, la compressibilité

nuant d'ailleurs avec la pression. A 21°,5 la liquéfaction
ommence qu'à 61 atmosphères, la chute de volume est
ième temps moins grande; dans ces deux cas, la ligne
émarcation entre le gaz et le liquide est parfaitement
. Mais si l'on élève la température jusqu'à 31°,1, on voit

Fig. 158.



rface de séparation devenir indécise, perdre sa courbure,
finir par disparaître complétement; la capacité de l'appa-
est alors remplie par un fluide homogène qui manifeste,
u'on diminue brusquement la pression ou qu'on abaisse
ement la température, des apparences de stries mobiles,
yant au travers de la masse tout entière. Au-dessus de
, à 32°,5 et à 35°,5, la chute de volume diminue encore,
n'est plus brusque, mais se fait graduellement avec l'aug-
tation de pression, enfin à 48°,1 elle a complétement dis-
; la courbe présente alors la même forme que celles que
a représentées en lignes ponctuées et qui se rapportent à
atmosphérique, mais la contraction est beaucoup plus
de qu'elle ne l'aurait été si la loi de Mariotte s'était trou-
pplicable à cette température.
peut alors se demander quel est l'état de l'acide carbo-
e lorsque l'on passe, à des températures supérieures à
, du volume de l'état gazeux au volume de l'état liquide.
expérience se faisait à 100 degrés, lorsque toute trace de

chute a disparu, nous répondrions, selon toute apparence, que le gaz conserve son état gazeux pendant la pression. A des températures inférieures, nous sommes conduits à admettre que la liquéfaction a lieu réellement par le fait de la grande chute de volume. Il faut cependant remarquer qu'une pression nouvelle est alors constamment nécessaire pour produire une nouvelle diminution de volume, et que si la température s'élève, toute trace de chute finit par disparaître. Ces propriétés ne sont pas spéciales à l'acide carbonique, mais elles se retrouvent en général dans toutes les substances que l'on peut obtenir sous les deux états liquide ou gazeux. Le protoxyde d'azote, l'acide chlorhydrique, l'ammoniaque, l'éther sulfurique et le sulfure de carbone ont tous manifesté, sous des pressions et des températures déterminées, des points critiques qui se trouvent, pour quelques-uns de ces corps, au-dessus de 100 degrés.

En résumé, ces expériences montrent que les états gazeux et liquide ne sont que les formes extrêmes d'un même état matériel, et qu'on peut passer de l'une à l'autre par une suite de gradations insensibles, par une longue série de changements physiques continus. Lorsque l'on place l'acide carbonique dans certaines conditions de température et de pression, il se produit une sorte d'équilibre instable tel que, sans variation de pression, ce corps change brusquement d'état en dégageant une certaine quantité de chaleur. Dans ce cas il est facile de distinguer, au moyen des propriétés physiques, l'état liquide de l'état gazeux; mais dans certains autres cas, comme nous l'avons montré, cette distinction devient impossible.

Il faut encore remarquer que, jusqu'ici, la distinction entre un gaz et une vapeur n'est basée que sur cette insignifiante condition, savoir : si le point d'ébullition du liquide, sous la pression atmosphérique, est placé au-dessous ou au-dessus de la température ordinaire. Le point critique pourrait nous fournir un critérium pour distinguer un gaz d'une vapeur si l'on croyait important de maintenir cette distinction. Le gaz ne peut exister au contact du liquide que lorsque la température est au-dessous du point critique. D'après cette définition, une vapeur peut, sous l'action de la pression seule, se trans-

en liquide, tandis que le gaz, dans les mêmes circon-
ne peut pas donner naissance à un liquide offrant,
gaz, une surface de séparation nette. En acceptant cette
on, l'acide carbonique serait une vapeur au-dessous
ı et un gaz au-dessus de cette température; l'éther
e vapeur au-dessous de 200 degrés et un gaz au-dessus.

APPLICATIONS DE LA LOI DE MARIOTTE.

MÈTRES. — On a vu que l'on peut toujours admettre la loi de Mariotte comme étant rigoureusement vraie dans tous les calculs et toutes les applications que l'on peut en faire, si les gaz sont très-éloignés de leur point de liquéfaction. C'est sur cette remarque que l'on s'appuie pour construire les manomètres à air comprimé avec lesquels on mesure les pressions dans une enceinte quelconque.

La forme la plus habituelle des manomètres est la suivante : on plonge dans une cuvette de verre (*fig.* 159) pleine de mercure un tube cylindrique de verre fermé par le haut et contenant de l'air sec; les niveaux du liquide sont les mêmes à la pression de l'atmosphère. Cette cuvette est enfermée dans un cylindre de bronze A qui est scellé en C contre le tube, et qui est mis en communication par un robinet B avec l'enceinte qui contient le gaz ou la vapeur dont on veut mesurer la pression. Voici nt on peut graduer théoriquement cet instrument.

pression initiale 760 millimètres de l'atmosphère, le de l'air est égal à $\pi r^2 h$, en désignant par r et h le t la hauteur totale du tube.

d la pression extérieure devient égale à n atmosphères, 760^{mm}, le mercure s'élève dans le tube d'une quantité x lume se réduit à $\pi r^2(h - x)$.

pendant que le mercure monte de x dans le tube, il se dans la cuvette d'une quantité y; l'élévation et l'abaissement sont en raison inverse des sections du tube et de

la cuvette, et si r et R sont leurs rayons, on

$$\pi r^2 x = \pi(R^2 - r^2)y.$$

D'un autre côté, la pression éprouvée par l'air est égale à la pression extérieure $n.760^{mm}$ diminuée de la différence de niveau $x + y$; cette pression est donc égale à

$$n.760 - x - \frac{r^2}{R^2 - r^2}x = n.760 - \frac{R^2}{R^2 - r^2}x.$$

En écrivant maintenant que les volumes initial et final sont en raison inverse des pressions correspondantes, on trouve

$$\frac{\pi r^2 h}{\pi r^2(h - x)} = \frac{n.760 - \frac{R^2}{R^2 - r^2}x}{760},$$

ou, en posant $\frac{1}{760}\frac{R^2}{R^2 - r^2} = k$,

$$\frac{h}{h - x} = n - kx.$$

Cette équation est du second degré et, en la résolvant, on trouve

$$x = \frac{1}{2k}\left[n + kh \pm \sqrt{(n + kh)^2 - 4kh(n - 1)}\right].$$

Une seule valeur de x convient à la question : c'est celle qui correspond au signe $-$, car il faut que x soit nul sous la pression d'une atmosphère, c'est-à-dire quand $n = 1$.

Toutes les fois qu'on voudra graduer un manomètre, il faudra donc commencer par mesurer les rayons r et R et par calculer la constante k, après quoi on prendra n égal à 2, 3, 4, 5, on calculera les valeurs de x correspondantes, on les marquera sur le tube, et l'on aura gradué l'appareil en atmosphères. Si l'on suppose que l'abaissement du niveau dans la cuvette soit négligeable, ce qui est toujours suffisamment exact quand elle est large et que le tube est très-étroit, il faudra poser $R = \infty$, ou remplacer k par $\frac{1}{760}$ dans la formule.

On donne quelquefois au manomètre la forme d'un siphon retourné (*fig.* 160). La branche ouverte reçoit la pression, et le tube fermé contient de l'air. Sous la pression initiale de 760^{mm}, le mercure est au même niveau AB dans les deux branches; quand la pression augmentera pour devenir égale à $n.760^{mm}$, le niveau baissera en A jusqu'en A' et montera en BC jusqu'à B' d'une même quantité x dans les deux branches; la formule précédente s'appliquera à ce nouveau cas en remplaçant $x+y$ par $2x$, et faisant $k=\frac{2}{760}$; elle devient

Fig. 160.

$$x=\frac{2h+n.760}{4}-\sqrt{\frac{(2h+n.760)^2}{16}-\frac{h(n-1)760}{2}}.$$

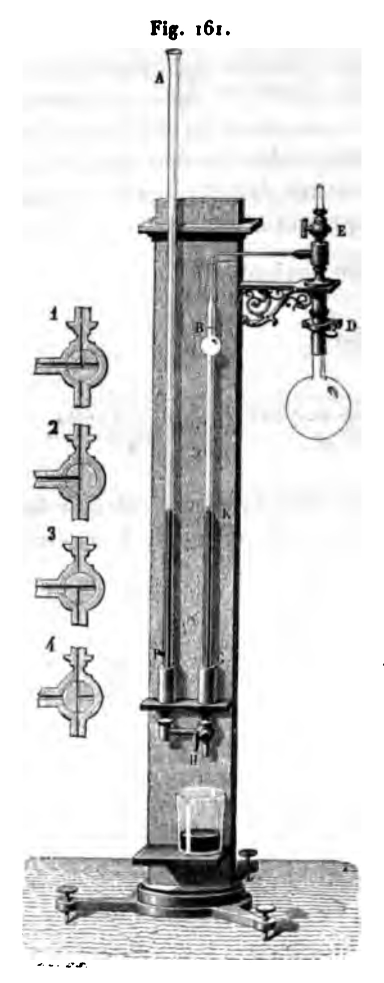
tte formule permet comme précédemment de calculer les uteurs où s'élèvera le mercure quand n sera 2, 3, 4, etc.; pourra écrire les pressions sur le tube.

Ce mode de graduation par le calcul laisse toujours à désir, parce que l'on est obligé d'admettre que les tubes sont lindriques, et de plus que les deux branches A et B ont le me diamètre; aussi vaut-il mieux graduer ces instruments r l'expérience, et pour cela on les réunit avec un manoitre à air libre, on mesure les pressions comme dans les périences qui ont servi à étudier la loi de Mariotte, et on marque sur le tube manométrique.

OLUMÉNOMÈTRE. — On peut se servir de la loi de Mariotte ur mesurer le volume, et par suite la densité des corps, as qu'il soit nécessaire de les plonger dans l'eau. Le procédé été imaginé d'abord par Say, et son appareil a été perfectionné r M. Regnault qui lui a donné la forme suivante (*fig.* 161). eux tubes manométriques contenant du mercure sont masqués dans une pièce de fonte FG qui les réunit par l'inrmédiaire d'un robinet à trois voies H. Suivant que l'on

tourne celui-ci dans les positions 1, 2, 3, 4, on peut : blir la communication entre ces tubes; 2° laisser éco mercure de A et de B; 3° de A seulement; 4° de B seul

Fig. 161.



Ce robinet est d'un fr usage, et l'on voit qu'il de satisfaire à plusieu soins. Le premier tub ouvert par le haut; le tube B porte une dilata l'on y a marqué deux et K, au-dessus et au-d de l'espace renflé. amène d'abord le merc B, qu'on le laisse écoul qu'en K et qu'on le pè pourra calculer le vol compris entre B et K.

Le tube BK se contir un autre tube plus min se recourbe horizontal et vient se mettre en avec un ballon que l'o enlever à volonté ou j à l'appareil par un co gorge D. Il faut d'abor ver le volume V compri ce ballon et le repère B effet, on emplit les tu mercure jusqu'en K s pression atmosphériq puis on ferme le robin l'on ajoute du mercur jusqu'au moment où le arrive en B; la pressio mente d'une quantité l'on mesure au cathétomètre, et le volume de l'air, q bord était $V + v$, se réduit à V. On a dès lors

$$(V + v) H = V(H + h),$$

d'où l'on tire

$$V = v\frac{H}{h}.$$

L'appareil est maintenant gradué, puisque l'on connaît V et v. Si l'on veut ensuite mesurer le volume x d'un corps, on place celui-ci dans le ballon, ce qui diminue de x la capacité totale du ballon; alors on répète l'opération qui vient d'être décrite, on trouve deux pressions H et $H + h'$, correspondantes aux volumes $V + v - x$ et $V - x$, et l'on a

$$(V + v - x)H = (V - x)(H + h'),$$

$$x = \frac{Vh' - vH}{h'}.$$

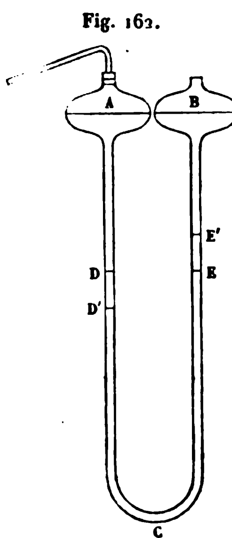
Cet appareil sert utilement pour mesurer la densité des corps qui s'altèrent dans l'eau, tels que les poudres de guerre. Il faut dire toutefois qu'en général les corps pulvérulents absorbent des gaz en quantité qui varie avec la pression, ce qui fait que la loi de Mariotte ne s'y applique pas exactement. Nous devons faire remarquer, en outre, que cet instrument est un manomètre à air libre dont nous ferons dans la suite un très fréquent usage : on pourra s'en servir pour mesurer la pression dans une enceinte quelconque; il suffira pour cela de le joindre à cette enceinte par l'intermédiaire du collier à gorge D et de mesurer au cathétomètre la différence de niveau que montreront les deux colonnes de mercure dans les deux tubes A et B. La pression totale sera égale à celle de l'atmosphère augmentée ou diminuée de la différence de niveau, suivant que le mercure sera plus haut ou plus bas dans la branche A que dans le tube B.

***Manomètre différentiel de M. Kretz.** — On a souvent besoin de rendre sensibles et de comparer des variations très-faibles de pression. M. Kretz a imaginé un manomètre différentiel fondé sur l'emploi de deux liquides, qui est susceptible de la plus grande sensibilité.

Cet instrument se compose de deux réservoirs A, B, à large surface, reliés entre eux par un tube en U, ACB (*fig.* 162). On verse dans le vase B de l'alcool coloré en rouge avec de l'or-

seille; dans le vase A, on introduit un liquide de densité très-peu différente et non miscible avec le premier; l'essence de térébenthine remplit parfaitement ces conditions. On fait en sorte que la séparation des deux liquides soit en un point D du tube AC. Les surfaces des réservoirs A et B étant très-grandes, les variations de niveau y sont insensibles et on peut les négliger; le déplacement du point D indique donc la variation de pression. En effet, appelons d la densité de l'essence de térébenthine et d' celle de l'alcool, supposons qu'une variation de pression amène le point D en D', et soit l la longueur DD'; il est facile de voir que cette variation est

Fig. 162.



$$x = l(d - d').$$

On voit que, pour une même variation dans la pression, plus $d - d'$ sera petit, plus l sera grand. L'appareil sera donc d'autant plus sensible que les densités des liquides employés seront plus rapprochées.

MÉLANGE DES GAZ.

Jusqu'ici nous avons étudié l'effet des pressions sur un seul gaz; mais on peut aisément étendre la loi de Mariotte au cas de plusieurs gaz mélangés, quand ils n'exercent entre eux aucune action chimique. On se fonde sur une expérience concluante qui fut autrefois exécutée par Berthollet. Il avait pris deux ballons de capacité égale, munis tous deux de douilles à robinet et pouvant se visser ensemble; il les avait remplis, l'un d'acide carbonique, l'autre d'hydrogène, à la même température et à la même pression; et après les avoir réunis, tout en maintenant les robinets fermés, il les déposa dans les caves de l'Observatoire, plaçant l'hydrogène, qui est le plus léger, au-dessus de l'acide carbonique, qui est le plus lourd, afin qu'ils ne pussent se déplacer par l'effet de leurs densités. Après avoir attendu assez longtemps pour que les températures fussent

égales, Berthollet ouvrit les robinets et les laissa ouverts pendant plusieurs heures. Il trouva ensuite que la pression n'avait point changé, mais que les deux gaz s'étaient uniformément répartis dans les deux vases, malgré la pesanteur qui devait les maintenir séparés.

Il fallut admettre que chacun des deux gaz s'était répandu dans tout l'espace, comme s'il y existait seul; et chacun d'eux devant, d'après la loi de Mariotte, avoir une pression moitié moindre en se dilatant dans un espace double, il fallut conclure que les pressions de chacun d'eux s'ajoutent, puisque la force élastique totale était restée la même avant et après le mélange. On généralisa ces conclusions, et l'on établit les lois suivantes :

1° Les gaz se mélangent, quelle que soit leur densité;

2° La pression totale du mélange est la somme des pressions individuelles qu'auraient les gaz qui le composent s'ils étaient séparés.

Il suffit maintenant de mettre ces lois en formules pour avoir résumé tout ce qu'il faut savoir sur le mélange des gaz. Soient $v, v', v'', \ldots, p, p', p'', \ldots$ les volumes et les pressions de plusieurs gaz que l'on condense dans un volume unique V; chacun d'eux y acquerrait, s'il était seul, une force élastique $\frac{vp}{V}, \frac{v'p'}{V}, \frac{v''p''}{V}, \ldots$, et la somme de ces quantités sera la pression totale P du mélange, ce qui conduit à la relation générale

$$VP = vp + v'p' + v''p'' + \ldots.$$

Ce mélange suit la loi de Mariotte dans la limite des pressions où elle est vraie pour chacun des gaz qui le composent.

DISSOLUTION DES GAZ DANS LES LIQUIDES. — Lorsqu'un gaz est en présence d'un liquide, il se répand dans son intérieur de manière à occuper son volume; le gaz se diffuse dans le liquide; mais ici la nature chimique du gaz, ainsi que celle du liquide, intervient dans le phénomène, de sorte qu'il s'introduit une constante dépendant de cette nature chimique.

Supposons, en présence d'un liquide, une atmosphère indé-

finie de gaz sans action chimique sur lui; le gaz se dissoudra peu à peu, et la dissolution sera facilitée par l'agitation ou le développement de la surface. A une même température et à une même pression, le liquide dissout une quantité constante de gaz, ce qu'on exprime en disant : le volume du gaz dissous ramené à la pression extérieure est proportionnel au volume V' du liquide, $V = nV'$. C'est ce rapport n, quand le liquide est à zéro, ainsi que le gaz, que l'on nomme *coefficient de solubilité* du gaz dans le liquide.

Considérons le gaz dissous; son volume est V', son poids spécifique est d', $V'd'$ est son poids. Si on le ramène à la pression extérieure, son volume est nV', d est son poids spécifique, $nV'd$ est son poids; on peut donc écrire

$$P = V'd' = nV'd,$$

ou

$$d' = nd.$$

La première de ces relations nous apprend que le poids du gaz dissous dans une quantité donnée de liquide est proportionnel à la densité ou à la pression du gaz extérieur, et à une constante qui est le coefficient de solubilité. Si h' est la pression du gaz dissous ramené au volume du liquide, et h la pression extérieure, on peut écrire la seconde relation

$$h' = nh.$$

Donc la pression du gaz dissous, ramené au volume du liquide, est proportionnelle à la pression extérieure. Il n'est pas nécessaire que l'atmosphère du gaz qui se dissout soit indéfinie; le gaz peut avoir un volume limité; alors, il est vrai, la pression décroîtra à mesure que la dissolution se fera, mais on arrivera toujours à un état d'équilibre tel que la relation

$$h' = nh$$

sera vérifiée.

Partant de là, M. Bunsen a pu déterminer facilement le coefficient de solubilité. Il prend une éprouvette AB (*fig.* 163) placée sur la cuve à mercure. La partie supérieure de l'éprouvette est entourée d'un manchon E qu'on peut remplir d'eau à une température connue, afin de conserver une température constante

:t déterminée. On fait passer dans la cloche un volume V de ;az sec à la pression H et un volume V′ de liquide; une porion du gaz est absorbée, et lorsque la hauteur ne varie plus, on en conclut que l'équilibre est rétabli. On estime alors le volume V″ du gaz restant, sa pression H″, en mesurant la somme des hauteurs CA du mercure, et DC du liquide que l'on réduit en hauteur de mercure; on peut alors calculer n. En effet, le poids du gaz sec est, en appelant d sa densité sous la pression 760, $\frac{VdH}{760}$, celui du gaz restant est $\frac{V''dH''}{760}$, et celui du gaz dissous, d'après la loi énoncée, $V' \frac{d}{760} nH''$;

Fig. 163.

n aura donc, en supprimant le facteur commun $\frac{d}{760}$,

$$VH = V''H'' + V'nH''.$$

e cette équation, qui est la même que celle du mélange des z, on peut déduire n, toutes les autres quantités qui y entrent nt données par l'observation.

Il existe enfin une dernière loi qui a rapport à la dissolution ın mélange de plusieurs gaz. Lorsqu'un liquide est en préıce d'une atmosphère formée par le mélange de plusieurs , chaque gaz se dissout comme s'il était seul, en tenant npte de la pression de l'atmosphère de chacun d'eux. En ıtres termes, ici comme dans le mélange des gaz, la presı de l'un des gaz n'a aucune influence sur le gaz voisin. si, par exemple, lorsque l'air se dissout dans l'eau, l'oxy-e et l'azote se dissolvent séparément avec leur coefficient solubilité propre; seulement il faut observer que l'oxygène , dans le mélange, à la pression de $\frac{1}{5}$H, tandis que l'azote à la pression $\frac{4}{5}$H. Quand on fait le calcul, on trouve que ır dissous dans l'eau contient 33 pour 100 d'oxygène, ce qui ccorde avec l'expérience.

Enfin, la méthode décrite précédemment a montré comment rie le coefficient de solubilité avec la température; il dimi-

nue, lorsque la température augmente; on peut le représe
ter par une formule à trois termes

$$n = a - bt + ct^2,$$

les constantes a, b, c étant déterminées par l'expérience.

Coefficients de solubilité de quelques gaz.

Oxygène	0,04116
Azote	0,02035
Acide carbonique	1,79669
Oxyde de carbone	0,03287
Gaz des marais	0,05449
Gaz oléfiant	0,25629

DIX-HUITIÈME LEÇON.

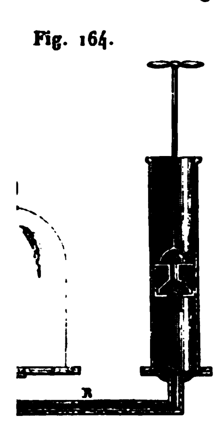
ɪACHINES A RARÉFIER ET A COMPRIMER L'AIR.

pneumatique. — Degré de vide. — Machine de Bianchi. — Machine Deleuil. — Machine de Gessler. — Machine de compression.

ɜxpérimentateurs ont à chaque instant besoin d'enlever e contient un espace fermé, ou de comprimer des quan- ınsidérables de gaz dans des enceintes résistantes; ils y ınent au moyen des pompes pneumatiques et de com- n que nous avons souvent supposées connues : nous ıujourd'hui les décrire en détail.

ɪɪɛ PNEUMATIQUE A UN SEUL CYLINDRE. — Concevons un e creux bien régulier et parfaitement alésé (*fig.* 164), dans lequel il y ait un piston mobile dont le contour extérieur soit exactement appliqué contre les parois du cylindre, qui puisse s'élever ou s'abaisser à frottement, et qui soit percé d'un trou muni d'une soupape A ouvrant de bas en haut. Imaginons de plus qu'il y ait sur la base du cylindre une autre soupape B dirigée dans le même sens, ouvrant ou fermant un conduit R par lequel l'appareil communique avec le récipient dans lequel on veut faire le vide. Au moment où l'on élèvera le la soupape A se fermera par l'effet de la pression atɜrique, l'espace AB augmentera, et l'air qu'il contient t une pression moindre, celui qui est dans le récipient ɜra la soupape B et pénétrera sous le piston. Cette ac- continuera jusqu'au moment où le piston sera arrivé

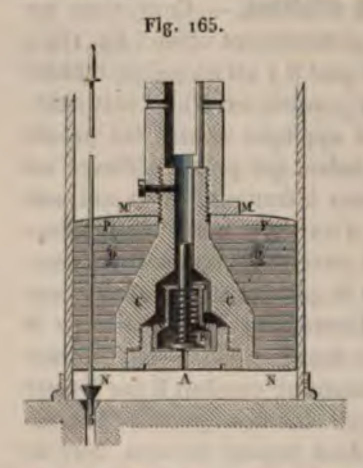
Fig. 164.



au sommet du cylindre, après quoi on l'abaissera. La soupape B commencera par se fermer, puis l'air compris entre le piston et cette soupape se comprimera, et il arrivera un moment où il acquerra une élasticité supérieure à celle de l'atmosphère : alors il ouvrira la soupape A, s'échappera, et le piston reviendra se placer sur la base du cylindre dans la position qu'il occupait primitivement. On voit donc qu'en soulevant le piston d'abord et qu'en l'abaissant ensuite, on raréfie d'abord l'air du récipient et l'on en rejette ensuite une partie dans l'atmosphère; et comme on peut continuer indéfiniment la même opération, il semble que l'on pourra diminuer indéfiniment la pression de l'air dans le réservoir.

Mais il n'en est pas précisément ainsi, car le gaz du récipient ne pourra affluer dans le corps de pompe qu'en soulevant la soupape B, et la limite du vide sera atteinte aussitôt que l'élasticité de ce gaz sera devenue égale à la résistance de cette soupape B. Cette première imperfection de la machine primitive a nécessité des modifications dont nous allons donner une figure et une description détaillée (*fig.* 165).

Fig. 165.



Le piston contient intérieurement un noyau en métal composé d'un tube épais CC et d'une base élargie NN; autour de ce tube et sur cette base sont empilées des rondelles de cuir découpées DD que l'on a imbibées d'huile, et au-dessus d'elles est posé un couvercle métallique PP que l'on serre au moyen d'un écrou MM. On lime le contour de ces cuirs superposés pour en former une surface cylindrique lisse et à peu près égale à la dimension du corps de pompe. Il est facile ensuite de l'ajuster exactement, car toutes les fois qu'on viendra à serrer l'écrou, le diamètre du piston augmentera, et il décroîtra si l'on diminue la pression des disques de cuir; c'est là un moyen aussi précis que simple pour régler exactement la surface

extérieure du piston, et faire en sorte qu'il ferme exactement, sans opposer pour cela une résistance trop grande au jeu de la pompe.

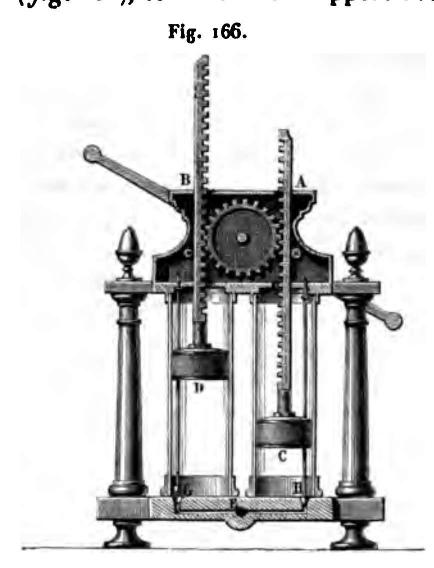
A l'intérieur du tube creux se voit la soupape ou plutôt le clapet B : c'est un petit bouton plat dont la base bien rodée repose sur la plaque A et bouche exactement un petit trou dont elle est percée; il est maintenu adhérent par un ressort à boudin très-léger qui presse sur lui, s'enroule autour d'une tige qui le surmonte, et prend un autre point d'appui sur un couvercle fixe. Pour soulever ce clapet, il faudra que l'air intérieur exerce sur la base du bouton un excès de pression au moins égal à son poids augmenté de l'élasticité du ressort, mais poids et ressort sont très-légers.

On a supprimé la soupape qui fermait le conduit du récipient, et on l'a remplacée par le mécanisme suivant qui n'en a pas les inconvénients. On perce le piston d'un trou cylindrique PN qui traverse les deux bases métalliques et toutes les rondelles, et l'on y introduit une tige de laiton qui peut glisser dans l'intérieur avec assez de frottement pour ne laisser aucune issue à l'air. Quand le piston descend, il entraîne cette tige avec lui, jusqu'au moment où elle rencontre la base du corps de pompe, et alors elle vient appliquer sur l'ouverture D un bouchon qui la ferme. Pour plus de sûreté, le trou à la forme d'un entonnoir, le bouchon celle d'un cône qui s'y adapte exactement, et un peu d'huile versée dans l'appareil suffit pour rendre l'adhérence parfaite. Pendant tout le temps que le piston descend, il appuie sur cette tige, la maintient appliquée en D, et glisse sur elle de haut en bas; quand on vient ensuite à le relever, il commence par soulever la tige et par ouvrir la communication avec le récipient; mais aussitôt que cela est fait, le sommet supérieur de la tige rencontre le couvercle du corps de pompe qui l'empêche d'aller plus loin; elle devient fixe, et le piston, glissant encore tout le long d'elle, remonte jusqu'en haut. Cette ingénieuse disposition, qui ouvre et ferme mécaniquement le conduit, laisse donc l'air du récipient pénétrer librement dans le corps de pompe, quelque faible que soit devenue son élasticité.

MACHINE A DEUX CORPS. — On n'a pas tardé à reconnaître que

ces machines à un seul cylindre avaient un très-grave inconvénient. Au moment où le vide commence à devenir complet, il faut, pour soulever le piston, non-seulement vaincre la résistance des frottements, mais encore équilibrer la pression de l'air atmosphérique qui appuie sur le piston. C'est un effort qui dépasse 103 kilogrammes quand la section est égale à 1 décimètre carré, et qui, nul quand on commence le vide, croît très-rapidement pendant qu'on le fait, jusqu'à rendre la manœuvre impossible. Pour remédier à cette difficulté, on a disposé l'un auprès de l'autre deux corps de pompe pareils C et D (*fig.* 166), tous deux en rapport avec le même récipient par un conduit unique E. Les deux pistons sont surmontés de deux tiges à crémaillère A, B, et dans l'espace laissé libre entre elles est une roue dentée qui les engrène. Enfin une manivelle à deux branches, terminée par deux poignées que l'expérimentateur saisit à deux mains, sert à mettre en mouvement la roue dentée. Si l'on tourne dans un sens, en abaissant la main droite par exemple, on fait descendre le piston de droite et remonter celui de gauche, et l'on a soin de n'arrêter ce mouvement qu'au moment où l'on éprouve la résistance opposée par la base du corps de pompe. On change ensuite le sens du mouvement, et l'on donne aux deux pistons une marche inverse. Voici maintenant quel est l'avantage de cet accouplement de deux machines : en premier lieu, il double l'action, et secondement il détruit, ou à peu près, la résistance atmosphérique; car si le vide est également fait sous les deux pistons, cette force exerce sur chacun d'eux des efforts égaux qui se composent en une résultante unique appliquée sur

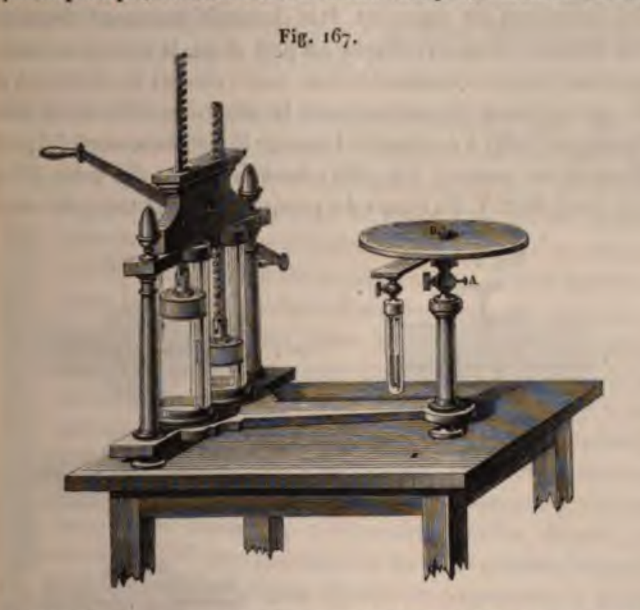
Fig. 166.



l'axe de la roue dentée; dès lors cette action atmosphérique se compense elle-même, ou à très-peu près, pendant tout le temps de l'opération, qui n'est pas plus pénible à la fin qu'au commencement.

RÉCIPIENTS. — PLATINE. — Ce n'est pas encore tout ce qui compose la machine pneumatique, il faut qu'elle puisse aisément se mettre en communication avec les divers récipients qu'on peut avoir besoin de lui joindre. A cet effet, elle est fixée sur une table solide (*fig.* 167); les conduits des deux corps de pompe, réunis en un tronc unique, viennent aboutir

Fig. 167.



au centre O d'un plateau où ils se terminent par un bouton à vis sur lequel on peut fixer tous les appareils dans lesquels on a besoin de faire le vide, et ils portent à cet effet un écrou qui s'accorde avec le bouton de la machine. Enfin le plateau au centre duquel vient déboucher ce bouton terminal est recouvert d'une glace bien plane, dont la surface a été adoucie à l'émeri fin, et sur laquelle on peut appliquer des cloches rodées, en prenant seulement la précaution de garnir leurs bords avec un peu de suif. Par ce moyen, leur adhérence de-

vient parfaite, et le vide se fait aussi bien dans leur intérieur que si elles faisaient corps avec la machine.

ROBINET. — Mais quand le vide a été fait, il est absolument impossible d'enlever les cloches qui sont maintenues sur la platine par l'énorme pression atmosphérique qu'elles supportent; on sent dès lors la nécessité d'avoir un robinet pour laisser rentrer l'air après qu'on l'a enlevé. On conçoit, en outre, que non-seulement il faut pouvoir ramener l'air quand on le désire, mais encore empêcher sa rentrée pendant tout le temps que l'on veut maintenir le vide. Or, comme les pistons et les soupapes ne peuvent être hermétiquement fermés et qu'ils laissent toujours filtrer un peu d'air, il est nécessaire de supprimer toute communication entre eux et le récipient aussitôt qu'on cesse de manœuvrer la machine. C'est un même robinet qui suffit à ce double besoin; il est placé en A (*fig.* 167) et dessiné en coupe (*fig.* 168) dans le trajet du tube CV qui va du récipient V au corps de pompe C. Il est traversé de part

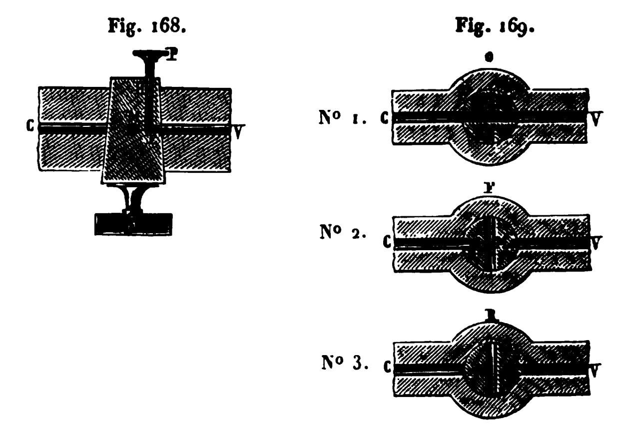


Fig. 168. Fig. 169.

en part par un canal M qui peut à volonté ouvrir ou fermer CV, et il est en outre percé d'un conduit coudé HE par lequel il puise de l'air dans l'atmosphère pour l'introduire soit dans le récipient V, soit dans le corps de pompe C, suivant la position qu'on lui donnera : on peut fermer ce conduit par un bouchon métallique rodé P.

Pour bien comprendre le jeu de ce robinet, coupons-le par

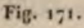
une section perpendiculaire à son axe (*fig.* 169, nos 1, 2, 3); si nous le tournons dans la première position, nous établirons par le canal M une communication entre le corps de pompe C et le récipient V, nous pourrons faire le vide, et une lettre O gravée sur la face supérieure de la clef indiquera à l'opérateur que le robinet est *ouvert*. Dans la situation n° 2, le récipient V ne communique plus avec la pompe, il ne reçoit pas l'air qu'elle laisse rentrer, et la lettre F qui se lit sur la partie supérieure de la clef avertit que la machine est *fermée*. Enfin on peut placer le robinet comme il est représenté n° 3, ce qui réunit le récipient à l'atmosphère par le conduit HE, et la lettre R, qui signifie *rentrée*, indique que l'air peut être ramené dans la cloche en enlevant le bouchon P.

DEGRÉ DE VIDE. — Il faut maintenant savoir quel est à un moment donné le degré de vide obtenu, et à cet effet toute machine porte un baromètre (*fig.* 170); il est enveloppé d'une éprouvette de verre qui est en communication avec le récipient, de façon qu'au moment où l'on fait le vide dans celui-ci, on le fait également dans la portion limitée d'atmosphère qui entoure le baromètre. On voit donc le niveau baisser dans le tube fermé F, et monter dans le tube ouvert G jusqu'au moment où le vide étant parfait, il n'y a plus aucune différence de niveau. A chaque instant la pression de l'air est représentée par la différence de hauteur des deux colonnes. Généralement, ce baromètre est tronqué, c'est-à-dire qu'on donne à la branche FH une hauteur de 30 à 40 centimètres seulement : dès lors le baromètre ne commence à baisser qu'au moment où la pression de l'air devient inférieure à une colonne de mercure égale à FH, et l'appareil ne sert à juger le degré du vide que lorsque ce vide est presque complet.

Fig. 170.

Quelques machines anciennes possèdent un baromètre complet, mais on y a renoncé, et toutes les fois qu'il faut mesurer avec précision la pression de l'air dans l'appareil, M. Regnault conseille de joindre aux enceintes que l'on vide un appareil spécial, indépendant de la machine et qu'il nomme *manomètre*

barométrique. Il se compose d'une cuvette de fonte (*fig.* 171), qui est divisée en deux compartiments par une cloison; dans l'une des auges plonge un baromètre parfait A de section très-grande, et dans l'autre se rend un tube B ouvert à ses deux extrémités et mis en relation par le haut avec les appareils dans lesquels on raréfie l'air. Avant d'opérer, on ajoute assez de mercure pour couvrir la cloison médiane et faire communiquer les auges. Au moment où le vide se fait, le mercure monte dans le tube ouvert, et la pression de l'air restant est marquée par la différence de hauteur du mercure dans les deux tubes, différence que l'on mesure au cathétomètre. Si l'on veut au même moment connaître la pression atmosphérique, on mesure la différence des niveaux entre le sommet A du baromètre et l'extrémité supérieure de la pointe M, après avoir fait affleurer sa base avec le mercure du réservoir, et l'on ajoute à cette différence la hauteur de la vis. Toutes les fois que l'on a besoin de mesurer la pression, c'est cet appareil qu'il faut consulter; si l'on ne veut que juger approximativement le degré de vide auquel on arrive, l'éprouvette de la machine est suffisante.


Fig. 171.



CALCUL DES ÉPUISEMENTS. — Quel degré de raréfaction peut-on produire avec une machine pneumatique? C'est une question dans laquelle il faut à la fois tenir compte et des conditions théoriques et de la bonne confection de l'instrument. A ne considérer que le point de vue abstrait, elle est facile à traiter. Soient A la capacité du réservoir, B celle du corps de pompe; admettons qu'il n'y ait qu'un piston, qu'il soit préalablement abaissé, et que la quantité d'air contenue alors dans le récipient A soit prise pour unité. Au moment où l'on soulève le piston, le volume occupé devient $A + B$; au moment où on l'abaisse, on expulse un volume B, c'est-à-dire une fraction de

masse totale représentée par $\frac{B}{A+B}$. Alors le piston est re-
nu à sa position initiale, et la quantité d'air qui reste dans
volume A est

$$1 - \frac{B}{A+B} \quad \text{ou} \quad \frac{A}{A+B}.$$

près une seconde course double du piston, on aura enlevé la
ême fraction de l'air total que dans la première; c'était tout
l'heure $1 \times \frac{B}{A+B}$, ce sera maintenant $\frac{A}{A+B} \times \frac{B}{A+B}$ ou
$\frac{AB}{(A+B)^2}$, et la quantité qui restera sera

$$\frac{A}{A+B} - \frac{AB}{(A+B)^2} = \frac{A^2}{(A+B)^2}.$$

n continuant le même raisonnement, on trouvera, pour
s quantités d'air enlevées et laissées après trois courses
oubles,

$$\frac{A^2B}{(A+B)^3} \quad \text{et} \quad \frac{A^3}{(A+B)^3},$$

après n opérations,

$$\frac{A^{n-1}B}{(A+B)^n} \quad \text{et} \quad \frac{A^n}{(A+B)^n}.$$

Comme la dernière de ces quantités ne pourra devenir nulle
à la condition de faire $n = \infty$, on ne pourra enlever la tota-
de l'air qu'après un temps infini. La machine pneumatique
pourra donc jamais atteindre un vide parfait; mais, d'après
formule précédente, elle devrait en approcher de plus en
s si l'on continuait l'opération pendant plus longtemps. Ce-
ndant cela n'est pas vrai dans la pratique : les meilleures
chines font le vide jusqu'à un degré qu'elles ne peuvent
passer et qui s'arrête généralement à 1 ou 2 millimètres de
ercure. Il n'est pas difficile de rendre raison de cette diffé-
nce entre la théorie et l'épreuve directe.

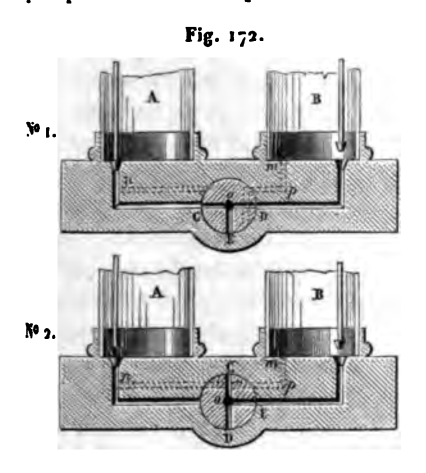
Dans une machine, quelque bonne qu'elle puisse être, il y

a des joints nombreux qui ne sont point parfaits : ce sont les contacts entre les pistons et les cylindres, c'est la soupape, c'est la tige qui ferme la base du cylindre, ce sont les soudures, les robinets, c'est enfin le métal lui-même qui est souvent percé de conduits imperceptibles, mais pénétrables. Dès lors, pendant qu'on enlève de l'air par le jeu de la machine, il en rentre par tous les joints. Au premier moment, l'épuisement est plus rapide que la rentrée; mais il se ralentit peu à peu, et il arrive une époque où les deux actions se compensent; alors la limite est atteinte, et un plus long travail ne produit plus d'effet. Limitée déjà par cette première imperfection, la puissance de la machine est encore restreinte par une autre cause. Pour que le vide puisse avancer, il faut en effet que l'air puisé dans le récipient à chaque course ascendante atteigne, après que le piston est ensuite abaissé, assez d'élasticité pour soulever le clapet. Cela arriverait si la base du piston pouvait adhérer exactement au fond du cylindre; mais il reste toujours entre ces deux pièces et sous le clapet assez d'espace pour loger de l'air qui n'est point expulsé, et il arrive un moment où ce gaz, qui se dilate quand le piston monte, ne sort pas quand il descend; alors encore on arrive à la limite du vide possible. On voit ici apparaître l'inconvénient de la soupape et l'utilité qu'il y a à modifier le système, afin de n'avoir plus à lutter que contre la rentrée de l'air qui se fait par les joints.

DISPOSITIF DE M. BABINET. — On doit à M. Babinet une disposition qui recule notablement cette limite du vide. Elle consiste dans l'addition d'un nouveau robinet qui se place habituellement dans l'axe même du tuyau qui réunit les conduits des deux corps de pompe; il est percé d'abord d'un trou transversal CD, ensuite d'un conduit longitudinal *o*, et quand il occupe une première position (*fig.* 172, n° 1), il ne change aucunement les communications habituelles; mais quand on le tourne de 90° (n° 2), tout est modifié. Le corps B continue d'être en communication avec le récipient par le conduit *o*E; mais le corps A en est séparé. Quand on soulève le piston B, l'air arrive; quand on le baisse, il est chassé dans le corps A, qui est alors ouvert, par un petit tube latéral *mpn* qui traverse le robinet. En abaissant ensuite le piston dans le cylindre A, l'air

qu'on y a amené y reste emprisonné, puisque la tige mobile ferme la base. Voici donc le jeu de la machine : le corps B n'a plus pour fonction que d'enlever l'air au récipient et de le chasser dans le corps A; là il s'accumule peu à peu, et bientôt il y acquiert assez de force pour soulever la soupape. Comme celle-ci produit une légère explosion quand elle se soulève, on entend très-clairement l'action qui se produit. Au premier moment, la soupape de A s'ouvre toutes les fois qu'elle descend, puis ensuite elle ne s'ouvre que de deux coups en deux coups, ensuite de trois en trois, et enfin elle ne s'ouvre plus du tout; c'est qu'alors l'air qui se condense dans *mpn* et sous le piston B, quand il est abaissé, reprend une pression égale à celle du récipient quand on relève le piston B. A ce moment, la puissance de la machine est à sa limite, et les épuisements ne font que contre-balancer les rentrées anormales. Si celles-ci sont peu considérables, la modification de M. Babinet améliore beaucoup la machine; on y obtient un vide tel, qu'il n'est plus possible de saisir de différence dans la hauteur des deux colonnes du mercure.

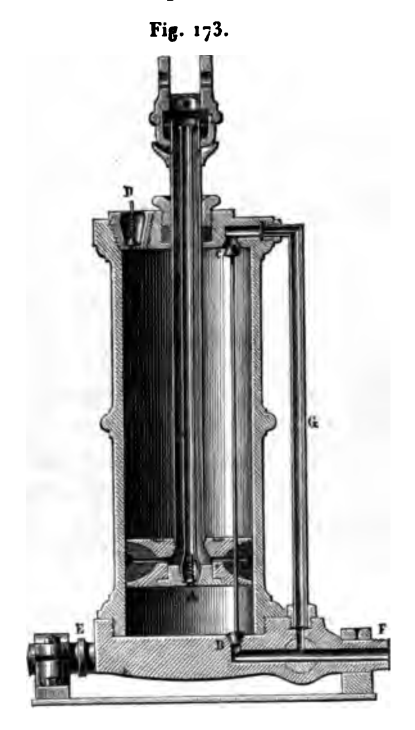
Fig. 172.



MACHINE DE M. BIANCHI. — La machine que nous venons de décrire est celle qui est employée dans tous les laboratoires : elle laisse bien peu à désirer; cependant on la remplace avantageusement par celle que vient de construire M. Bianchi et dont nous voulons dire quelques mots (*fig.* 173 et 174). Cette machine n'a qu'un corps de pompe fermé aux deux bouts et que le piston partage en deux parties fonctionnant séparément. La communication avec le récipient se fait par deux tubes aboutissant chacun à l'une des deux bases du cylindre en C et (*fig.* 173), et une seule tige glissante vient alternativement

fermer les deux orifices par le moyen de bouchons coniques. Deux soupapes d'expulsion sont disposées, l'une en D sur le couvercle supérieur, l'autre en A dans la tige du piston qui est creuse ; elles sont faites comme les soupapes déjà décrites. Si l'on soulève le piston, il puise l'air par sa partie inférieure, et il le chasse par le compartiment supérieur ; si on l'abaisse, les rôles changent : c'est la capacité supérieure qui reçoit l'air, c'est l'inférieure qui expulse celui qu'elle avait reçu. Bien qu'il n'y ait qu'un corps de pompe, on obtient le même effet que s'il y en avait deux, puisque la même course donne une double action ; et la pression atmosphérique se compense aussi bien que précédemment, ou plutôt elle ne s'exerce pas sur le piston.

Fig. 173.



On trouve dans cette machine à la fois autant d'avantages et plus de simplicité que dans l'autre. On y trouve encore une autre supériorité : c'est celle de son mécanisme, dont il nous reste à parler. Le cylindre est posé sur un axe tournant EF (*fig.* 174), et la tige du piston est attachée à la manivelle H d'un volant. Quand on tourne celui-ci, le piston s'élève ou s'abaisse en même temps qu'il oscille, et le cylindre mobile s'incline et oscille avec lui. Le mouvement alternatif de l'ancienne machine est donc remplacé par un mouvement de rotation, ce qui est toujours plus simple, et la vitesse est rendue constante par le moyen d'un volant très-lourd. Tout l'appareil étant en fonte, on peut augmenter autant qu'on le veut les dimensions du cylindre, ce qui permet de faire le vide plus rapidement et

dans de plus grandes enceintes. Quant au tube d'aspiration, qui est formé d'une spirale recouverte de caoutchouc, il part de l'extrémité F, il est long et flexible, et l'on peut le mettre

Fig. 174.

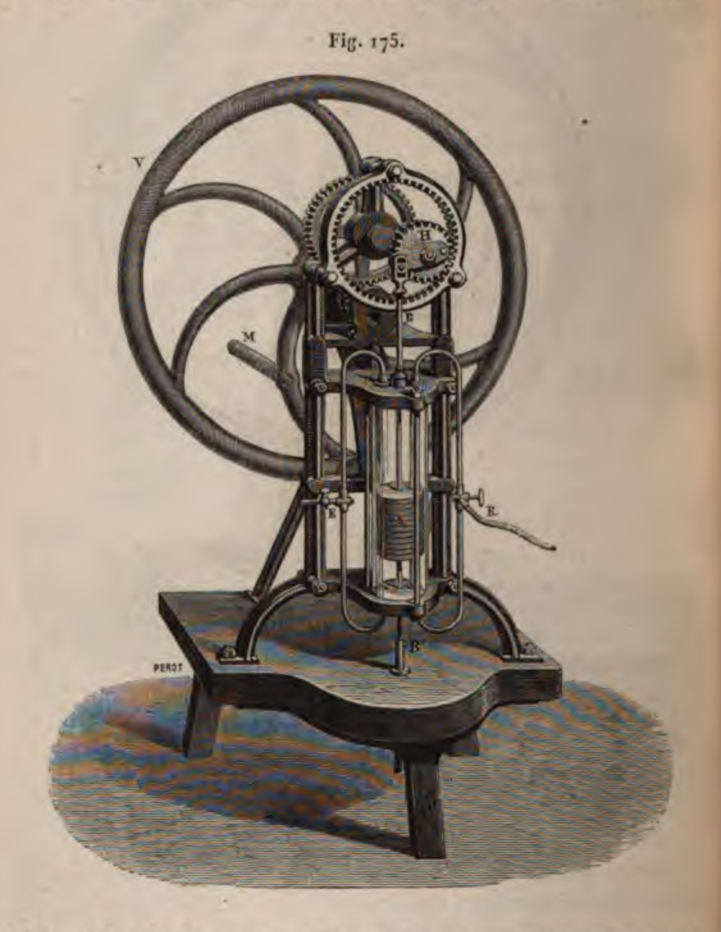


n relation avec tous les appareils où l'on veut faire le vide ans les déplacer.

MACHINE DE M. DELEUIL. — On sait que les gaz circulent diffi-cilement à travers les conduits capillaires et que cette diffi-

culté s'exagère beaucoup si les conduits présentent des étranglements et des dilatations alternatifs. Il résulte de là que si le piston d'une machine était muni d'un semblable tube mis en communication avec l'atmosphère, il ferait tout aussi bien le vide, car les rentrées ou les sorties d'air pendant l'élévation ou l'abaissement du piston seraient insignifiantes. Frappé de cette idée, M. Deleuil construit un piston métallique plein A

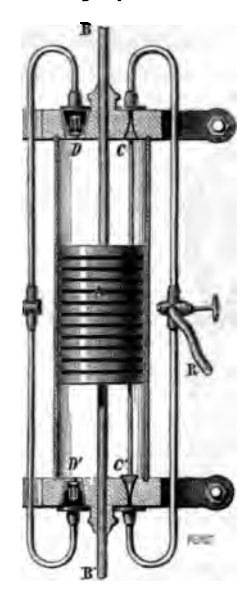
Fig. 175.



(*fig.* 176), très-long, qui ne touche point au cylindre, mais qui n'en est séparé que par un espace de $\frac{1}{50}$ de millimètre, et qui

[sil]lonné de rainures horizontales. Par ce moyen, M. Deleuil [suppr]ime les huiles et le frottement, par conséquent l'usure et l'échauffement, sans nuire à la bonne marche de l'instrument, attendu que la pellicule d'air qui sépare le piston du corps de pompe est sensiblement immobile et n'éprouve que des dilatations et des compressions alternatives. La machine est à un seul corps et à double effet; le mouvement est donné par une tige BB′ qui traverse les deux fonds, ce qui empêche les oscillations du piston. Une seconde tige CC′ qui glisse à frottement dans le piston ouvre et ferme par deux bouchons coniques les ouvertures qui communiquent au récipient R; enfin deux soupapes D, D′ laissent échapper l'air par l'ouverture E. Il est clair que la machine peut comprimer cet air dans un récipient. La *fig.* 175 représente [l'ens]emble de l'instrument. Le mouvement alternatif est donné [au pi]ston au moyen de l'engrenage de la Hire.

Fig. 176.

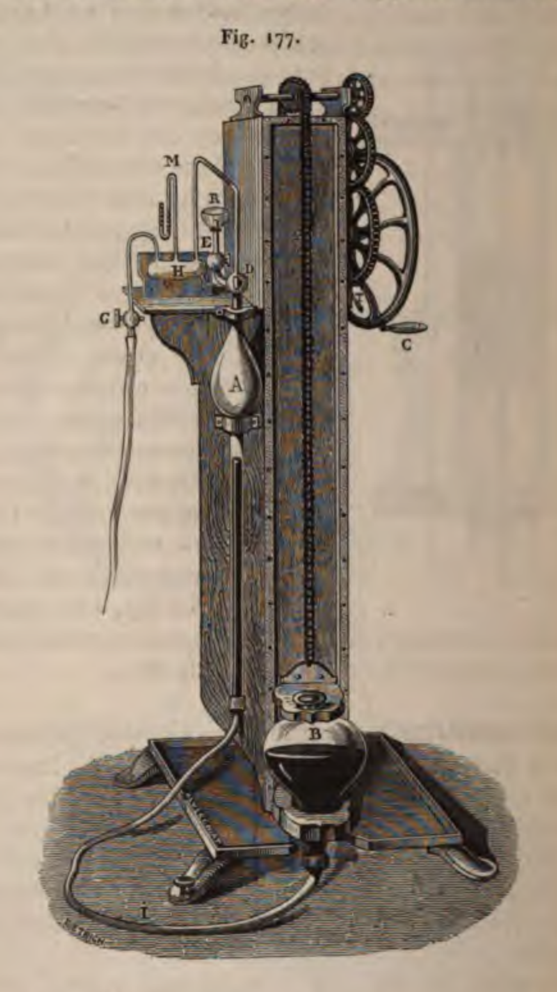


[MAC]HINE PNEUMATIQUE A MERCURE. — Le vide barométrique [étant] bien plus parfait que celui que l'on peut obtenir avec [un pi]ston se mouvant dans un corps de pompe, l'idée de faire [une m]achine pneumatique fondée sur l'expérience de Torri[celli] a été mise en pratique par divers constructeurs et en [partic]ulier par Geissler. Nous allons donner une description [de ce]tte machine, telle que M. Alvergniat l'a modifiée et per[fectio]nnée.

[Le] réservoir B (*fig.* 177) communique par un tube de [caout]chouc I suffisamment long avec un tube barométrique [termi]né à sa partie supérieure par un renflement oblong A [qui f]orme la chambre barométrique. Le réservoir B est la [cuve]tte. La chambre barométrique A est terminée par un ro-

binet à trois voies D qui permet d'établir la communicat
soit avec l'atmosphère extérieure au moyen du second r
net E et de l'entonnoir R, soit avec l'appareil dans lequel

Fig. 177.



veut faire le vide, lequel est mis en communication ave
robinet G. Sur le trajet, on a placé un petit réservoir H co
nant de l'acide sulfurique concentré, destiné à dessèche
gaz; cette précaution est indispensable si l'on veut arri

vide parfait. Enfin un manomètre tronqué indique la sion.

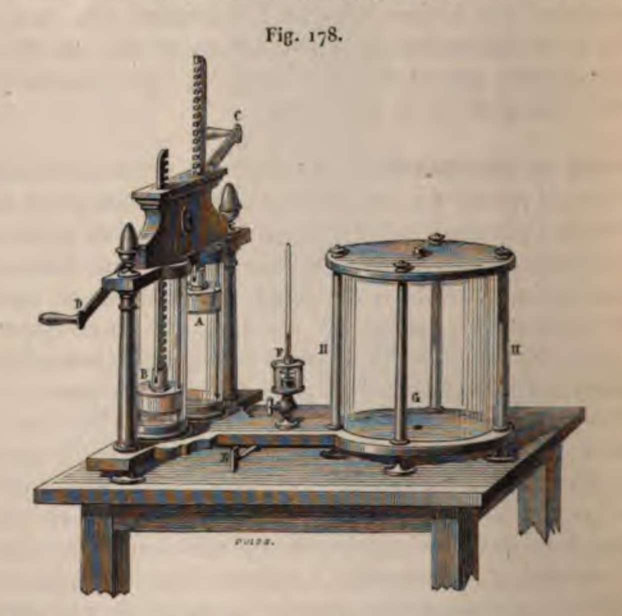
onnons maintenant la manœuvre de l'appareil. La cu- B, soutenue par une chaîne sans fin et équilibrée par un re-poids qui descend dans le bâti de l'instrument, est éle- par le jeu d'une manivelle jusqu'à un niveau plus élevé la chambre A, laisse couler du mercure dans cette cham- et en chasse l'air à travers le robinet D par le tube E. Cela on met la chambre barométrique en communication avec pareil dans lequel on veut faire le vide au moyen du robi- à trois voies D. On fait alors descendre la cuvette B, au en de la manivelle, le mercure descend, et le gaz se ré- dans la chambre barométrique. On tourne alors le ro- t D, de manière à rétablir la communication avec l'atmo- re, on ouvre le robinet E, et l'on remonte la cuvette pour placer dans sa première position et expulser le gaz dans mosphère. On a alors effectué l'équivalent d'un coup de on, et la manœuvre se répète autant de fois qu'elle est essaire pour que le vide soit complet. Cette machine fait de à moins de $\frac{1}{10}$ de millimètre.

ACHINE DE COMPRESSION. — Après avoir décrit en détail la hine qui raréfie les gaz, nous allons faire connaître celle servira à produire l'effet opposé, la machine de compres- . On peut dire qu'il suffira de changer le sens de toutes les papes pour transformer la pompe pneumatique en pompe ompression. Supposons, par exemple, que les soupapes A (*fig.* 178) s'ouvrent de haut en bas. Quand on soulèvera ston, le vide se fera dans le cylindre, B se fermera par la sion du gaz enfermé dans le récipient, A s'ouvrira par l'ef- de l'atmosphère, et toute la capacité du corps de pompe mplira d'air. Quand on viendra ensuite à baisser le piston, az prendra une élasticité plus grande, fermera A, ouvrira B ntroduira dans le récipient. On répétera ensuite l'opération nt de fois qu'on le voudra : à chaque course ascendante on dra à l'atmosphère une quantité constante d'air; à chaque che descendante on la fera entrer dans le réservoir, et la se d'air enfermée croîtra suivant les termes d'une progres- arithmétique. Cette action aura une limite que l'on attein-

dra forcément par les mêmes causes que dans la machine précédente : d'une part il y aura des fuites croissantes et qui finiront par égaler les introductions; d'autre part, tout l'air puisé dans le cylindre finira par se loger dans l'espace laissé sous le piston en y acquérant justement une élasticité égale à celle du gaz déjà condensé; alors la soupape B ne s'ouvrira plus. On voit aussi que l'effort qu'il faudra exercer pour faire pénétrer l'air ira en augmentant; car il faudra ouvrir la soupape B, et l'air confiné qui la ferme résistera d'autant plus qu'il sera plus comprimé. Plus le piston aura d'étendue, plus la difficulté deviendra grande. Il faudra donc lui donner la plus petite section possible.

MACHINE A DEUX CORPS. — On a imaginé de donner à la machine de compression tout l'aspect extérieur et tout le mécanisme de la machine pneumatique (*fig.* 178). On a accolé deux

Fig. 178.

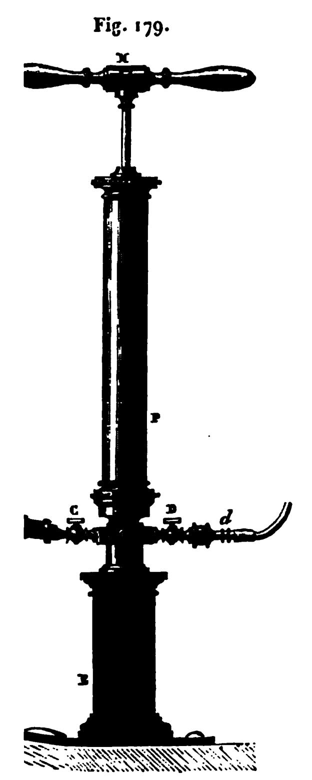


corps de pompe semblables A, B, dont les deux pistons mis en mouvement par une roue dentée, manœuvrée par manivelle CD. Les deux conduits de gaz se réunissent en



e unique où se trouve un robinet E, qui ouvre le réci-
t, ou qui le sépare des corps de pompe, ou qui le met en
ort par un canal latéral avec l'air extérieur; ce robinet est
ême que celui que nous avons décrit précédemment. Un
omètre à air comprimé F mesure le degré de pression au-
arrive l'air. Enfin il y a une platine horizontale G avec un
on terminal au centre. On peut, par conséquent, visser
'appareil les enceintes où l'on veut exercer la compression,
lacer sur la platine des cloches que l'on y fait adhérer;
comme ici la pression intérieure les soulève, on les fixe
des colonnes montantes H munies de boulons. On prend souvent la précaution d'entourer les cloches d'une grille en métal, pour arrêter les éclats si une explosion avait lieu.

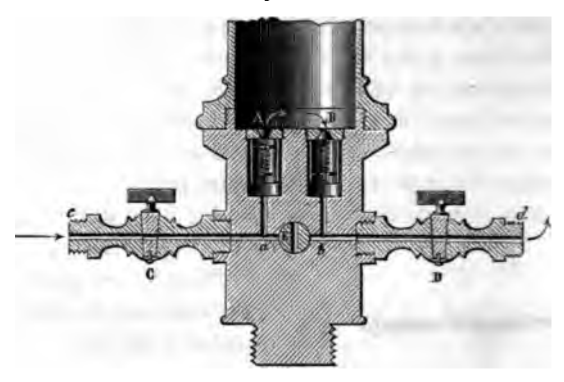
Fig. 179.



POMPE A MAIN. — Mais cette machine est aussi mauvaise que la machine pneumatique est bonne; elle n'a pas de solidité, elle est une cause de dangers sans être un instrument utile. On emploie de préférence une simple pompe à main (*fig.* 179). Elle se place sur le sol où elle repose par une masse métallique E dont la base est large; elle n'a qu'un corps de pompe P, et le piston qui est plein se termine par un manche horizontal de bois tourné M. L'expérimentateur pose les deux pieds sur le rebord de la base, saisit le manche à deux mains et le soulève ou l'abaisse alternativement. Il y a deux clapets A et B (*fig.* 180); tous deux sont placés à la base
lindre et affleurent avec sa surface : l'un A se meut de
n haut et communique avec un tube d'aspiration *ac*, il

s'ouvre quand on élève le piston; l'autre B est disposé en sens inverse, il ouvre le conduit *bd* quand on descend le piston.


Fig. 180.



En résumé, si deux réservoirs sont mis en rapport avec *c* et *d*, l'un recevra à chaque coup de piston le gaz qui sera pris dans l'autre, le premier se videra, le second s'emplira. Cet appareil est à la fois une pompe de compression et une pompe aspirante. Dans le trajet des deux conduits *ac* et *bd* sont placés deux robinets C et D qui les ferment au besoin, et un troisième robinet E placé entre eux sert, quand on l'ouvre, soit à rendre l'air dans le récipient *c*, soit à le laisser sortir du réservoir *d*.

GRANDE MACHINE A COMPRESSION. — Avec une extrême simplicité de forme et une grande modicité de prix, l'appareil précédent suffit dans la plupart des cas. Si l'on veut une machine plus puissante, destinée à comprimer ou à dilater les gaz dans de grandes enceintes, on ne change rien à cette construction; seulement on réunit deux ou trois corps de pompe semblables (*Pl. I, fig.* 2). On les fixe solidement, on met tous les conduits d'aspiration en rapport avec une sphère O, et tous les tubes de compression avec un autre réservoir pareil J. Toutes les tiges de piston reçoivent le mouvement d'un axe commun, et une manivelle munie d'un volant sert à faire tourner régulièrement cet axe. Tout cet appareil est établi sur le sol où il

st boulonné, et toutes les parties sont reliées solidement entre lles par de forts madriers; il est construit comme une mahine industrielle, avec plus de solidité que d'élégance, et l'on eut s'en servir pour obtenir des pressions de 30 atmosphères. 'est l'appareil qui a servi à M. Regnault quand il étudiait la ɔi de Mariotte et que nous retrouverons quand nous parlerons es vapeurs.

DIX-NEUVIÈME LEÇON.

DE L'ÉCOULEMENT DES LIQUIDES.

Principe de Torricelli. — *Cas de l'écoulement dans les tubes capillaires. — *Constitution de la veine liquide. — Liquides et gaz superposés. — Fontaine de Héron. — Fontaine intermittente. — Vase de Mariotte. — Siphon.

THÉORÈME DE TORRICELLI. — Quand on ouvre dans le fond d'un vase plein de liquide un orifice CD (*fig.* 181), on voit un jet vertical en sortir avec une vitesse d'autant plus grande que la hauteur du niveau supérieur est plus élevée. Voici comment on peut, au moyen de considérations simples, obtenir la valeur de cette vitesse. Imaginons un tube vertical ABCD, et ne considérons que le liquide qu'il contient; ce liquide va tomber, et quand la tranche supérieure AB sera arrivée en CD, elle aura acquis une vitesse égale à $\sqrt{2gh}$. Si, au moment où la couche mince AB commence à se mettre en mouvement, une nouvelle quantité de liquide prend sa place et la suit dans sa chute, elle acquiert la même vitesse en CD, et enfin, si l'on admet que le niveau se rétablisse continuellement à mesure que l'écoulement du liquide le fait baisser, chacune des tranches possède, en passant à l'orifice, une vitesse toujours égale à $\sqrt{2gh}$. Cette vitesse ne changera pas si le tube considéré est infiniment petit, de section constante, et qu'il soit incliné d'un angle quelconque sur la verticale, car le liquide qu'il contient sera dans le même cas que s'il tombait sur un plan incliné d'une hauteur h; cela sera encore vrai si ce tube a une forme quelconque. On peut donc admettre que toute molécule tombant de la surface jusqu'à l'orifice aura une vitesse $\sqrt{2gh}$, quel que soit le chemin qu'elle ait suivi.

Fig. 181.

t encore démontrer ce théorème en se fondant sur e des forces vives. Une molécule de masse m tom- B en CD a acquis une force vive mv^2 et fait un travail ·oduit de son poids mg par la hauteur h. Or on a

$$\frac{1}{2} mv^2 = mgh$$

$$v = \sqrt{2gh}.$$

noncer généralement ce résultat et dire : « La vitesse l un liquide en sortant d'un orifice percé dans la paroi est égale à celle qu'aurait un corps tombant librement niveau supérieur jusqu'à cet orifice. » C'est en cela iste le théorème de Torricelli; il met en évidence onstance remarquable, que la vitesse d'écoulement ·ement indépendante de la nature du liquide, et que, quent, elle serait la même pour l'eau ou le mercure, tion que les hauteurs des niveaux fussent les mêmes. nière chose que nous ayons à faire est de chercher si ıce vérifie ce théorème, et le moyen le plus simple ayons pour y parvenir est d'observer la forme que veine, quand elle est lancée dans une direction quel- ısant un angle α avec l'horizontale, par un orifice ıs la paroi latérale. On commence d'abord par main- iquide à une hauteur constante h dans le vase, ce à réussit par divers moyens; et alors chaque molécule, moment de sa sortie une vitesse égale à $\sqrt{2gh}$, sera nêmes conditions qu'un projectile lancé dans la direc- ec cette vitesse. Nous pouvons dès lors lui appliquer calculs développés à la page 67.

ıe décrira une parabole dont l'équation est

$$y = x \tan g \alpha - \frac{x^2}{4h\cos^2\alpha}.$$

ıde du jet sera égale à $2h\sin 2\alpha$, elle ne variera pas ɔnne à α les deux valeurs $45^\circ \pm \alpha'$.

ıteur maximum à laquelle parviendra le liquide sera

$$h\sin^2\alpha;$$

cette hauteur deviendra h si α est égal à 90 degrés, c'est-à-di[re] que la veine lancée verticalement de bas en haut remontera à la hauteur du niveau du liquide dans le vase.

Et si l'on suppose $\alpha = 0$, c'est-à-dire si la veine est lancée horizontalement, l'équation de la parabole deviendra

$$y = -\frac{x^2}{4h}.$$

On a essayé, et à plusieurs reprises, de vérifier expérimentalement ces diverses conséquences. Dans le cas où la veine est lancée verticalement de bas en haut, elle ne remonte jamais à la hauteur h; mais cela tient à ce que les gouttelettes liquides arrivées au sommet du jet tendent à retomber et détruisent en partie la vitesse ascendante de la colonne totale. Mais à mesure que le jet s'incline jusqu'à devenir horizontal, cette cause perturbatrice diminue et finit par être nulle. Dans ce dernier cas on a

$$\frac{x^2}{4} = -hy;$$

c'est-à-dire qu'en recevant la veine sur un plan horizontal abaissé de $-y$ au-dessous de l'orifice, elle doit le rencontrer à une distance x telle, que $\frac{x^2}{4}$ soit égal au produit de h par y. Bossut a trouvé que cette conséquence se vérifiait pour les diverses valeurs données à h et à y, et que la vitesse calculée ne dépassait que de $\frac{1}{100}$ environ la vitesse observée.

Comme il faut tenir compte de la résistance de l'air, cette différence peut être négligée, et le théorème des vitesses considéré comme justifié.

On a essayé ensuite un autre procédé de vérification beaucoup moins simple, qui consiste à calculer d'une part et à mesurer de l'autre la *dépense*, c'est-à-dire la quantité de liquide qui s'écoule pendant un temps t par un orifice de section connue s. Pour faire la mesure, il n'y a qu'à recueillir et à peser le liquide qui s'écoule; pour calculer la dépense, il faut faire deux hypothèses : 1° que la vitesse est à la sortie égale à $\sqrt{2gh}$; 2° que la veine formerait, si elle continuait de s'écou-

ler avec la même vitesse, un cylindre de section s dont la longueur serait vt, le volume svt et le poids $svtd$, en désignant par d la densité du liquide. Cette dernière hypothèse exigerait que tous les filets liquides fussent à l'orifice dirigés parallèlement et perpendiculairement à la paroi, ce qui est loin d'être démontré. En faisant l'expérience, on a reconnu que la dépense vraie n'est que les 6 dixièmes de la dépense calculée de cette manière.

Or, puisque les expériences de Bossut ont prouvé que la vitesse moyenne de la veine est conforme à la loi de Torricelli, la discordance trouvée entre la dépense calculée et la dépense observée n'infirme en aucune façon cette loi, et ne peut être attribuée qu'à l'inexactitude de la seconde hypothèse que nous avons faite ; il est donc probable que la veine n'est pas un cylindre de section s, mais un cylindre de section plus petite. C'est en effet ce que l'expérience va nous démontrer.

Si tous les filets liquides avaient en sortant la même direction et la même vitesse, la veine devrait aller en se contractant régulièrement et de plus en plus en s'éloignant de l'orifice. En effet, imaginons qu'une tranche, après avoir traversé cet orifice où elle a une vitesse a, s'écoule pendant un temps t ; elle parcourra un espace

$$e = at + \frac{g}{2} t^2;$$

si à ce moment on considère une seconde tranche située à l'orifice même, elle sera à une distance e de la première. Toutes deux vont ensuite, pendant un nouvel intervalle θ, parcourir des espaces e' et e'', et l'on aura pour chacune d'elles

$$e + e' = a(t + \theta) + \frac{g}{2}(t + \theta)^2,$$

$$e'' = a\theta + \frac{g}{2}\theta^2,$$

et leur distance sera devenue

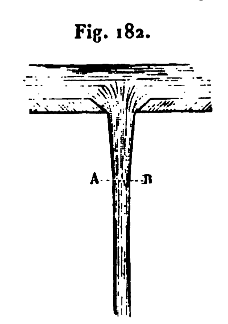
$$e + e' - e'' = at + \frac{gt^2}{2} + gt\theta = e + gt\theta.$$

Cette distance sera donc augmentée proportionnellement à θ,

ce qui veut dire que deux tranches déterminées devront s'écarter progressivement l'une de l'autre pendant la chute, et que la veine devra diminuer régulièrement de section, mais d'une manière qui sera peu sensible, en s'éloignant de l'orifice.

L'expérience prouve que les choses se passent tout autrement. On remarque en effet, à partir de l'origine jusqu'à une distance très-petite de l'ouverture une contraction extrêmement rapide, mais variable avec les charges (*fig.* 182); puis, après avoir offert en ce point un minimum de section AB, la veine continue sa route avec une forme sensiblement cylindrique, comme la loi théorique le prévoit. Il y a donc une contraction anormale. Or on trouve qu'elle diminue la section de la veine dans le rapport moyen de 100 à 62; par conséquent, elle doit diminuer proportionnellement la dépense, ce qui est conforme à l'expérience.

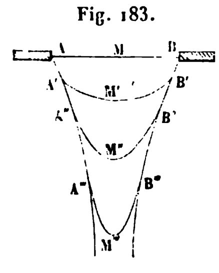
Fig. 182.



On voit donc, premièrement, que le théorème de Torricelli ne règle absolument que la vitesse de la veine liquide, et qu'il est exact; secondement, que la veine, au lieu d'être cylindrique comme on l'avait supposé, éprouve une contraction qui a pour effet de diminuer la dépense. Il nous reste à chercher les causes de cette contraction; on en a donné deux explications que nous allons discuter,

Dans la première on admet que la partie extérieure de la veine, en frottant contre les parois, est ralentie dans sa marche pendant que les molécules centrales se meuvent avec la vitesse calculée. Si les choses se passent ainsi, voici ce qui doit arriver. Au moment où une tranche de molécules se présente pour sortir à travers l'orifice AB (*fig.* 183), celles-ci sont réparties sur une surface plane. Après un temps très-court θ, elles ont parcouru des distances inégales et se trouvent sur une surface A'M'B' de même étendue que AB, mais concave et limitée à un contour A'B' plus étroit. Après un second inter-

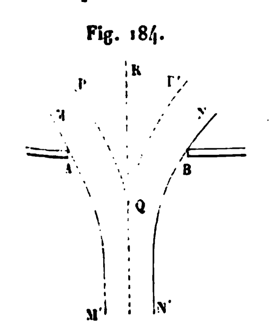
Fig. 183.



valle θ, la différence des chemins parcourus par les molécules centrales et extérieures est devenue plus grande encore, la surface A″M″B″ sur laquelle elles se trouvent est encore plus concave, et leur contour A″B″ est encore plus étroit. Les choses continuent de la même manière pendant un certain temps; mais peu à peu, à cause de l'adhérence des molécules, elles prennent un mouvement commun dans une même tranche, et alors la veine cesse de se contracter pour prendre une section constante ou qui ne varie plus que par l'accélération de la chute. Ce raisonnement est fondé en ce sens que le frottement sur les parois diminue réellement la vitesse sur les bords, mais il ne suffit pas pour expliquer les phénomènes. Si le frottement produisait une plus grande contraction du jet, la vitesse moyenne de la veine serait notablement modifiée, ce qui n'est pas; de plus, toutes les circonstances qui augmentent le frottement devraient diminuer la dépense, et, par conséquent, si l'on adaptait à l'orifice un tuyau d'ajutage ayant exactement la forme de la veine libre, on devrait produire une plus grande diminution de vitesse aux bords, et constater une dépense moindre; or l'expérience prouve que cette dépense n'est pas modifiée. Bien plus, cette dépense augmente beaucoup si l'ajutage est cylindrique, pourvu que la veine y adhère dans toute son étendue et qu'elle coule à *gueule bée;* alors il n'y a point de contraction anormale, bien qu'il y ait plus de frottement.

La seconde explication paraît meilleure. Toutes les molécules placées au-dessus de l'orifice AB (*fig.* 184) doivent se presser à la fois pour s'échapper, mais dans des directions différentes : contre les bords suivant MM′, NN′; au centre suivant RQ, et aux parties intermédiaires dans les directions PQ. La veine serait alors constituée par une enveloppe conique composée de filets convergents qui se réuniraient au point Q et empêcheraient de sortir le liquide intérieur PQP′. Si cette explication est vraie, on voit : 1° que le véritable orifice n'est pas AB, mais la section contractée menée par le

Fig. 184.



point Q, ce qui justifie la correction que l'on a faite à la formule de la dépense; 2° qu'un ajutage moulé sur la veine ne doit rien changer à la direction des jets, ni à la quantité de liquide écoulé, ce qui est vrai; 3° qu'un ajutage cylindrique déterminant par adhérence la formation d'une veine à peu près cylindrique doit rapprocher la théorie de la réalité.

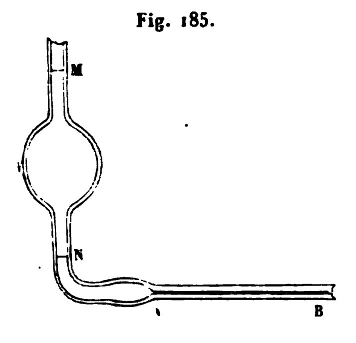
Il ne faudrait pas croire que cette hypothèse puisse tout expliquer. Venturi, ayant adapté à l'orifice du vase un ajutage conique évasé dont l'angle était de 3 degrés, reconnut que non-seulement la dépense réelle devient égale à la dépense théorique, mais qu'elle la dépasse d'un quart. Sans chercher une explication pour rendre compte de ce fait, nous en déduirons au moins cette remarque, que la question qui nous occupe est loin d'être résolue d'une manière complète.

Le problème que nous venons d'étudier est le plus simple de tous ceux que l'on puisse se proposer sur l'écoulement des liquides. Dans l'hydraulique, on est conduit à chercher les lois du mouvement de l'eau dans des tuyaux très-longs plusieurs fois recourbés, et il est évident qne les causes perturbatrices, qui déjà se montraient dans le cas précédent, doivent s'exagérer quand les actions sont plus complexes; et comme elles ne pouvaient point se calculer quand elles étaient les plus simples, il sera encore plus difficile de les étudier théoriquement quand elles s'aggraveront. Aussi l'hydraulique a-t-elle besoin et de la théorie pour se guider et d'expériences pour corriger la théorie. Pour montrer jusqu'à quel degré ces complications peuvent s'élever, je vais étudier l'écoulement à travers un tube capillaire de grande longueur. Si l'on négligeait les frottements, le théorème de Torricelli devrait s'appliquer à ce cas comme à celui des ouvertures larges à mince paroi; on va voir par l'expérience qu'il n'en subsiste plus rien.

***ÉCOULEMENT DANS LES TUYAUX CAPILLAIRES.** — Pour étudier l'écoulement à travers des tubes fins, Poiseuille emploie une ampoule de verre (*fig.* 185) dont la capacité est mesurée avec soin, entre deux traits M et N. Elle se raccorde par le bas avec le tube capillaire AB, dont la longueur et le diamètre ont été déterminés à l'avance. On aspire de l'eau jusqu'au-dessus du trait M, puis on joint l'appareil avec des réservoirs

d'air comprimé, dans lesquels la pression reste constante et se mesure au moyen de manomètres. Quand cette pression se fait sentir sur le liquide, elle le chasse à travers le tube AB, et l'on voit le niveau descendre du trait M au trait N. Le temps qui s'écoule entre les deux passages est celui qui est nécessaire pour faire écouler la quantité constante de liquide qui remplissait l'espace MN. Les lois qu'on observe sont parfaitement régulières.

Fig. 185.



On trouve d'abord que les temps de l'écoulement sont en raison inverse des pressions exercées. Voici un exemple qui montrera l'exactitude de cette loi.

Longueur du tube, $75^{mm};8$; diamètre, $0^{mm},142$.

	Temps observé.	Temps calculé.
mm	s	s
51,068	20085,0	19835,0
77,764	10361,0	Admis.
147,852	6831,0	6851,9
193,632	5233,0	5231,2
387,675	2612,5	2612,8
738,715	1372,5	1371,2
774,636	1308,0	1307,6

Si les temps nécessaires pour l'écoulement d'une même quantité de liquide sont en raison inverse des pressions, on en déduit que la quantité de liquide qui coulera pendant le même temps variera proportionnellement à la pression et non pas proportionnellement à la racine carrée de cette pression, comme l'indique la loi de Torricelli.

On fait ensuite l'épreuve avec des longueurs inégales du tube : elles laissent passer dans le même temps des quantités de liquide qui sont en raison inverse de la longueur. Toutefois, cette loi ne commence à être exacte qu'à partir d'une longueur limite.

Enfin la dépense est proportionnelle à la quatrième puissance du diamètre. On a donc, en résumant ces diverses lois, et appelant Q le nombre de millimètres cubes de liquide écoulé pendant une seconde,

$$Q = K \frac{HD^4}{L}.$$

Pour l'eau, $K = 2495^{\text{mmc}},22$ quand H est exprimé en millimètres de mercure.

K représente un coefficient de dépense qui est constant pour une même substance prise à la même température; mais il varie considérablement quand le liquide, sans changer de nature, est plus ou moins échauffé, et il varie aussi avec la substance elle-même. C'est ce que prouvent les nombres suivants obtenus par Girard; ils donnent les temps de l'écoulement d'un même volume de liquide à travers un même tube sous même pression.

	Température.	Temps de l'écoulement.
Eau	0°	1036^{s}
	60	906
Alcool à 30°	0	2750
	59	763
Essence de térébenthine	19	13315
	53	830
Eau sucrée $\frac{1}{6}$	8	1171
	80	312
Id. $\frac{1}{3}$	3	1947
	60	548
Chlorure de sodium $\frac{1}{3}$	3	1337
	60	443
Sulfate de soude $\frac{1}{3}$	20	872
	65	371
Azotate de potasse $\frac{1}{3}$	0	681
	60	310

Nous pouvons comparer maintenant le théorème de Torricelli aux dernières lois que nous venons d'exposer. Il exprime les conditions de l'écoulement des liquides quand on les considère comme des fluides parfaits, qu'on néglige les influences perturbatrices et qu'on les dégage de toute adhérence avec

les solides qu'ils frottent. Les expériences dans les tubes capillaires, au contraire, représentent le cas où l'adhérence avec les solides s'étend à la masse entière de la veine et se produit sur une grande longueur; alors les lois de l'écoulement sont entièrement transformées. Elles ne sont plus simplement une fonction de la pression; elles dépendent en outre de la longueur et du diamètre du tube; elles varient avec la température et avec la nature du liquide, c'est-à-dire avec toutes les circonstances qui peuvent faire varier cette force inconnue qui s'exerce entre le corps liquide et le solide dans lequel il coule. C'est à ce point de vue que ces expériences doivent intéresser les physiciens et aussi les géomètres, car la simplicité des lois qui les règlent pourrait devenir un élément dont on partirait pour obtenir des notions exactes sur les actions moléculaires. Entre ces deux cas extrêmes, représentés par le théorème de Torricelli d'une part et par l'écoulement dans les tubes capillaires de l'autre, se placent les mouvements dans les tuyaux de conduite, où l'on voit intervenir à la fois et les lois mécaniques du mouvement dans les liquides et les perturbations résultant des forces moléculaires. De là des problèmes complexes qui ne seront résolus que quand nous pourrons calculer ces perturbations que l'on se contente aujourd'hui de représenter empiriquement en vue des applications dont on a besoin.

* **CONSTITUTION DE LA VEINE LIQUIDE.** — Revenons maintenant à la veine liquide pour en étudier plus complétement la constitution. Supposons qu'elle soit lancée de haut en bas, et examinons les phénomènes dont elle est le siége. A partir de la section contractée, elle est d'abord limpide comme une tige de cristal, sa forme est celle d'un cylindre ou plutôt d'un cône très-aigu. Elle arrive bientôt à un point, où elle change complétement d'aspect : elle devient trouble, plus grosse et semble être bosselée : tout indique qu'elle cesse d'être continue, et c'est ce que nous allons d'abord prouver. Prenons une feuille de carton, tenons-la horizontalement et faisons-la mouvoir rapidement, de manière à couper normalement la veine trouble; nous verrons ensuite sur le carton, non une trace mouillée continue, mais seulement quelques taches séparées. La veine est donc formée par une pluie de gouttes liquides

qui se poursuivent, mais ne se touchent pas, et dont quelques-unes rencontrent la feuille de carton dans son passage. Une seconde preuve de ce fait se tire de l'observation d'une veine de mercure qui intercepte la lumière comme un filet opaque à sa partie supérieure, mais qui permet de lire à travers sa portion inférieure; celle-ci est donc discontinue.

Éclairons ensuite une veine descendante avec un faisceau solaire; plaçons derrière elle un écran noir, pour la voir se détacher plus nettement sur le fond, et en la regardant attentivement, nous verrons la partie trouble renflée de distance en distance (*fig.* 186). Entre ces *ventres* successifs qui paraissent immobiles, nous distinguerons des étranglements qui les réunissent et que l'on nomme des *nœuds*. Les ventres paraissent lamelleux, comme s'ils étaient formés de plaques imbriquées, et il semble qu'un canal continu s'étende dans l'axe de la veine de haut en bas. Cette apparence singulière n'est évidemment qu'une illusion d'optique dont il faut chercher la cause.

Fig. 186.

Remarquons d'abord que les gouttes successives dont le jet se compose passant l'une après l'autre devant nos yeux avec une grande vitesse, chacune d'elles doit infailliblement produire l'impression d'une traînée lumineuse verticale, par la même cause qui fait qu'un charbon rouge tournant avec rapidité nous montre un cercle rouge. Aussitôt qu'une goutte a passé, une autre la remplace, et la traînée lumineuse se perpétue, dessinant sur le fond noir de l'écran l'enveloppe des positions occupées successivement par toutes les gouttes. Si nous distinguons des étranglements et des ventres le long de la veine, c'est sans doute parce que ces gouttes s'allongent et s'aplatissent alternativement pendant qu'elles tombent. Pour nous en assurer, il faut chercher un procédé pour voir la veine comme si elle était immobile.

Il y a pour cela plusieurs moyens très-simples : le premier consiste à employer un carton circulaire que l'on fait tourner très-rapidement autour de son centre et qui est percé de fentes rayonnantes étroites comme le carton du phénakisticope. On

vis-à-vis la veine, on interpose le carton entre l'œil et le jet, puis on le fait tourner. Aussitôt qu'une fente passe devant l'œil, on voit chaque goutte de la veine dans la position qu'elle occupe; mais on la voit pendant un temps si court, qu'elle ne change sensiblement ni de position ni de forme pendant ce temps. Quand une seconde fente passe, on revoit le phénomène, et si la vitesse est convenable, on revoit d'autres gouttes qui ont succédé aux premières et les ont remplacées dans les mêmes positions. On reçoit ainsi des impressions séparées, mais identiques, et qui donnent une vue persistante de la veine telle qu'elle est constituée aux moments très-courts pendant lesquels elle est aperçue. Le deuxième moyen est plus simple encore : il consiste à opérer dans l'obscurité et à éclairer avec une étincelle électrique, qui ne dure qu'un instant et qui montre la veine pendant si peu de temps, qu'elle semble immobile; mais l'impression reçue par l'œil persiste assez longtemps pour que tous les détails du jet soient nettement saisis. J'omets d'autres procédés qui sont plus complexes.

Par ces diverses méthodes, on réussit donc à voir se dessiner la veine telle qu'elle est constituée à un instant donné et dans un état d'immobilité complète. On y découvre alors des gouttes distinctes (*fig.* 187), ce que nous savions déjà, et qui sont de deux espèces : les unes très-petites, ce sont elles qui produisent l'apparence du canal intérieur; les autres beaucoup plus grosses, qui alternent avec les premières, qui sont régulièrement espacées et, chose remarquable, qui ont la forme d'ellipsoïdes de révolution, aplatis ou allongés suivant le lieu qu'ils occupent. Voici comment ils se succèdent. A une hauteur déterminée se voit une goutte aplatie n° 1; en descendant on trouve les globules, n° 2 moins plat, n° 3 sphérique, longé, et enfin le n° 5 qui offre le maximum d'allonge- après quoi, et en descendant encore, on repasse inver- it par les mêmes formes jusqu'au n° 9, et le reste de la

veine est composé comme cette première partie. A mesur qu'ils tombent, ces globules se succèdent aux mêmes place et y prennent toujours les mêmes formes, et il est éviden que ces formes expliquent l'apparence de la veine, puisqu son contour est l'enveloppe des points occupés successive ment par les diamètres horizontaux des gouttes. Il y a don des ventres aux lieux où sont les aplatissements et des nœud où se placent les allongements.

Il reste à se demander comment se forment ces gouttes Savart avait disposé un réservoir avec un tube d'écoulemen muni d'un robinet; en l'ouvrant très-peu pour laisser tombe le liquide goutte à goutte, il voyait l'eau s'amasser à l'orifice s'allonger en larme et se détacher; mais comme cette goutt tend à reprendre la forme sphérique, elle oscille en tombant e passe alternativement de la forme allongée à la forme aplatie Chacune de ces gouttes était immédiatement suivie d'une autr petite, et l'on avait, par la succession de ces mêmes effets une véritable veine trouble dès son origine.

M. Plateau vient de compléter cette explication en partan de ses expériences sur l'équilibre des liquides sans pesanteur Quand on forme dans l'eau alcoolique un cylindre d'huil très-long par rapport à son diamètre, il devient instable, et i s'y produit une transformation spontanée : on voit des étran glements se former dans toute la longueur, puis aussitôt l masse se diviser, chaque étranglement produire une petit sphère, chaque ventre en donner une grosse, et le tout se ré soudre en une série de grosses gouttes séparées par une séri de petites, absolument comme on les observe dans la vein trouble. C'est que la veine liquide, constituant une figur très-allongée, doit éprouver cette même transformation, mai comme chaque portion qui se convertit graduellement e sphère est emportée pendant ce temps par le mouvement d liquide, elle n'arrive à l'état de masse isolée qu'à une asse grande distance de l'orifice; jusque-là, la veine est continue et plus loin elle se trouble. M. Plateau déduit également d sa théorie l'explication d'autres faits qui s'observent sur l veine, et dont le plus frappant est, sans doute, cette circon stance qu'une goutte est alternativement allongée ou aplati en passant dans un nœud ou dans un ventre, qu'elle change pé

riodiquement de forme dans sa chute, c'est en un mot qu'elle est en vibration. Cette circonstance devait moins qu'une autre échapper à Savart. En plaçant l'oreille près de la veine, il l'entendit rendre un son très-grave : en la recevant sur un tambour, il le renforça, et l'idée lui vint qu'on pourrait éteindre les vibrations et faire disparaître les nœuds et les ventres en soustrayant l'appareil à toute cause de vibration. Il suspendit le réservoir d'eau sur des coussins de drap et reçut la veine sur une grosse planche posée obliquement. Alors tout changea d'aspect. Il y avait encore une veine limpide suivie d'une veine trouble; mais celle-ci commençait plus bas et n'avait que des bosselures irrégulières, sans étranglements ou renflements. On pouvait reproduire les nœuds et les ventres et même les exagérer par un procédé singulier. On sait que les mouvements vibratoires se transmettent d'un corps sonore à un autre au moyen de l'air, et que si l'on fait résonner un violon dans une salle, un autre violon placé loin de lui produit à l'instant la même note, recevant et rendant à la fois la vibration qui lui a été transmise; or la veine étant un instrument sonore, elle devait vibrer elle-même quand on produisait à distance la note qu'elle fait entendre : c'est ce qui arriva. Quand elle était amenée à cet état irrégulier dont nous venons de parler, on produisait sa note au moyen d'un violon, et l'on voyait aussitôt des nœuds se former avec une remarquable régularité, ils étaient longs et minces; des ventres se développaient en même temps, et ils étaient plus larges et plus fixes. Quand le violon se taisait, tout disparaissait; quand il recommençait à parler, les divisions se reformaient, et si l'on donnait successivement de petits coups d'archet distincts, on avait à chaque fois des mouvements correspondants dans la veine.

C'est à Savart que l'on doit les intéressantes études que je viens de résumer dans leur ensemble. On voit qu'il a démontré : 1° que la veine devient discontinue, ce qui explique pourquoi elle devient trouble; 2° que les gouttes s'allongent et s'aplatissent alternativement, d'où l'on conclut l'apparence extérieure du jet; 3° que les vibrations des globules peuvent être éteintes ou exagérées si on les soustrait ou qu'on les soumette à l'influence de vibrations communiquées. Ce travail est un exemple remarquable où l'on voit une série logique

d'expériences analysant et expliquant tour à tour toutes les circonstances d'un phénomène complexe. Je ne dirai qu'un mot d'un autre genre de recherches qui se rapportent au même sujet et qu'on doit au même savant.

Si l'on fait tomber une veine sur un petit plan circulaire posé horizontalement sous l'orifice, elle ne se réfléchit pas sur ce plan, mais elle s'y étale, et, continuant son mouvement au delà, elle forme une large surface mince et lisse sur laquelle on distingue seulement quelques stries rayonnantes (*fig* 188). A une certaine distance, cette nappe se trouble, se frange d'une

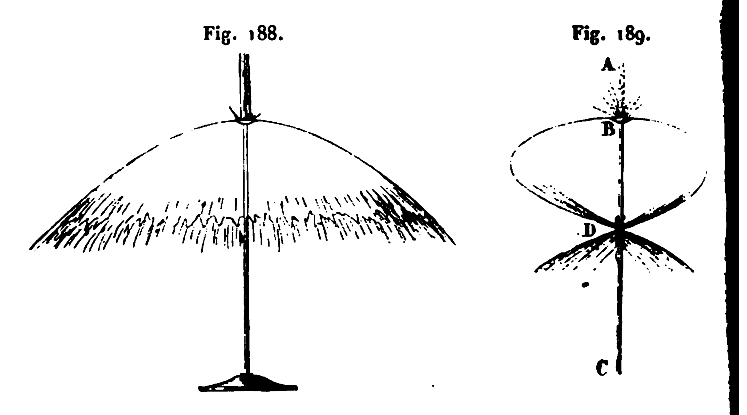


Fig. 188. Fig. 189.

auréole bosselée, puis celle-ci se résout en gouttelettes qui se projettent au loin. Cet aspect se transforme quand la vitesse d'écoulement diminue : la nappe se courbe, puis se ferme et diminue d'étendue (*fig* 189). Tous ces phénomènes ont leurs lois que nous n'étudierons pas; mais il y a une conséquence que nous voulons en déduire : ils donnent la preuve d'une adhérence manifeste entre les solides et les liquides en mouvement.

Nous terminons ce Chapitre par la description de quelques appareils fondés sur les pressions des liquides et des gaz.

LIQUIDES ET GAZ SUPERPOSÉS. — Quand un gaz est superposé à un liquide, il exerce une pression qui se transmet dans toute la masse de ce liquide et sur tous les éléments des parois du vase jusqu'au fond. Quand, inversement, c'est un liquide qui est superposé à un gaz, le même effet se produit; chaque élément pris dans le gaz reçoit la pression exercée par le liquide.

ce fait général il faut ajouter une remarque importante : c'est que dans le premier cas le liquide étant lui-même pesant, chaque tranche supérieure comprime les inférieures, et aux pressions qui résultent du gaz superposé s'ajoutent celles que la pesanteur détermine dans le liquide. La somme va donc en augmentant de haut en bas. Il n'en est pas de même quand c'est le gaz qui reçoit la pression d'un liquide; il la transmet purement et simplement dans tous les sens et sans rien y ajouter. Cette remarque expliquera certains appareils que nous allons décrire.

Fig. 190.

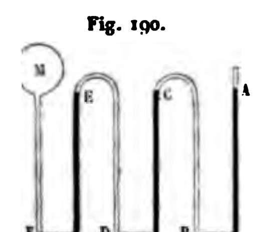
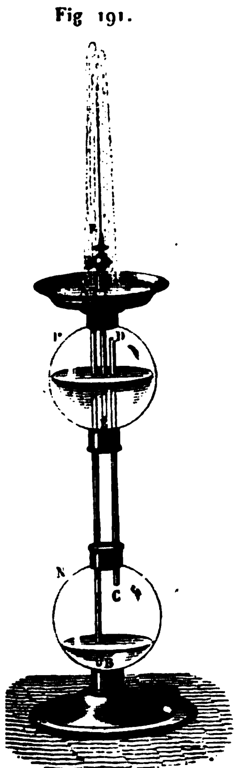


Fig 191.

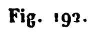


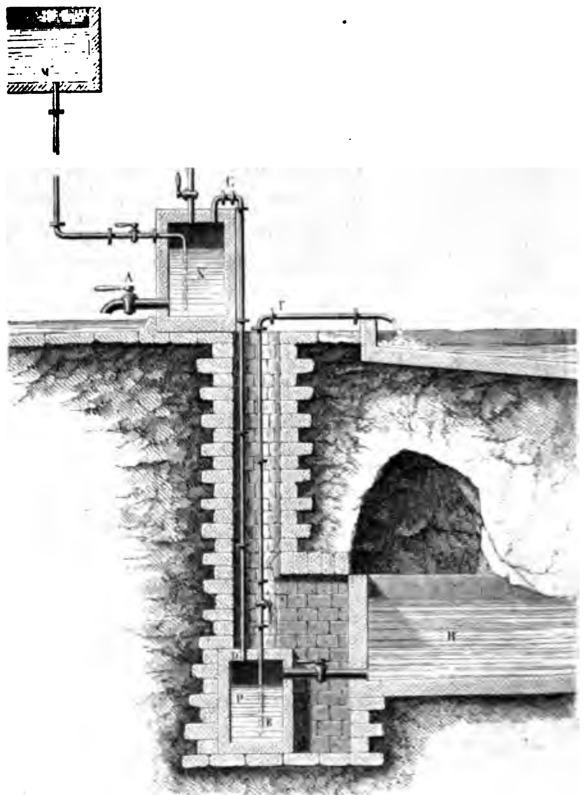
Concevons, par exemple, une série de tubes recourbés ABCDEF (*fig.* 190) contenant des colonnes de mercure AB, CD, EF, et de l'air dans toutes les autres parties. Nous voulons chercher la pression dans chacun de ces espaces et dans le vase final M. De A en B, la pression augmente dans le mercure jusqu'à être représentée par le poids de la hauteur h; elle se transmet par la surface B dans tout l'espace BC rempli de gaz, sans diminuer ni augmenter, et elle vient s'exercer en C absolument comme si la colonne AB y était directement placée. A partir de ce point jusqu'en D, la pression augmente et devient $2h$, puis se transmet en E sans altération, par l'intermédiaire du gaz, et enfin de E en F elle devient $3h$. Ainsi la pression dans l'espace M est égale à la somme des hauteurs de mercure, absolument comme si elles étaient superposées.

FONTAINE DE HÉRON. — La fontaine de Héron (*fig.* 191) n'est qu'une application particulière de cette

loi de transmission. Soit A un bassin plein d'eau, prolongé par un tube AB jusqu'à une capacité N pleine d'air. Le liquide transmet en N la pression atmosphérique augmentée d'une colonne d'eau égale à la différence de niveau AB. Le gaz qui remplit l'espace N transmet cette pression par le conduit CD jusque sur le liquide que contient un troisième espace P. Ainsi il y a la même pression en P qu'en N, et si un tube EF s'élève à partir de P, on verra le liquide y monter d'une hauteur égale à AB, ou bien, si ce tube est coupé en F, l'eau jaillira.

Supposons, par exemple, que le vase N soit situé au niveau du sol (*fig.* 192), qu'il reçoive de l'eau provenant d'une source


Fig. 192.



très-élevée M et que le réservoir P soit placé au fond d'une

pression qui sera transmise par le tube CD sur le l'eau dans P sera égale au poids de l'atmosphère de MN, et elle fera monter l'eau au-dessus de P par ' jusqu'à une hauteur égale à MN. Cette eau pourra :r sur le sol, pourvu que la profondeur de la mine s égale à MN. En laissant continuer l'écoulement, le N s'emplira d'eau et P s'emplira d'air. Quand cela on ouvrira le vase N pour le vider, et P pour le remprise en B au fond de la mine. Les choses se retrous leur état primitif, et l'on recommencera l'épuiset la machine de Schemnitz.

ı second appareil qui fonctionne d'après la même

INTERMITTENTE. — Un réservoir que l'on peut emplir 'mer ensuite par un bouchon K (*fig.* 193) se termine inférieure par plusieurs petites ouvertures A, B. Un ui débouche en *p* à la partie supérieure du vase, sert à le supporter dans une cuvette MN, et son extrémité inférieure P s'ouvre à une très-petite distance du fond de la cuvette. Il est clair que la pression de l'atmosphère se transmet par l'intérieur de cette colonne et vient s'exercer sur CD. De CD en AB, cette pression s'augmente du poids de la colonne CA. Par suite, l'eau tend à sortir par les tubes A et B avec une force égale à la pression atmosphérique augmentée de CA; comme elle est poussée de dehors en dedans par l'atmosphère seulement, elle sortira avec un excès de pression me-A. Mais l'eau tombant dans le bassin MN s'y accuentôt s'élève jusqu'à l'ouverture P qu'elle bouche; ent, la pression atmosphérique cesse de s'exercer onne et sur CD, et comme l'eau continue de s'écou-

ig. 193.

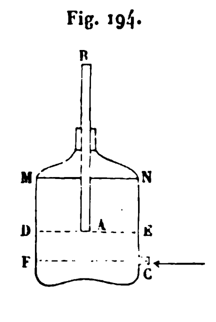


ler, l'espace occupé par l'air augmente; sa pression
et l'on voit le niveau s'élever peu à peu dans le
qu'en E. Alors la pression en ce point est H — PE
la pression atmosphérique); elle est la même sur CI
elle est représentée par H — PE + CA. Quand PE es
égal à CA, le liquide reçoit en A la pression de l'atı
du dehors en dedans et du dedans au dehors. Alors
ment cesse.

Il y a au bassin un tube d'écoulement, mais qui déb
d'eau que les ouvertures A et B; peu à peu cepen
s'écoule, fait baisser le niveau dans MN jusqu'au-d
l'ouverture P. Alors l'air atmosphérique y pénètre,
dans le tube, y rétablit la pression initiale, et l'appare
à son état primitif, reproduit les mêmes actions, c'est-
l'eau recommence à couler par les ouvertures A et
ce qu'une seconde occlusion de l'orifice P vienne l'

VASE DE MARIOTTE. — Le vase de Mariotte est un a
reil qui trouve quelquefois son emploi et qui s'ex
même. C'est un flacon contenant de l'eau et surm
bouchon dans lequel passe un tube AB (*fig.* 194); il
en C d'un orifice latéral étroit. Si au commencement
rience le liquide est au niveau commun MN dans le va
le tube, la pression est égale à celle de l'atmosphère
veau, et sur la couche FC elle est augmentée de la ha

Fig. 194.



Le liquide s'écoulera donc par l
avec un excès de pression mesur
Mais aussitôt qu'il commencera
l'espace occupé par l'air augmente
flacon et la pression diminuera;
donc le niveau baisser de plus en
le tube AB et arriver à l'extrémité

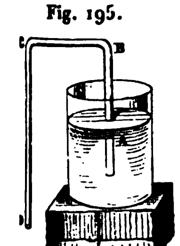
Jusque-là, la pression intérieur
nué progressivement et l'écoulen
fait en se ralentissant peu à peu; m
tôt qu'on atteint cette limite, l'actio
En effet, quand une nouvelle quantité de liquide s'
la pression continuera à diminuer dans le flacon, et
le niveau dans le tube tendra à baisser encore : on

ulle d'air descendre de A en prolongeant le canal et baisser e plus en plus; bientôt elle se contournera et remontera ans le flacon pour rejoindre l'air qu'il contient déjà: elle sera uivie d'une seconde et d'une troisième, etc. A partir de ce ioment, il y a deux phénomènes distincts : un écoulement ontinu de liquide qui tend à diminuer la pression intérieure, t une rentrée continue de gaz qui tend à l'augmenter. Pendant ce temps la couche DE est à la pression de l'atmosphère ans toute son étendue; la pression en CF est celle de l'atmosphère augmentée de la hauteur EC, et l'écoulement du liquide e fait comme si le niveau dans le flacon demeurait constamment fixé en DE; cet écoulement sera rapide si la hauteur CE st grande, et sa vitesse diminuera si C se rapproche de E.

Pour résumer, désignons par H la pression de l'atmosphère n A : c'est la pression de la couche DE tout entière. Celle qui exerce sur FC est H + EC, et la différence des pressions intérieure et extérieure est égale à EC; elle peut être positive, nulle u négative si C est au-dessous de E, ou confondu avec E, ou lacé au-dessus de lui. La pression sur MN est H — NE : c'est elle de l'air confiné.

SIPHON. — Comme dernier exemple de ces sortes d'actions, ous citerons le siphon (*fig.* 195); c'est un tube à deux courbures ABCD et dont les deux branches AB et CD ont des longueurs inégales h et h'. Il est préalablement rempli d'eau. Plongé en A dans un vase contenant le même liquide, son autre extrémité D s'ouvre librement dans l'air. Les choses étant dans cet état, la pression atmosphérique s'exerce en A et tend à faire monter le liquide dans AB; au point B elle est H — h et dirigée de A en B. D'un autre côté, la pression qui chasse le liquide de B en C est H — h' au point C. Ainsi sur le même niveau BC, deux pressions inégales chassent le liquide n sens inverse et leur différence est H — h — (H — h'), ou h' — h agissant de B vers C.

Fig. 195.



Si h' est $> h$, l'eau coulera et tombera par l'orifice D avec une vitesse constante si les niveaux ne changent pas. Quand

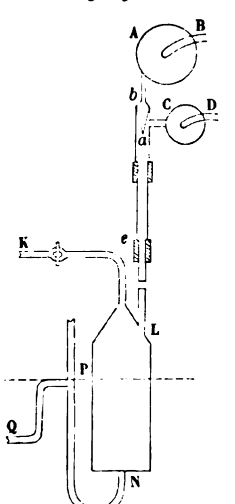
$h = h'$ l'équilibre aura lieu, et enfin si l'on suppose $h' < h$, le liquide contenu dans le siphon rentrera dans le vase.

Il est d'ailleurs évident que si BC se trouvait à une hauteur plus grande que H au-dessus de l'un ou de l'autre des niveaux, la pression atmosphérique ne pourrait plus y amener les liquides, il se ferait un vide barométrique en haut du siphon et il ne fonctionnerait plus. Le même effet aurait lieu dans le vide. On remarquera encore que l'écoulement ne sera pas constant si le siphon est fixe, car le niveau baissera peu à peu dans le vase, puisqu'il se vide; mais si le siphon était flottant sur le liquide, il baisserait avec lui, et les pressions restant constantes ainsi que les hauteurs des branches, l'écoulement conserverait la même rapidité pendant toute l'opération.

Beaucoup d'autres machines sont fondées sur ces actions des liquides et des gaz. Nous donnerons seulement la description de la trompe.

TROMPE. — On appelle ainsi une machine soufflante qui peut aussi être disposée de manière à produire le vide. La *fig.* 196 donne le détail de la partie supérieure de l'instrument. A représente la boîte à air aspiré; l'air y est amené par le tube B. L'eau arrive dans la boîte à eau C au moyen du tube D, puis va couler autour de l'ouverture *a* du cône *ba*, en entraînant dans son mouvement l'air de la boîte A. On a donc un mélange d'air et d'eau qui parcourt constamment le tube vertical *be*.

Fig. 196.



Ce mélange arrive dans le réservoir inférieur LN où s'opère la séparation. L'air se loge dans le haut du réservoir et y prend une pression supérieure à la pression atmosphérique. L'eau employée s'écoule par le tube NPQ. Le tube K sert à l'écoulement du gaz, qui se fait avec une très-grande régularité.

Si l'orifice K est fermé, l'air s'accumule dans le réservoir et la pression augmente. On peut, au contraire, se servir de la trompe comme machine pneumatique;

l suffit de mettre le récipient en communication avec le .ube B.

On peut remplacer l'eau par le mercure. La hauteur de l'appareil est, par suite, considérablement diminuée, et il est possible d'opérer sur des gaz parfaitement secs. C'est alors la machine de Sprengel, avec laquelle on peut faire le vide à moins de $\frac{1}{10}$ de millimètre.

ÉLECTRICITÉ STATIQUE.

VINGTIÈME LEÇON.

PHÉNOMÈNES GÉNÉRAUX DE L'ÉLECTRICITÉ.

Distinction des corps conducteurs et des corps non conducteurs. — Distinction des deux espèces d'électricité. — Séparation des deux électricités par le frottement. — Hypothèse des fluides électriques.

Après avoir reconnu et analysé les effets mécaniques que les corps exercent dans leur état naturel et sous l'influence de leurs actions mutuelles, nous arrivons à commencer l'étude de certaines propriétés spéciales que la matière peut prendre ou perdre sans se modifier intimement et dont la cause paraît résider dans un principe nouveau. Les anciens savaient qu'en frottant l'ambre jaune avec une étoffe de laine, on lui donne la propriété d'attirer les corps légers : c'est là tout ce qu'ils nous ont légué de connaissances sur un sujet qui devait prendre dans la suite d'immenses développements, et c'est tout ce que l'on en a su jusqu'au XVIe siècle, où Gilbert, en répétant la même expérience avec le verre, le soufre, la gomme laque, etc., fit voir que cette vertu attractive, loin d'appartenir exclusivement à quelques substances exceptionnelles, peut, au contraire, se communiquer à une classe très-nombreuse de corps, et constitue une propriété générale qui mérite une étude suivie. C'est cette étude que nous commençons aujourd'hui.

PHÉNOMÈNES GÉNÉRAUX. — On prend un gros bâton de verre, ou de cire d'Espagne, ou de gomme laque, ou de soufre; on le saisit d'une main par l'une de ses extrémités et on le frotte

vement dans toute sa longueur avec une étoffe de laine ou ne peau de chat; on l'approche ensuite d'une table sur la-uelle ont été déposés de la sciure de bois, ou des barbes de lumes, ou en général des fragments déliés de corps légers, et n les voit s'envoler d'abord vers le cylindre frotté qui les ttire, puis se disperser ensuite dans toutes les directions, par 'effet d'une répulsion qui, après le contact, succède immédia-ement à l'attraction.

Quand, au lieu de présenter le bâton frotté à des corps légers, l'opérateur l'approche de sa joue sans la toucher, il éprouve un chatouillement comparable à celui que cause une toile d'araignée. Si le bâton a de grandes dimensions et qu'il ait été frotté pendant longtemps, ces impressions s'exagèrent; on sent une série de picotements douloureux, on entend une suite de décrépitations, et l'on voit dans l'obscurité de nombreuses étincelles lumineuses éclater entre les organes et les parties du bâton qui les viennent approcher; après quoi ces parties ont perdu les propriétés qu'elles avaient reçues par le frottement et se retrouvent à leur état naturel.

En considérant ces manifestations dans leur ensemble, on est amené à une première remarque générale, c'est que les corps ont acquis ici des propriétés qui ne ressemblent en rien à celles qui ont été jusqu'à présent étudiées; ils les gagnent par le frottement, ils les perdent par le contact avec nos organes ou avec d'autres objets naturels; et pendant qu'ils les possèdent, ils affectent un mode particulier d'existence : on dit qu'ils sont alors *électrisés*, et l'on nomme *électricité* la cause qui développe ces phénomènes. Il convient de faire observer que ces mots ne sont point une explication, qu'ils ne sont créés et ne seront employés jusqu'à nouvel ordre que pour exprimer un état nouveau de la matière et la cause absolument inconnue de cet état.

Aussitôt que l'on eut commencé ces études, on put remarquer que s'il existe un certain nombre de substances qui peuvent s'électriser, on trouve une catégorie plus nombreuse encore de corps incapables de recevoir cette propriété nouvelle par le frottement : de ce nombre sont les métaux, les pierres, les organes des animaux et des végétaux. On crut dès lors devoir partager les corps en deux grandes classes compre-

nant, la première, ceux qui sont électrisables, et on les appela *idio-électriques;* la deuxième, ceux qui ne s'électrisent point directement quand on les frotte, ils furent nommés *anélectriques*. Cette distinction, qui rappelait un fait général, était très-naturelle; mais, ainsi qu'on va le voir, on découvrit bientôt la cause de ces différences qui ne sont point aussi essentielles qu'elles paraissaient l'être.

DISTINCTION DES CORPS CONDUCTEURS ET DES CORPS NON CONDUCTEURS. — En 1727, le physicien Gray électrisait un tube de verre creux qu'il avait fermé par un bouchon de liége, et il vit ce bouchon prendre la propriété d'attirer les corps légers toutes les fois que l'on frottait le tube, bien qu'il fût incapable d'acquérir cette propriété quand on le frottait directement; on fut donc conduit à admettre qu'il prenait et gardait ensuite la vertu électrique, la recevant du verre par communication. Voulant étendre ces résultats, Gray attacha au bouchon une corde de chanvre dont la longueur était de 233 mètres; il la tendit horizontalement en la soutenant par des *rubans de soie* qui la suspendaient au plafond de la salle, et toutes les fois qu'il frottait le tube de verre, il voyait l'attraction électrique s'exercer dans toute l'étendue de la corde, jusqu'à son extrémité la plus éloignée. La première conséquence qui ressort de cette expérience capitale, c'est que l'électricité se transmet par la corde jusqu'à des distances quelconques, et c'est ce qu'on exprime en disant que le chanvre est *conducteur* de l'électricité. Il y a, en second lieu, à énoncer une seconde conclusion qui n'est pas moins évidente, c'est que les rubans de soie qui soutenaient la corde empêchaient cette électricité de s'échapper: autrement elle eût été transmise au plafond pour de là se perdre en se disséminant dans toutes les directions. Un accident qui survint acheva de compléter cette observation : un des rubans de soie se rompit, on le remplaça par un fil de laiton, et après cette substitution, la corde cessa de manifester des attractions. C'est que ce laiton offrait une issue par où l'électricité se perdait à mesure qu'elle arrivait à la corde. S'il y a des corps qui transmettent l'électricité, comme le chanvre et les métaux, il y en a donc aussi qui ne la *conduisent* pas ou qui sont *isolants :* c'est le cas de la soie, du verre, du soufre, etc.

En faisant la liste des corps conducteurs, on reconnut bientôt qu'elle comprend tous les anélectriques, et l'on trouva d'un autre côté que toutes les substances idio-électriques sont isolantes. En y réfléchissant, on reconnaît aisément qu'il ne peut en être autrement : pour qu'un corps puisse acquérir de l'électricité, il faut, en effet, non-seulement qu'elle y soit développée pendant le frottement, mais il est encore nécessaire qu'elle y demeure et ne se dissipe point pendant le temps qu'on la produit; d'où il suit que les idio-électriques doivent être nécessairement mauvais conducteurs. Mais il en est tout autrement des corps qui conduisent l'électricité, car toute celle qui pourrait se développer sur eux serait immédiatement transmise à la main qui les tient, et se répandrait dans la terre pour s'y perdre; de là vient que si ces corps ne montrent point d'électricité quand on les a frottés, cela ne prouve que leur impuissance à la garder, et pour savoir s'ils sont réellement aptes à la produire, il est nécessaire de les isoler de la main en les soutenant par un manche de verre. En prenant cette précaution, tous les corps s'électrisent également bien, qu'ils soient ou non conducteurs, quand on les frappe avec une étoffe de laine. En résumé, il n'y a point de corps anélectriques, toutes les substances peuvent être électrisées; mais il y a des corps isolants ou conducteurs, c'est-à-dire qui gardent ou perdent la vertu électrique qu'ils reçoivent quand on les frotte.

La faculté de conduire l'électricité n'est point une propriété dont les corps soient absolument doués ou absolument dépourvus; on peut dire qu'ils la possèdent tous, mais à des degrés extrêmement divers, et on peut les ranger dans une série à peu près continue, par ordre de conductibilité décroissante, depuis ceux où elle est la plus grande et qui sont les meilleurs conducteurs, jusqu'à d'autres où elle n'est plus sensible et qui sont les substances isolantes. C'est ainsi qu'on a dressé le tableau qu'on va lire; on verra que généralement la faculté conductrice est une propriété inhérente à la nature même des corps; mais cela n'est point absolu et l'état moléculaire a ici une influence notable. C'est ainsi que le soufre et le verre, isolants quand ils sont pris en gros fragments, deviennent conducteurs lorsqu'ils sont en poudre. Le charbon de bois et le diamant isolent, mais l'anthracite, le charbon calciné et celui

des cornues à gaz sont de bons conducteurs. L'eau et sa vapeur conduisent, tandis que la glace à une basse température ne le fait plus. Ajoutons encore que la plupart des corps deviennent conducteurs à la température rouge; tels sont au moins le verre, les cristaux, les gaz, les flammes, etc.

Liste de diverses substances par ordre de conductibilité décroissante.

CONDUCTEURS.

Métaux.	Végétaux.
Charbon calciné.	Animaux.
Plombagine.	Flamme.
Acides.	Vapeur d'eau.
Solutions salines.	Air raréfié.
Minerais métalliques.	Verre pulvérisé.
Eau.	Fleur de soufre.

ISOLANTS.

Glace.	Soie.
Phosphore.	Diamant.
Chaux.	Mica.
Craie.	Verre.
Lycopode.	Jais.
Caoutchouc.	Cire.
Camphre.	Huiles fixes.
Marbre.	Essence de térébenthine.
Porcelaine.	Sulfure de carboné.
Bois sec et chauffé.	Gutta-percha.
Air et gaz secs.	Soufre.
Papier sec.	Résines.
Plumes.	Ambre.
Cheveux, laine.	Gomme laque.

Ces notions sur la conductibilité des corps vont nous conduire à quelques conséquences. Si nous touchons avec la main ou avec un conducteur communiquant au sol un point d'un corps électrisé, ce point cède, sous la forme d'une étincelle, l'électricité qu'il avait, elle chemine le long du conduit qui lui est offert et arrive dans le sol où elle se distribue; là elle cesse d'être sensible, puisqu'elle se répand sur l'immense étendue de la terre : c'est pour cette raison que l'on donne à la terre le

nom de *réservoir commun*. C'est en établissant cette communication que l'on enlève l'électricité des points que l'on touche et qu'on les ramène à l'état naturel, et c'est ce qu'on appelle les *décharger*.

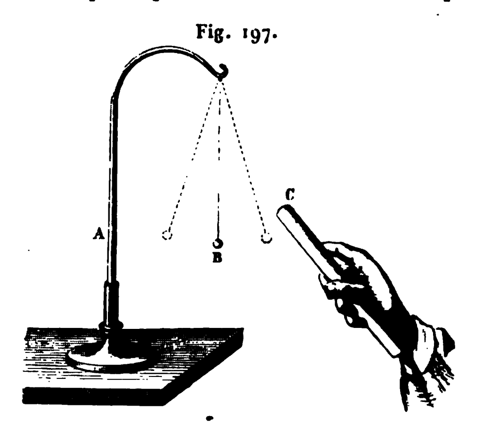
Mais les effets observés dans cette expérience sont essentiellement différents, suivant que le corps électrisé que l'on touche est conducteur ou non. S'il ne l'est pas, on ne prend l'électricité qu'aux points eux-mêmes sur lesquels se fait le contact et les autres ne se déchargent pas; aussi l'étincelle qui jaillit est-elle à peine perceptible. Quand, au contraire, le corps électrisé est conducteur, il suffit de toucher un de ses points pour lui enlever la totalité de son électricité et le ramener à l'état naturel dans toutes ses parties; alors l'étincelle est allongée et jaillit avec un bruit sec semblable à celui d'un coup de fouet.

C'est en utilisant ces propriétés isolantes et conductrices que l'on parvient à transmettre et à retenir sur les appareils l'électricité dont on veut étudier l'effet. Si l'on veut donner de l'électricité à un corps, on le joint aux appareils qui la produisent par des tiges ou des chaînes de métal, et pour l'y maintenir après l'y avoir amenée, on le soutient sur des supports qui ne la conduisent pas; ces supports sont habituellement des pieds de verre vernis à la gomme laque ou des cordons de soie attachés au plafond. Il faut encore se prémunir contre une autre cause de déperdition électrique qui vient trop fréquemment annuler les résultats : l'air est un corps isolant, quand il est bien sec; mais il cesse de l'être s'il est humide, et, dans ce cas, toute manifestation électrique disparaît rapidement. Outre cela, comme les isoloirs de verre sont hygrométriques, ils se couvrent de vapeur condensée pendant les temps humides et ils cessent de retenir l'électricité : d'où vient la nécessité de chauffer les appareils, de frotter les supports avec des étoffes séchées au feu et souvent d'enfermer les conducteurs dans des cloches de verre où l'on dépose des substances desséchantes. Après avoir indiqué ces règles pratiques, nous pouvons continuer l'étude des propriétés électriques.

DISTINCTION DES DEUX ESPÈCES D'ÉLECTRICITÉ. — Il nous faut d'abord revenir sur le phénomène de l'attraction des corps légers, pour l'analyser complétement. Suspendons à un sup-

port en verre A (*fig.* 197) une balle conductrice de moelle de sureau par l'intermédiaire d'un fil de soie très-fin qui produit un isolement complet, puis faisons-la toucher par un bâton

Fig. 197.



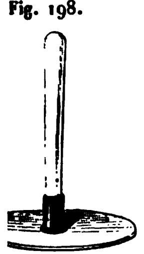
électrisé quelconque. Après le contact, la balle aura reçu de l'électricité par communication, absolument comme la corde de chanvre en avait pris au tube de verre frotté dans l'expérience de Gray, et puisque cette balle est isolée par le fil de soie, elle va garder cette électricité; on peut s'en assurer d'ailleurs en lui présentant de la sciure de bois qu'elle attirera. Une fois que l'on aura constaté qu'elle est réellement électrisée, on approchera de nouveau le bâton : le pendule sera repoussé très-énergiquement, et cette répulsion durera tant qu'il restera sur chacun des deux corps une quantité suffisante d'électricité. Cette expérience peut se faire et réussit également bien avec des cylindres de verre, de soufre, de cire, d'ambre, etc., et l'on peut dire généralement que deux corps chargés d'une électricité, qui a été donnée par communication de l'un à l'autre, se repoussent mutuellement.

Prenons maintenant deux bâtons, l'un de verre, l'autre de résine, électrisés tous deux par le moyen d'une étoffe de laine; commençons par toucher le pendule avec le verre, et le laissant ensuite dans l'état électrique que ce contact lui donne, approchons alternativement de lui tantôt le verre, tantôt la résine : il sera repoussé par le premier, ce que nous savons déjà par l'expérience précédente; mais il sera attiré par le se-

. Inversement ce même pendule, s'il a primitivement ıé la résine, sera repoussé par elle et attiré par le verre. expérience capitale nous apprend conséquemment que eux bâtons exerçant des actions opposées, il existe deux ːs d'électrisation qui se développent par le frottement : ıur le verre, l'autre sur la résine; ou, en d'autres termes, faut distinguer deux espèces d'électricité : l'une *vitrée*, e *résineuse;* et après avoir établi cette distinction, il nous à énoncer cette loi fondamentale : *Les corps chargés ctricité de même nom se repoussent, et ceux qui ont des ricités contraires s'attirent.* Ainsi ces effets d'attraction es anciens avaient aperçus et que nous avions attribués ırd à une cause unique, résultent de deux états électriques ıcts que nous désignons par des noms différents pour les ıguer dans le langage, sans nous prononcer d'ailleurs sur ture ou les différences de ces électricités inverses. Cette ırtante découverte fut faite en 1733 par Dufay, intendant ırdin du Roi.

PARATION DES DEUX ÉLECTRICITÉS PAR LE FROTTEMENT. — Si l'on réfléchit maintenant aux conditions de l'expérience par laquelle on développe l'électricité, on voit que les deux corps étant frottés l'un contre l'autre et l'un d'eux s'électrisant, il est extrêmement probable que l'autre s'électrise aussi; c'est ce dont on va s'assurer par l'expérience suivante. On se procure deux plateanx circulaires A et B (*fig.* 198) dont l'un est en verre, pendant que l'autre est formé par un disque de métal recouvert d'une étoffe de laine collée sur la surface : tous deux sont munis de manches isolants qui servent à les manœuvrer. On les fait frotter l'un contre l'autre, ensuite on les sépare vivement et on les présente alternativement à un pendule isolé que l'on a primitivement chargé avec de l'électricité vitrée. Le plaı de verre repousse ce pendule et le disque de drap l'at-

Fig. 198.



tire; mais le drap repousserait et le verre attirerait ce | s'il avait primitivement été chargé d'électricité résine voit donc que si l'on frotte deux corps entre eux, to reçoivent de l'électricité, et de plus elle est vitrée sur résineuse sur l'autre; on ne peut donc développer l'u obtenir l'autre en même temps, et c'est là une loi g que tous les cas particuliers confirment.

Une conséquence forcée découle de la loi précéden qu'une même substance ne recevra pas toujours la m pèce d'électricité quand on la frottera avec des corps dif car si le verre et la résine se chargent vitreusement neusement avec la laine, il faut que cette laine prenne premier cas l'électricité résineuse et dans le second l' cité vitrée; et si cette inversion se produit pour la la prévoit que le verre et la résine eux-mêmes n'auront p jours la même espèce d'électricité quand ils seront fro d'autres corps que la laine : c'est, en effet, ce qui a lieu nous montre qu'il y a convenance à changer les deux n lesquels nous avons jusqu'à présent distingué les deux d'effets électriques. Nous appellerons à l'avenir élec *positive* et *négative* celles que la laine développe sur l et la résine. Ces nouvelles désignations, qui viennen théorie qu'avait imaginée Franklin, ont été consacrées sage, bien que la théorie ait été oubliée, et quoiqu'elle une signification grammaticale à laquelle il ne faut a aucun sens.

Pour compléter ce sujet, il faudrait pouvoir détermi conditions qui président à la distribution des deux élec sur les deux corps frottés; malheureusement c'est une q extrêmement complexe. La seule chose que l'on ait p a été de dresser le tableau suivant où les corps sont dans un ordre tel, qu'ils sont positifs quand on les avec ceux qui les suivent et négatifs avec ceux qui le cèdent.

Poil de chat vivant.	Papier.
Verre poli.	Soie.
Étoffes de laine.	Gomme laque.
Plumes.	Résine.
Bois.	Verre dépoli.

D'après cela, le poil d'un chat vivant sera toujours positif et le verre dépoli toujours négatif. Mais ce tableau est loin de résumer toutes les conditions qui déterminent la distribution des deux électricités. Une foule de circonstances dont quelques-unes paraissent très-insignifiantes, ont une influence capitale sur le résultat. Pour en donner l'idée, il me suffira de citer les singularités que le verre présente. Canton prit un long cylindre de verre dont la moitié avait été dépolie à l'émeri; il le frotta dans toute sa longueur avec une étoffe de laine et trouva ensuite les parties polies chargées positivement, pendant que la moitié rugueuse était négative. Deux disques du même verre, entre lesquels il n'y a d'autre différence que le poli, s'électrisent entre eux et dans le même sens que précédemment. Quand il a été chauffé dans la flamme de l'alcool et refroidi ensuite, ou bien baigné dans un acide concentré et rincé à l'eau distillée, ce même verre devient négatif. Il en est encore de même s'il est chaud et frotté sur du verre froid; enfin deux disques identiques s'électrisent par leur frottement mutuel, tantôt dans un sens et tantôt dans l'autre. On a remarqué en général que deux corps identiques peuvent s'électriser mutuellement et que celui qui s'échauffe le plus devient négatif: c'est ce qu'on réalise en frottant une petite surface sur une grande ou en promenant un long ruban de soie perpendiculairement à la largeur d'un autre ruban pareil. Ce sont là des faits qu'il faut accepter et dont l'explication est évidemment encore impossible.

Mais s'il n'y a rien de général à dire sur le sens de cette distribution, il y a une loi très-remarquable qui règle les proportions des deux électricités développées. Que l'on frotte l'un contre l'autre deux plateaux quelconques isolés et pris à l'état naturel, on les trouvera chargés d'électricités contraires quand on les séparera; mais si on les réunit ensuite de manière à mettre toutes leurs parties frottées en contact, chacun d'eux reçoit peu à peu de l'autre et lui cède par communication la moitié de l'électricité qu'il possède, et tous deux finissent par se retrouver à l'état naturel comme ils y étaient avant d'avoir été frottés. Les deux électricités développées sont donc de telle nature et en telle proportion, que séparées elles produisent des actions attractives et répulsives opposées, et que

réunies elles annulent réciproquement leurs effets. On dit alors que ces quantités d'électricités contraires sont *égales*, puisqu'elles s'annulent : il vaudrait mieux dire *équivalentes*, car il n'y a d'égalité qu'entre des choses de même espèce.

Tout ce que nous venons de découvrir par les expériences précédentes se réduit à cinq faits généraux, c'est-à-dire à cinq lois élémentaires qui sont les principes essentiels de toutes les actions électriques et qui serviront à prévoir les phénomènes qui nous restent à décrire. On peut résumer ces lois de la manière suivante : 1° les corps frottés attirent les corps légers, ils s'électrisent; 2° il y a des substances qui transmettent la vertu électrique et d'autres qui la maintiennent fixement sur eux : il y a donc des corps conducteurs et des corps isolants; 3° il existe deux modes différents d'électrisation ou deux électricités : les corps se repoussent ou s'attirent suivant qu'ils ont de l'électricité de même nom ou de nom contraire; 4° le frottement développe sur les deux substances qui se frottent des quantités équivalentes d'électricités opposées; 5° les électricités contraires en proportions équivalentes détruisent leurs effets en se réunissant.

Jusqu'à présent nous nous sommes borné à exposer les phénomènes électriques tels que l'expérience nous les a montrés, et nous avons pris le soin de n'y mêler aucune considération théorique destinée à nous les expliquer; c'est qu'en effet il y a dans ces actions tant d'inconnu et tant d'imprévu, que pour nous en représenter la cause, il n'y a d'autres ressources que celles des hypothèses, et qu'en nous y abandonnant nous courons le danger à peu près certain de nous tromper. On ne s'est point arrêté devant ce danger, et l'on a imaginé un système qui coordonne les faits avec assez de commodité, qui a tout le degré de simplicité possible et qu'il faut maintenant exposer, non qu'on le croie démontré, mais parce qu'il a été accepté par les physiciens et qu'il a d'autre part introduit dans le langage des expressions consacrées auxquelles il faut se conformer. Une fois qu'on ne le considère plus que comme hypothétique, il n'y a aucun inconvénient à le conserver.

HYPOTHÈSE DES DEUX FLUIDES ÉLECTRIQUES. — I. On admet que tous les corps à l'état naturel contiennent en eux une quantité

indéfinie, ou au moins qu'on ne peut épuiser, d'une matière subtile et sans poids, que l'on désigne sous le nom de *fluide électrique neutre*.

II. Ce fluide est complexe; c'est un corps formé par la réunion de deux espèces de molécules, les unes *positives*, les autres *négatives*; quand elles sont combinées, le corps qui les contient est à l'état naturel; quand il y a un excès plus ou moins grand de l'une ou de l'autre espèce de molécules, le corps est plus ou moins électrisé, positivement ou négativement.

III. Les deux fluides peuvent circuler avec une grande rapidité à travers certains corps qui sont *conducteurs*; mais ils restent fixés sur les molécules des substances *isolantes*, sans pouvoir cheminer d'un point à un autre.

IV. Quand on frotte deux corps l'un sur l'autre, le fluide neutre se décompose, les molécules positives passent d'un côté et les négatives de l'autre; dès lors les deux corps se chargent d'électricités contraires; dès lors aussi, quand on les réunit après le frottement, ils doivent se remettre à l'état naturel, puisque les deux fluides se recombinent pour reproduire l'électricité neutre.

V. On admet que les molécules de même nom se repoussent, et que les fluides de nom contraire s'attirent, en vertu d'une affinité spéciale qui tend à les combiner quand ils sont en présence et que le frottement parvient à vaincre. Si cela est ainsi, deux corps électrisés avec des fluides de même nom ou de noms contraires devront se repousser ou s'attirer, c'est-à-dire s'éloigner ou se rapprocher sous l'influence des actions que les fluides exercent entre eux, actions qui entraînent la matière elle-même.

Ce système a été imaginé par Symmer; ce n'est pas le seul que l'on ait inventé, mais c'est celui que l'on a généralement accepté. On voit qu'il ne fait que traduire les lois générales que nous avons exposées, en les faisant dépendre de propriétés que l'on attribue à des fluides hypothétiques. On verra par la suite que ce système explique aisément la plupart des effets électriques qu'il nous reste à faire connaître.

VINGT ET UNIÈME LEÇON.

LOIS DES ACTIONS ÉLECTRIQUES.

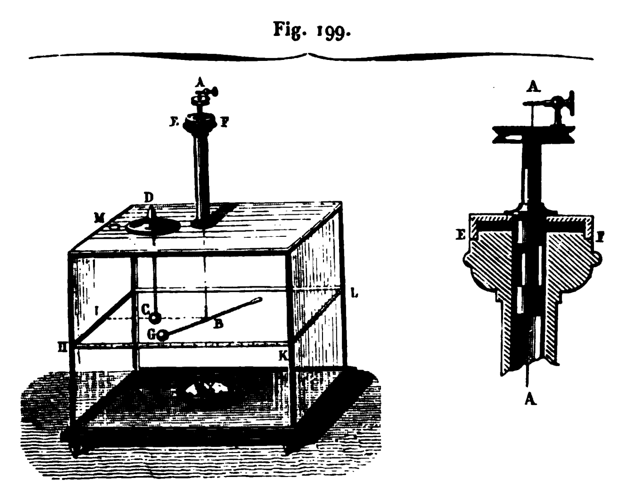
Démonstration des lois de l'attraction et de la répulsion des fluides électriques. — Expériences de Coulomb.

Après avoir reconnu le sens des actions électriques, il faut chercher à déterminer les lois numériques qui les règlent. Dans ce sujet d'études, nous devons nous attendre à rencontrer de grandes difficultés, car les forces que nous allons mesurer sont extrêmement faibles, et, d'un autre côté, elles diminuent graduellement pendant les expériences, puisque les corps perdent assez rapidement l'électricité qu'on leur a donnée. Coulomb parvint néanmoins à comparer ces forces par un procédé qui ne laisse rien à désirer sous le rapport de l'exactitude et que nous connaissons déjà pour l'avoir employé à mesurer l'attraction universelle. Concevons un fil métallique extrêmement fin, fixé à son extrémité supérieure et supportant à l'autre bout une aiguille horizontale isolante terminée par une balle de sureau; si nous touchons cette balle avec un corps électrisé, il la repoussera en déviant l'aiguille, et la torsion que le fil éprouvera agira pour ramener la balle dans sa position première. On pourra donc équilibrer la répulsion électrique par la force de torsion, et comme celle-ci est proportionnelle à l'angle de torsion, on comparera les forces électriques en comparant les angles dont il faudra tordre le fil pour les équilibrer.

BALANCE DE TORSION. — La balance de torsion que Coulomb construisit dans ce but est renfermée dans une grande cage cubique en verre (*fig.* 199) : sur le couvercle s'élève verticalement un tube, et au haut de celui-ci, on voit un treuil A qui soutient le fil métallique AB. Ce treuil, qui peut tourner dans sa monture, sert à orienter l'aiguille et à la placer dans la direction initiale BC, vis-à-vis le point I, qui est le zéro des divisions.

Le fil AB qui descend dans la cage est la pièce essentielle de l'instrument. Un de ceux que Coulomb employa était en

Fig. 199.



argent, et si fin, qu'une longueur de 1 mètre ne pesait que 1 centigramme; quand il était placé dans la balance, il ne fallait pour le tordre de 1 degré qu'une force égale à $\frac{1}{2300}$ de milligramme appliquée à la boule G. La réaction qu'il exerçait, après avoir été tordu, était donc extrêmement faible et tout à fait comparable aux répulsions électriques. L'aiguille BG, qui tend le fil, devant être à la fois parfaitement isolante et très-légère, Coulomb la fit avec de la gomme laque tirée en fil, et il colla à l'extrémité une balle de sureau G. C'est vis-à-vis cette sphère G que l'on place une autre balle de sureau C parfaitement égale à la première, suspendue comme elle par un cylindre très-fin de gomme laque CD, et qui reste, pendant les expériences, fixement placée vis-à-vis le point I. Avant de commencer les mesures, on enlève la balle fixe; on fait tourner le treuil A pour amener l'aiguille BC en équilibre vis-à-vis le point I, puis on replace la boule fixe, ce qui écarte un peu la balle mobile, et toutes deux se tiennent au contact, un peu pressées l'une contre l'autre, par la légère torsion qu'éprouve le fil. Cela fait, on électrise une grande épingle isolée par un manche de cire

d'Espagne où elle est implantée par sa pointe ; on l'introduit dans la balance par un trou M disposé à cet effet, et aussitôt qu'elle a touché l'une des balles, elles s'électrisent et se repoussent toutes deux ; l'aiguille se déplace en tordant le fil, et après quelques oscillations, elle se fixe en BG : à ce moment, la force de torsion fait équilibre à la répulsion électrique. On ne tarde pas à reconnaître que la distance des deux balles diminue peu à peu, cela tient à la déperdition progressive de l'électricité, déperdition qui est très-rapide dans l'air humide, mais fort lente dans l'air sec ; aussi doit-on prendre la précaution essentielle de placer dans la cage, longtemps avant d'opérer, des substances desséchantes, comme le chlorure de calcium, et alors les pertes deviennent assez faibles pour que les résultats ne soient pas sensiblement altérés par elles.

Il faut, maintenant, pouvoir apprécier dans chaque cas la distance CG des deux balles, et changer à volonté la torsion du fil ; il faut conséquemment adapter à l'appareil deux systèmes de divisions. Le premier est tracé sur une bande de papier HKL collée sur la cage à la hauteur des balles ; les traits qu'elle porte partent du zéro I qui est tracé sur le milieu, ils se continuent à droite et à gauche et mesurent en degrés les angles d'écart CBG : cela revient à dire que les longueurs des divisions, à partir du point zéro, sont les tangentes des angles d'écart. Pour apprécier ces angles quand l'aiguille s'est déviée, on place l'œil dans la direction prolongée de cette aiguille et on lit les numéros des divisions qui se trouvent dans le rayon visuel.

Le deuxième système de division, qui est destiné à mesurer et à faire varier la torsion du fil, est placé au sommet de l'appareil ; la pièce AEF (*fig.* 199), qui porte le fil, s'emboîte en EF sur la douille qui termine le tube de verre, peut tourner sur elle à frottement doux, et les contours de ces deux pièces portent, l'une un cercle divisé, l'autre un vernier qui le parcourt. On peut donc, si la boule a été écartée jusqu'en G par la répulsion électrique, la ramener vers C en tournant le micromètre supérieur de G vers C, ou augmenter la distance CG en tournant inversement l'appareil. L'angle de rotation se mesure dans tous les cas par le déplacement du vernier.

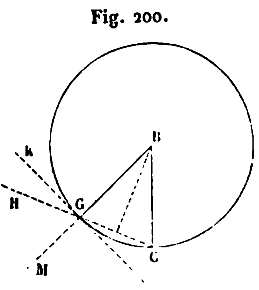
LOIS DES RÉPULSIONS. — Tel est dans son ensemble l'appareil de Coulomb; nous n'avons plus qu'à indiquer comment on va s'en servir, et nous supposerons d'abord que les deux boules ayant été chargées d'une électricité commune on veuille mesurer leur répulsion à diverses distances. Dans une expérience de Coulomb, l'angle initial d'écart fut de 36 degrés, et à ce moment la torsion du fil était elle-même de 36 degrés. Alors on tourna le micromètre supérieur de G vers C, ce qui força les balles à se rapprocher, et quand elles furent à 18 degrés l'une de l'autre, on mesura la rotation du micromètre qui fut trouvée de 126 degrés. Ici le fil a éprouvé deux torsions, l'une parce que le micromètre supérieur a marché de 126 degrés, de G vers C; l'autre parce que l'aiguille inférieure a été déplacée de 18 degrés de C en G, ce qui a produit une torsion totale égale à la somme 126 + 18 de ces angles, ou à 144 degrés. Aussitôt que cette mesure est terminée, on continue de déplacer le micromètre dans le même sens jusqu'à réduire l'angle d'écart à $8\frac{1}{2}$ degrés, ce déplacement est de 567 degrés, et la torsion est alors égale à $567 + 8\frac{1}{2}$ degrés, ou à $575\frac{1}{2}$ degrés. Nous résumons ces divers résultats par le tableau suivant dans lequel on a d'un côté les angles d'écart et de l'autre les arcs de torsion; l'on y verra que les premiers variant à peu près comme $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$, les derniers suivent sensiblement la proportion des nombres 1, 4, 16; c'est-à-dire que les arcs de torsion sont en raison inverse des carrés des angles d'écart.

Angles d'écart.	Arcs de torsion.
36	36
18	144
$8\frac{1}{2}$	$575\frac{1}{2}$

Si l'on remarque que les forces répulsives et les distances sont à peu près proportionnelles aux arcs de torsion et aux angles d'écart, on est porté à penser que les forces répulsives sont en raison inverse du carré des distances. Toutefois ce raisonnement, qui suffit pour nous faire pressentir la loi, ne la démontre pas et, avant de l'admettre, il faut interpréter rigoureusement les expériences précédentes. Faisons dans cette intention une coupe horizontale de la balance (*fig.* 200),

représentons par BC la position initiale de l'aiguille, et par BG sa direction quand elle est repoussée; soient α l'angle d'écart CBG et A la torsion du fil. Si nous désignons par F la force répulsive à l'unité de distance, elle devra, si la loi précédente est exacte, être égale à $\frac{F}{\overline{CG}^2}$ entre les boules C et G et être dirigée suivant GH; on pourra la décomposer en deux autres, l'une dirigée suivant GM, qui sera sans effet pour écarter la boule, l'autre agissant suivant GK, tangentiellement au cercle; celle-ci sera

Fig. 200.



$$\frac{F}{\overline{CG}^2}\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{F}{4r^2\sin^2\frac{\alpha}{2}}\cos\frac{\alpha}{2},$$

en désignant par r le rayon du cercle ou la longueur de l'aiguille. Mais en même temps que la boule tend à marcher suivant GK par l'influence de cette force, elle est ramenée dans la direction opposée par la réaction de torsion du fil. Cette dernière, qui est proportionnelle à l'angle de torsion A, peut se représenter par KA, et l'équilibre ayant lieu, on a

$$\frac{F}{4r^2\sin^2\frac{\alpha}{2}}\cos\frac{\alpha}{2} = \text{KA},$$

d'où l'on tire

$$\frac{F}{4r^2\text{K}} = \text{A}\sin\frac{\alpha}{2}\tan\text{g}\,\frac{\alpha}{2}.$$

Or le premier membre étant constant, le deuxième devra l'être également si la loi précédente est vraie. Voici le résultat du calcul pour les expériences précédentes :

α.	A.	$\text{A}\sin\frac{\alpha}{2}\text{tang}\frac{\alpha}{2}$.
36	36	3,614
18	144	3,568
$8\frac{1}{2}$	$575\frac{1}{2}$	3,169

La troisième colonne nous donne des nombres qui devraient être égaux, mais qui en réalité diminuent du premier au dernier. Cela ne doit point nous étonner; car, ainsi que nous l'avons déjà fait remarquer, il y a de la première à la dernière expérience une perte d'électricité qui diminue l'angle d'écart, et qui se fait sentir dans le résultat du calcul. Nous verrons, en outre, que cette loi doit sensiblement cesser d'être exacte quand les balles se rapprochent beaucoup. Dès lors, nous admettrons que, sans ces causes de perturbation, les nombres calculés seraient égaux, et nous énoncerons la loi suivante : *La répulsion de deux balles égales, électrisées par un contact commun, est en raison inverse du carré des distances.*

LOIS DES ATTRACTIONS. — Après avoir trouvé la loi des répulsions, il faut recommencer la même étude pour le cas où les deux balles auraient reçu des électricités contraires et s'attireraient. Les expériences se feront à peu près de la même manière; il faudra seulement prendre le soin de tendre verticalement dans la balance entre les deux boules qui s'attirent un fil de soie qui les empêche de se réunir, ce qui pourrait arriver souvent et compromettrait le succès.

On commencera par électriser négativement la balle mobile, puis on l'écartera de sa position première d'un angle c, en tournant du même angle le micromètre supérieur; ensuite on électrisera positivement la balle fixe, en la touchant avec la tête d'épingle isolée. L'attraction se manifestera aussitôt de façon à réduire l'angle de déviation à une valeur plus petite a et à tordre le fil d'une quantité $c - a$. Si nous admettons que la distance est proportionnelle à l'arc a et que l'attraction soit en raison inverse du carré de la distance, $\frac{F}{a^2}$ représentera la force qui tend à réunir les balles, et $K(c - a)$ étant celle qui agit pour les écarter, l'équilibre aura lieu quand

$$\frac{F}{a^2} = K(c - a) \quad \text{ou} \quad \frac{F}{K} = a^2(c - a).$$

On connaît c, on mesurera a et l'on calculera $a^2(c - a)$. Ensuite on fera varier la valeur de c, on répétera la même mesure de a et le même calcul, et l'expérience prouvera que $a^2(c - a)$

est sensiblement constant; d'où l'on conclura que la force attractive entre des balles chargées de fluides de noms contraires varie suivant la même loi que la force répulsive entre deux corps chargés du même fluide.

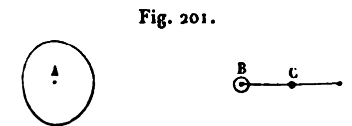
Pour que l'expérience réussisse, il faut que $\frac{F}{K}$ puisse devenir égal à $a^2(c-a)$, ce qui ne sera possible que lorsqu'on aura donné à c une valeur suffisamment grande. En effet, lorsque a augmente, $a^2(c-a)$ croît d'abord, puis diminue ensuite, en atteignant un maximum quand la différentielle est nulle, c'est-à-dire quand $2a(c-a)-a^2=0$. Ce maximum a lieu pour $a=\frac{2}{3}c$, et sa valeur est $\frac{4}{27}c^3$. Si donc on a donné à a une valeur telle que $\frac{4}{27}c^3$ soit plus grand que $\frac{F}{K}$, l'équilibre pourra se réaliser; si au contraire $\frac{4}{27}c^3$ est plus petit que $\frac{F}{K}$, cet équilibre ne sera pas possible et la balle mobile se précipitera sur la balle fixe. C'est pour empêcher cette réunion que l'on tend un fil de soie dans la balance.

INFLUENCE DES QUANTITÉS D'ÉLECTRICITÉ. — Ces expériences ne nous font connaître que la variation des répulsions et des attractions qui s'exercent entre deux corps quand leurs distances changent, et ce n'est pas tout ce que nous avions à déterminer, car il est bien évident que les valeurs de ces forces dépendent aussi de la quantité d'électricité qui est répandue sur chacune des balles. Pour savoir comment intervient cette quantité d'électricité, on la fait varier dans des proportions connues. Chargeons comme précédemment les deux balles avec la même électricité, et après qu'elles se seront repoussées, diminuons l'angle d'écart jusqu'à le réduire à la valeur de 28 degrés en tordant le fil : soit 148 degrés la torsion totale. Touchons ensuite la boule fixe avec une autre qui soit isolée et absolument identique; il est certain que l'électricité qui était répandue sur la première se partagera également sur toutes les deux et que la balle fixe ne conservera plus après ce contact que la moitié du fluide qu'elle possédait aupara-

vant. Retirant alors la balle avec laquelle on l'a touchée, on voit que la répulsion a diminué, et que, pour maintenir l'aiguille dans le même écart de 28 degrés, il ne faut plus qu'une torsion que Coulomb a trouvée être de 72 degrés. 72 étant à peu près la moitié de 148, on en conclut que, toutes choses égales d'ailleurs, la répulsion est proportionnelle à la charge électrique de la balle fixe; et comme la même épreuve donne le même résultat en touchant la balle mobile, il faut dire que la force répulsive *est proportionnelle au produit des quantités d'électricité répandues sur les deux boules*. En résumé, cette loi est la même que celle de l'attraction universelle.

Méthode des oscillations. — Pour confirmer ces résultats, Coulomb fit une nouvelle série d'expériences, par un procédé tout à fait différent, et qui est une application d'une méthode générale que nous avons indiquée page 99. Il prit une sphère métallique A, parfaitement isolée et chargée d'électricité (*fig.* 201). Il plaça ensuite vis-à-vis cette sphère un pendule BC formé par une aiguille horizontale en gomme laque, terminée par une balle de sureau B et soutenue par un long fil de cocon attaché en C;

Fig. 201.



il chargea la balle B avec une électricité opposée à celle de A, et il la fit osciller. Si la loi des rapports inverses des carrés de la distance est vraie, l'action exercée par l'électricité de la sphère sur le point extérieur B doit être la même que si tout le fluide était condensé au centre A. Comme d'un autre côté l'aiguille était peu longue et que les oscillations avaient peu d'amplitude, on pouvait admettre que la force qui produit le mouvement était parallèle à elle-même dans toutes les positions de l'aiguille, et que celle-ci oscillait, comme le pendule géodésique, suivant la formule

$$T = n\pi\sqrt{\frac{l}{f}}:$$

formule dans laquelle T exprime le temps de n oscillations et f l'accélération due à la force qui sollicite la balle B. En changeant ensuite la distance, qui était d, jusqu'à la rendre

égale à d', on répète la même expérience, on observe de nouveau le temps T′ de n oscillations, et l'on a

$$T' = n\pi\sqrt{\frac{l}{f'}};$$

puis, en comparant les temps, on a

$$\frac{T^2}{T'^2} = \frac{f'}{f}.$$

Or l'expérience montre que les temps T et T′ sont proportionnels aux distances d, d' des centres A et B de la sphère et de la balle, et l'on conclut que

$$\frac{f'}{f} = \frac{d^2}{d'^2},$$

c'est-à-dire que les forces attractives sont en raison inverse des carrés de la distance. Voici le résultat de quelques expériences; on voit que les durées observées et calculées de 15 oscillations sont très-sensiblement égales.

	Durée de 15 oscillations	
Distances.	observée.	calculée.
9	20ˢ	20ˢ
18	41	40
24	60	54

Les différences entre le calcul et l'observation sont du même ordre que dans les expériences précédentes et sont dues aux mêmes causes perturbatrices, c'est-à-dire à la déperdition de l'électricité et aussi à la distribution inégale des fluides à diverses distances. Si l'on voulait comparer les répulsions à diverses distances, il suffirait de charger de fluides de même nom les deux appareils opposés; dans ce cas, l'aiguille se retournerait, mais elle oscillerait encore suivant les mêmes lois. Enfin, pour vérifier la loi des quantités d'électricité, il faudra, sans changer la distance et l'état électrique de l'aiguille, toucher la sphère avec une autre sphère de même dimension, de manière à lui enlever la moitié de sa charge, et comparer l'effet réduit avec l'effet primitif.

Telles sont les expériences de Coulomb : il faut maintenant les interpréter. Quand deux corps électrisés, qui ont des formes et sont à une distance quelconques, sont en présence, le fluide que contient chaque point de l'un agit à la fois sur le fluide répandu sur tous les points de l'autre, et toutes ces forces élémentaires se composent en une résultante unique complexe; c'est cette résultante qui entraîne les deux corps et que les expériences précédentes ont mesurée. Il faut maintenant aller plus loin et déduire de l'action totale la loi des forces élémentaires qui s'exercent d'un point à un autre point. Or, dans les expériences exécutées avec la balance de torsion, les balles étaient fort petites et on les maintenait à des distances comparativement très-grandes; il suit de là que les actions élémentaires étaient très-sensiblement égales et parallèles entre elles et que leur résultante est à très-peu près égale à la force qui s'exercerait si les masses des fluides en présence étaient condensées aux centres des deux balles. On peut donc légitimement admettre que les forces élémentaires dont on cherche l'expression varient comme leur résultante que l'on a observée, et énoncer la loi suivante : *Si deux points matériels sont électrisés, les fluides qu'ils contiennent s'attirent ou se repoussent proportionnellement à leurs masses et en raison inverse du carré de la distance.* Une fois que l'on a réussi, par l'étude d'un cas particulier très-simple, à découvrir la loi élémentaire, on peut traiter mathématiquement tous les cas complexes qui peuvent se présenter et déterminer l'action qui s'exerce entre deux corps, quelle que soit leur forme, pourvu que cette forme soit géométriquement définie, et quelle que soit la distribution des fluides sur leurs différents points, pourvu que la loi de cette distribution soit connue. Ces questions sont du ressort de la théorie mathématique de l'électricité, et l'on conçoit aisément que suivant les cas l'action résultante ne ne sera pas toujours aussi simplement exprimée que dans les expériences de Coulomb.

VINGT-DEUXIÈME LEÇON.

DE LA DÉPERDITION DE L'ÉLECTRICITÉ.

Influence de l'air. — Influence des supports isolants. — Influence de l'humidité condensée à la surface des supports.

L'expérience nous apprend que tous les corps, après avoir été chargés d'électricité, la perdent peu à peu pour revenir à l'état naturel. Ces pertes sont dues à deux causes qu'il n'est pas difficile de deviner : la première est l'imperfection des supports isolants, la deuxième est la conductibilité de l'air. Il n'est pas de substances qui soient entièrement dépourvues de la faculté de conduire l'électricité; celles que l'on nomme *isolantes* ne sont que des substances conduisant très-mal, et l'on s'en assure aisément en touchant un corps électrisé avec des aiguilles de gomme laque, ou de verre, ou de soufre. Au bout de quelque temps, ces aiguilles sont toujours chargées, sur une grande partie de leur longueur, d'une quantité de fluide considérable à l'extrémité qui a touché, et de moins en moins grande en des points de plus en plus éloignés de cette extrémité. Dès lors, toutes les fois qu'un conducteur sera soutenu sur des supports, il perdra par la conductibilité de ceux-ci une quantité plus ou moins grande, mais certaine, de son électricité. D'un autre côté, l'air qui entoure les conducteurs agit comme les isoloirs. S'il est sec, on peut se figurer l'effet qu'il produit, en supposant que ses molécules viennent d'abord se mettre au contact avec les surfaces électrisées pour y prendre du fluide qu'elles transportent ensuite au loin, puisqu'elles sont repoussées. S'il est humide, il devient bon conducteur et enlève instantanément toute l'électricité des corps chargés.

Du moment que la déperdition de l'électricité résulte de deux actions qui se superposent, le phénomène est nécessairement complexe, et ce qu'il faut se proposer tout d'abord, c'est d'éliminer l'une des causes de déperdition pour n'étudier

que l'autre; c'est ce que Coulomb a réussi à faire en employant des isoloirs dont la conductibilité est la même que celle de l'air sec.

Pour reconnaître si un isoloir satisfait à cette condition, on commence par soutenir, par son intermédiaire, la balle fixe de la balance, et après l'avoir électrisée, on mesure de minute en minute la diminution de la force répulsive; ensuite on supporte la même balle par deux isoloirs pareils au premier et l'on recommence l'épreuve. Si la perte est augmentée, c'est que chacun d'eux enlevait plus que l'air; si, au contraire, elle n'a pas varié, on doit conclure que chacun des supports ne laisse pas échapper plus d'électricité par ses points de contact que ne le ferait l'air lui-même : alors il n'y a qu'à étudier les lois de la perte, et elles sont les mêmes que si le corps était en entier plongé dans l'atmosphère de la cage, sans support pour l'y maintenir.

Coulomb reconnut par des essais de ce genre que le verre isole très-mal dans les temps secs et pas du tout pendant les jours pluvieux, que la soie est préférable, et que de tous les corps la gomme laque brune est le meilleur isolateur. Dès lors, il employa des soutiens de gomme laque ayant 1 millimètre de diamètre et 2 à 3 centimètres de longueur, qui lui parurent suffisants pour isoler parfaitement les balles de sureau d'une balance, et la déperdition totale se trouvant ainsi réduite à celle de l'air, voici comment il la mesura.

LOI DE LA PERTE PAR L'AIR. — Les deux balles qui étaient parfaitement égales furent électrisées en commun par le procédé ordinaire : elles se repoussèrent, mais on les ramena l'une vers l'autre par une torsion convenable. A $6^h 50^m$ l'écart était de 20 degrés et la torsion de 160 degrés.

On diminua la torsion de 30 degrés immédiatement après avoir fait l'observation, cela fit augmenter aussitôt l'écart des deux balles; mais comme elles perdaient du fluide avec le temps, la répulsion diminua peu à peu, et à $6^h 53$ elles revinrent à l'écart de 20 degrés, n'ayant plus qu'une répulsion de 160 — 30 ou 130 degrés. On continua ensuite la même opération pendant tout le temps que les balles conservèrent une force répulsive suffisante.

Dans la première de ces épreuves consécutives, la perte de torsion a été de 30 degrés pendant 3 minutes, elle sera approximativement de $\frac{30^\circ}{3}$ ou 10 degrés en 1 minute. D'un autre côté, la répulsion totale était égale à 160 degrés au commencement, et à 130 degrés à la fin de l'expérience; en moyenne, c'est 145 degrés. Par conséquent, on peut dire que le rapport de la perte de répulsion pendant une minute à la répulsion moyenne est égal à $\frac{10}{145}$.

En cherchant de la même manière les valeurs de ce rapport dans toutes les expériences successives qui ont été faites, Coulomb a trouvé sensiblement le même nombre. La constance de ce rapport constitue dès lors une loi physique que l'on résume ainsi : *Le rapport de la diminution de force répulsive pendant 1 minute à la force répulsive totale est constant.*

Il faut s'empresser d'ajouter que ce rapport change d'un jour à l'autre, suivant que l'air est plus ou moins chargé de vapeur d'eau, et par conséquent plus ou moins conducteur. C'est ce dont on jugera par le tableau suivant où l'on voit le rapport demeurer constant dans les expériences faites à des intervalles très-rapprochés, et augmenter avec l'état hygrométrique, d'une journée à l'autre.

	TEMPS.	FORCE RÉPULSIVE perdue.	FORCE RÉPULSIVE moyenne.	RAPPORT de la force perdue pendant 1 minute à la force moyenne.
	h m s			
29 mai. Hygromètre, 69 degrés.	5.45.30			
	5.53. 0	20°	150°	0,0178
	6. 2.30	20	130	0,0164
	6.12.15	20	110	0,0185
	6.33. 0	20	75	0,0180
	6.51. 0	20	60	0,0185
28 mai. Hygromètre, 75 degrés	6.32.30			
	6.38.15	20	140	0,0250
	6.44.30	20	120	0,0253
	6.53. 0	20	100	0,0238
	7. 3. 0	20	80	0,0250
	7.17. 0	20	60	0,0238
2 juillet Hygromètre, 80 degrés.	7.43.40			
	7.49. 0	20	90	0,0514
	7.57.20	20	70	0,0526
	8. 9.10	20	50	0,0333
	8.17.30	20	35	0,0526
22 juin. Hygromètre, 87 degrés.	11.53.45			
	11.56,45	20	90	0,0740
	11.59.45	20	70	0,0909
	12. 5. 0	20	50	0,0769
	12.16.15	20	28	0,0741

Nous allons maintenant traduire cette loi expérimentale en formule mathématique : représentons par A l'angle de torsion à un moment quelconque, par $A - \delta A$ cette même quantité après qu'il s'est écoulé un intervalle δt très-petit. $\frac{\delta A}{\delta t}$ représentera la perte de torsion qui se ferait pendant l'unité de temps, et la torsion moyenne sera égale à $A - \frac{\delta A}{2}$; il faut donc écrire que le rapport de $\frac{\delta A}{\delta t}$ à $A - \frac{\delta A}{2}$ reste constant, ce qui donne

$$\frac{\delta A}{\delta t} = p\left(A - \frac{\delta A}{2}\right);$$

or en passant à la limite, $\frac{\delta A}{\delta t}$ devient la dérivée, en signe contraire, de la relation qui exprime A en fonction du temps, et on a, en appelant A′ cette dérivée,

$$A' = -pA;$$

par conséquent, en intégrant, c'est-à-dire en repassant de la dérivée à la fonction, on a, d'après une règle connue,

$$A = A_0 e^{-pt}. \tag{1}$$

p est le rapport constant que nous avons expérimentalement trouvé, A_0 est la torsion initiale. On voit que les deux balles restant à une distance constante, la torsion décroît en progression géométrique quand t augmente en progression arithmétique.

On peut maintenant remarquer que les angles de torsion A, A_0 sont proportionnels aux forces répulsives F, F_0 qui s'exercent entre les balles, et écrire

$$F = F_0 e^{-pt}.$$

De plus, comme la distance des deux balles demeure constante, les forces répulsives F, F_0 sont en raison composée des quantités d'électricité E, E_0 et E′, E'_0 qui sont sur l'une et l'autre de ces balles, ce qui donne

$$EE' = E_0 E'_0 e^{-pt},$$

et comme les deux balles sont identiques, $E = E'$ et $E_0 = E'_0$, alors l'équation précédente devient

$$E^2 = E_0^2 e^{-pt}$$

ou

$$E = E_0 e^{-\frac{pt}{2}}. \tag{2}$$

Les deux formules (1) et (2) pourront maintenant servir à calculer, la première l'angle de torsion, la deuxième la quantité

d'électricité de chaque balle, après un temps quelconque, et pour faire aisément ce calcul, il suffira de prendre les logarithmes des deux membres; on obtiendra ainsi, de la formule (1),

$$\log A = \log A_0 - pt \log e,$$
$$\log A = \log A_0 - pt M,$$

et de la formule (2),

$$\log E = \log E_0 - \frac{pt}{2} M.$$

M représente le module des Tables.

* EXPÉRIENCES DE MATTEUCCI. — Malgré l'importance des recherches précédentes, il faut reconnaître qu'elles n'ont pas épuisé la question. En effet, la perte de l'électricité dans un gaz doit dépendre d'une foule de causes superposées dont il faut démêler les influences. Ainsi on comprend, 1° qu'elle puisse être différente pour les deux espèces d'électricité positive et négative; 2° qu'elle ne soit pas la même quand les corps sont bons ou mauvais conducteurs; 3° qu'elle varie avec la nature des gaz où elle se fait; 4° avec leur température; 5° avec leur état hygrométrique; 6° avec leur pression; 7° elle peut enfin dépendre de la forme, de l'étendue et de la distance des corps en présence. Pour que le problème fût complétement traité, il faudrait que toutes ces influences fussent connues et exprimées; ce n'est point le cas des expériences de Coulomb, qui ont été exécutées dans un cas trop particulier pour qu'on puisse affirmer la généralité de la loi trouvée. On doit à divers expérimentateurs, et en particulier à Matteucci, des expériences nombreuses qui ont élucidé diverses faces de la question, sans toutefois la résoudre complétement.

Biot avait exécuté déjà des expériences comparatives sur les deux électricités positive et négative; il avait trouvé que toutes deux suivent la même loi de déperdition avec le même coefficient de perte; mais depuis cette époque Faraday admit que le fluide négatif se dissipe plus vite que le positif. Ces deux résultats opposés ont été expliqués par les expé-

riences de Matteucci; car ces expériences montrent que les deux électricités se perdent également quand elles ont de faibles tensions, et que pour des charges très-intenses la négative disparaît plus rapidement que la positive. Cela prouve déjà que si la loi de Coulomb s'applique à l'une des électricités, elle ne peut être vraie pour l'autre.

Voulant d'abord simplifier les phénomènes autant que cela est possible, Matteucci opéra dans une balance fermée, au milieu de gaz amenés à un état absolu de siccité par l'acide phosphorique anhydre: il vit que la perte devenait alors très-lente, mais qu'elle restait la même dans des gaz différents pris à une même température et sous une même pression. Il reconnut en outre qu'elle ne variait pas si les balles étaient de verre, de résine ou de métal, et qu'elle était conséquemment indépendante de la conductibilité des corps : ce dernier résultat avait été déjà énoncé par Coulomb.

Cela posé, il suffisait d'opérer avec des substances et dans un gaz quelconque, puisqu'il n'y a aucune modification dans le phénomène quand on change ces éléments. Alors Matteucci fit varier la température d'abord, puis ensuite il introduisit dans sa balance de l'air à des états hygrométriques de plus en plus grands; il reconnut que la perte devenait de plus en plus rapide, soit quand la température, soit quand la quantité de vapeur d'eau augmentait. Mais la complication des résultats est si grande, que l'on ne put exprimer par une loi ni l'influence de la température, ni celle de l'humidité; on ne fit que les constater.

La question étant ainsi préparée par ces expériences préliminaires, on étudia spécialement le cas bien défini où la perte se fait dans l'air parfaitement sec et à une température invariable. On opéra par la méthode de Coulomb, c'est-à-dire que l'on amenait la boule mobile à une distance angulaire constante de la boule fixe, en donnant au fil une torsion déterminée; ensuite on diminuait la torsion de 10 degrés, et l'on attendait que l'aiguille fût revenue à sa position première. Le tableau suivant résume ces expériences; elles ont été exécutées pour trois positions d'écarts différentes, 36, 26 et 18 degrés. Les premières colonnes de chaque série indiquent les torsions du fil, les secondes le temps qui s'écoule entre les retours suc-

cessifs de l'aiguille à l'écart primitif, et les troisièmes contiennent les valeurs calculées du coefficient p.

ÉCART = 36°.			ÉCART = 26°.			ÉCART = 18°.		
TORSIONS.	TEMPS.	p	TORSIONS.	TEMPS.	p	TORSIONS.	TEMPS.	p
° °	m s		° °	m s		° °	m s	
150+36	0. 0	"	200+26	0. 0	"	200+18	0. 0	"
140+36	10.30	0,00526	190+26	5.55	0,00815	190+18	4.30	0,01089
130+36	11. 0	0,00531	180+26	5. 5	0,00938	180+18	4.35	0,01132
120+36	10.15	0,00612	170+26	5.37	0,00926	170+18	4.40	0,01177
110+36	10.55	0,00628	160+26	5.36	0,00977	160+18	4.10	0,01332
100+36	11.50	0,00616	150+26	6. 4	0,00915	150+18	4.45	0,01299
			140+26	6.31	0,00927	140+18	4.10	0,01496
			130+26	6.25	0,00994	130+18	4.10	0,01594
			120+26	6.28	0,01054	120+18	4.20	0,01665
			110+26	6.32	0,01122	110+18	4.35	0,01729
			100+26	6.34	0,01204	100+18	4.35	0,01869
						50+18	30.10	0,01882
						40+18	9. 5	0,01667

Nous avons plusieurs observations à faire sur ce tableau. la première, c'est que les temps employés pour perdre la même torsion de 10 degrés sont très-sensiblement égaux entre eux dans chaque série d'expériences : ce qui voudrait dire que les balles perdent pendant des temps égaux des quantités égales d'électricité, quelle que soit la charge qu'elles ont; c'est une loi très-différente de celle qui a été énoncée par Coulomb, et, par conséquent, si l'on calcule le coefficient p ou le rapport de la perte de torsion pendant une minute à la torsion moyenne, il doit augmenter quand la charge décroît; c'est ce que montrent les troisièmes colonnes des tableaux où ces valeurs sont généralement croissantes.

Il ne faut point conclure de là que la loi de Coulomb soit absolument fausse et qu'on doive la remplacer par celle que nous venons d'énoncer; ce qu'il faut conclure, c'est qu'elles représentent toutes deux empiriquement et approximativement la progression de la perte pour des circonstances différentes et dans des limites convenables de charge. Quant à la loi générale qui embrasserait tous les cas dans une expression

commune, elle est évidemment inconnue. L'examen attentif du dernier des tableaux précédents, qui est plus complet que les autres, va confirmer ces conclusions. On peut remarquer, en effet, que pour les cinq dernières expériences, alors que la torsion diminue de 138 à 58 degrés, le coefficient p va d'abord en augmentant pour diminuer ensuite, et que si l'on s'était contenté de faire varier la torsion de 138 à 58 degrés, on aurait trouvé pour p des valeurs très-sensiblement égales entre elles. Par conséquent, entre ces limites, la loi de Coulomb est applicable, mais elle n'est pas vraie pour des charges plus fortes.

Matteucci ne s'est pas contenté de ces expériences; après avoir opéré dans l'air sec, il a étudié les pertes dans l'air chargé de quantités progressives et connues de vapeur d'eau, et il a reconnu que, dans ces diverses circonstances, la loi de Coulomb s'applique pour des charges moyennes comparables à celles que l'on emploie habituellement, mais qu'elle devient fausse aussitôt que ces charges dépassent certaines limites. D'où il résulte que cette loi est une représentation empirique satisfaisante des phénomènes dans les cas où Coulomb s'était placé; mais c'est à cela qu'il faut la réduire, et l'on doit se garder de la considérer comme l'expression générale des phénomènes que nous étudions.

Non-seulement on s'était trompé sur le degré de généralité de cette loi, mais on se faisait encore illusion dans l'interprétation qu'on en donnait. On admettait que le voisinage des deux balles n'a aucune influence sur la déperdition éprouvée par chacune d'elles, et que toutes deux se comportent absolument comme si elles eussent été indépendantes. De là on concluait que la loi trouvée exprimait généralement la déperdition d'un corps isolé dans tous les cas possibles; or c'est un point que les expériences de Matteucci contredisent formellement. Les trois séries d'expériences que nous avons transcrites ont été faites dans la même balance, avec les mêmes balles placées successivement à des distances angulaires égales à 36, 26 et 18 degrés; il n'y avait rien de changé dans ces trois cas, si ce n'est cette distance; mais cette différence a suffi pour modifier très-notablement les résultats. La perte d'une même torsion de 10 degrés se faisait sensiblement en 10^{m} 30^{s} pour l'écart de 36 degrés, en 6^{m} 30^{s} pour l'écart de 26 degrés, et en

4m30s dans le dernier cas, où l'écartement était de 18 degrés. La perte est donc fonction de la distance des balles, c'est-à-dire de leur influence réciproque, et l'on ne peut rien conclure pour un conducteur placé dans des conditions quelconques de ce qu'on a trouvé dans la balance pour des balles qui étaient dans des conditions particulières.

INFLUENCE DE LA PRESSION. — Quand on diminue la pression des gaz au milieu desquels les conducteurs électrisés sont plongés, on découvre d'autres particularités que nous allons étudier. Si l'on charge ces conducteurs avec une source puissante, ils ne conservent pas tout ce qu'ils reçoivent, ils perdent pendant les premiers moments une très-grande partie de leur fluide, qui s'échappe très-rapidement dans le gaz raréfié, et ne gardent qu'une charge limite qui se perd ensuite très-lentement et qui est d'autant plus faible que la pression du gaz est moindre. Voici comment Matteucci le démontre.

Il retire de la balance la balle fixe avec le support qui la soutient et il la dispose, toujours isolée, au milieu d'une cloche posée sur la machine pneumatique. Il raréfie l'air jusqu'à une pression déterminée; après quoi il charge la balle au moyen d'un conducteur qui traverse la cloche, et il a soin de lui fournir toujours la même quantité d'électricité. Immédiatement après, il laisse rentrer l'air, il reprend la balle pour la remettre dans la balance et pour mesurer, par la répulsion qu'elle produit, la charge électrique qu'elle a reçue dans l'air raréfié. Il trouve que cette charge électrique est d'autant moindre que le vide était plus parfait et *en raison directe de la pression de l'air* au moment où la charge a été donnée.

On verra dans la suite que l'électricité à haute charge se dissémine, en effet, dans l'air raréfié en y développant des phénomènes curieux. Pour le moment, contentons-nous d'avoir constaté l'existence de cette déperdition rapide, et puisque le conducteur a conservé ensuite une charge limite, voyons comment celle-ci se perd dans l'air raréfié où elle est produite. A cet effet, Matteucci construisit une balance de torsion dans une cloche où l'on pouvait faire le vide et où l'on électrisait les balles par un conducteur mobile qui s'enfonçait à frottement dans la tubulure. Quand l'air avait été raréfié, que les

balles avaient été électrisées et qu'elles avaient pris leur charge limite, on suivait la diminution progressive de l'écart des deux balles, et l'on trouva que la déperdition est d'autant plus lente que la raréfaction de l'air est plus grande. Je ne citerai qu'un seul exemple. L'air étant à la pression de 757 millimètres, on électrisa les balles jusqu'à une torsion de 38 degrés. Après $4^h 5^m$, elles étaient revenues au contact. On diminua ensuite la pression jusqu'à 400 millimètres, on électrisa de nouveau jusqu'à reproduire l'écart initial de 38 degrés, et après 14 heures, l'écartement était encore égal à 13 degrés. Quand on diminue la pression davantage, les balles restent encore plus longtemps écartées, et l'on conçoit que dans le vide absolu la perte électrique arriverait à être nulle. Mais, dans ce cas, la charge limite elle-même serait ou nulle, ou au moins extrêmement faible.

PERTE PAR LES SUPPORTS. — Quand les supports que l'on emploie cessent d'isoler complétement, il arrive nécessairement que la perte d'électricité est augmentée, et l'on pourrait se proposer de chercher aussi la loi de cette perte par les isolateurs imparfaits. Mais c'est une question que l'on n'a pas abordée dans sa généralité, à cause de sa complication. Coulomb s'est contenté de montrer qu'un support qui n'isole pas parfaitement une forte charge peut en isoler une plus faible, et il a cherché les rapports qui doivent exister entre les longueurs des supports et les charges qu'on veut isoler. Voici comment il a opéré.

Il conserve dans la balance de torsion l'aiguille de gomme laque qui soutient la balle mobile et qui est un isolant parfait; mais il remplace le support de la boule fixe, qui était en gomme laque, par un fil de soie de 15 pouces. Il charge les deux balles d'une électricité commune, et il cherche comme précédemment le rapport de la perte de torsion pendant une minute à la torsion moyenne, en maintenant les balles à une distance constante. Il trouve d'abord que ce rapport est beaucoup plus grand que celui qui est trouvé dans la même journée avec un isolateur parfait de la boule fixe : cela prouve qu'une partie de l'électricité s'échappe par le fil de soie. Mais peu à peu ce rapport diminue et devient égal à ce qu'il est quand

ement est complet, et cela veut dire que le fil de soie qui
: échapper une forte tension en maintient une plus faible.
ce que prouvent les expériences suivantes :

	TEMPS.	DIMINUTION de torsion.	TORSION moyenne.	RAPPORT.
	h m s			
	10. 0. 0			
	10. 2.30	30	165	0,0714
	10. 8. 0	40	130	0,0556
nai....	10.13. 0	20	100	0,0400
	10.29.30	40	70	0,0345
	10.50.30	20	40	0,0238
	11. 7. 0	10	25	0,0244
	7.34. 0			
	7.36.40	20	170	0,0435
	7.41.30	20	150	0,0345
	7.48.20	20	130	0,0228
nai....	7.55.45	20	110	0,0232
	8.27.30	20	90	0,0189
	8.25. 0	20	70	0,0164
	8.42.50	15	52	0,0173
	9. 5. 0	14	38	0,0177

:st donc démontré que le fil de soie de 15 pouces était
ılateur imparfait pour de fortes charges, mais parfait quand
rsions devenaient de 40 degrés au 28 mai et de 70 degrés
r suivant; et comme dans la deuxième série d'expériences
tait moins conducteur que dans la première, on voit que
me fil isole lui-même d'autant mieux que l'air est plus
:ela est dû à *l'humidité condensée à la surface des sup-*
isolants. Si l'on admet la loi de Coulomb, on peut dé-
·er que l'isolement parfait commence pour des longueurs
ınt proportionnelles aux carrés des charges.

commencement de l'expérience, les deux balles, qui
dentiques, prennent en se touchant une charge électrique
E_0, et la torsion trouvée étant A_0, on a

$$A_0 = KE_0^2.$$

, un facteur constant dont la valeur dépend de l'unité

choisie pour mesurer les charges et qu'on peut supposer égal à l'unité, ce qui donne,

$$A_0 = E_0^2.$$

Au bout d'un temps t, la balle mobile, qui est parfaitement isolée, a conservé une charge E que l'on peut calculer d'après la loi de Coulomb par la formule

$$E = E_0 e^{-\frac{pt}{2}}.$$

A cette même époque, la balle fixe qui n'est pas isolée parfaitement n'a plus qu'une charge E′ plus petite que E, mais la torsion A que l'on observe est toujours proportionnelle à E et à E′, et l'on a

$$A = EE';$$

en éliminant E_0 et E entre ces trois équations, on trouve

$$E' = \frac{A}{\sqrt{A_0}} e^{\frac{pt}{2}}.$$

On peut donc calculer la charge restée sur la boule fixe après le temps observé t, où l'isolement commence à devenir parfait : c'est ce que fit Coulomb d'abord pour le fil de 15 pouces. Il a répété ensuite la même expérience en soutenant la boule fixe par un fil de soie quatre fois plus long, c'est-à-dire de 60 pouces; il a déterminé le temps t' et la torsion A′, pour lesquels l'isolement devenait parfait; il a trouvé dans ce deuxième cas

$$E'' = \frac{A'}{\sqrt{A'_0}} e^{\frac{pt'}{2}},$$

et il a vu que E″ était double de E′; par conséquent, il a admis que les quantités d'électricité qu'un même fil peut isoler sont proportionnelles à la racine carrée des longueurs.

Coulomb a pu encore comparer les pouvoirs isolants de diverses substances. En comparant les quantités d'électricité qui peuvent être isolées par des fils de gomme laque et de soie de même longueur et de même diamètre, il a trouvé que la soie conduisait dix fois plus que la gomme laque.

VINGT-TROISIÈME LEÇON.

DE LA DISTRIBUTION DE L'ÉLECTRICITÉ.

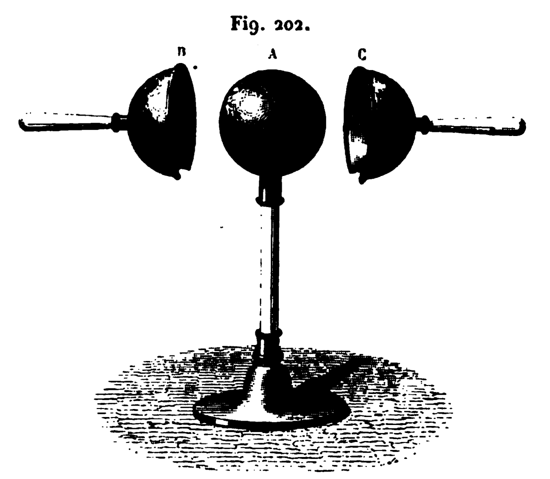
Étude expérimentale de la distribution de l'électricité à la surface des corps. — Méthode du plan d'épreuve. — Propriété des pointes.

Nous n'avons pas jusqu'à présent cherché à savoir comment le principe électrique se dispose dans les conducteurs isolés qui en sont chargés. Pénètre-t-il dans leur masse tout entière, ou est-il localisé à leur surface? La forme, la nature des conducteurs, ou leur voisinage ont-ils une influence sur la manière dont il se distribue? Ce sont les questions que nous allons essayer de traiter.

L'ÉLECTRICITÉ LIBRE SE PLACE A LA SURFACE DES CORPS. — Plaçons dans la balance de Coulomb, au lieu de la balle fixe, une sphère électrisée A et mesurons la répulsion qu'elle exerce. Puis, après l'avoir enlevée de la balance, faisons-la toucher par une sphère absolument identique B, mais prise à l'état naturel; elle cédera la moitié de son électricité, et, remise dans la balance, elle n'y produira plus qu'une répulsion moitié moindre. Recommençons ensuite la même épreuve en faisant successivement toucher A par d'autres sphères B', B",..., formées de matières conductrices quelconques, les unes pleines, les autres réduites à une enveloppe extrêmement mince, mais ayant toutes la même surface que A, et nous obtiendrons le même résultat que dans le premier cas; mais la diminution de force répulsive serait différente si la surface de B différait de celle de A. D'où il faut conclure que la distribution du fluide ne dépend ni de la nature, ni de la masse du conducteur, mais uniquement de sa surface, et l'on est naturellement conduit à admettre que l'électricité ne pénètre pas à l'intérieur, mais s'accumule sur cette surface : c'est ce que nous allons confirmer par des épreuves plus directes.

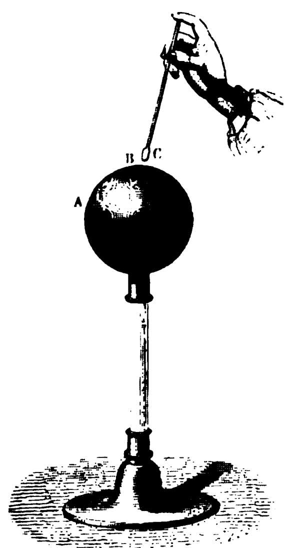
On prend une sphère métallique isolée A (*fig.* 202), et on

Fig. 202.



fait disposer deux calottes hémisphériques B et C qui sont munies de manches en verre et que l'on peut appliquer sur la sphère A. Après qu'on a caché la surface entière de celle-ci sous les calottes, on électrise le système, puis on enlève à la fois les deux hémisphères, et, en les présentant tous deux à un pendule, on voit qu'ils sont électrisés, tandis qu'en faisant le même essai avec la sphère A, on la trouve à l'état naturel. Cette expérience exigeant une certaine habileté pour réussir complétement, on peut en faire une autre qui n'offre aucune difficulté. On électrise une sphère creuse de laiton A (*fig.* 203) qui est percée d'un trou B à sa partie supérieure, et on la touche avec un petit disque de clinquant isolé C qui reçoit par ce contact une partie de l'électricité qui couvre le point touché. Or quand on le

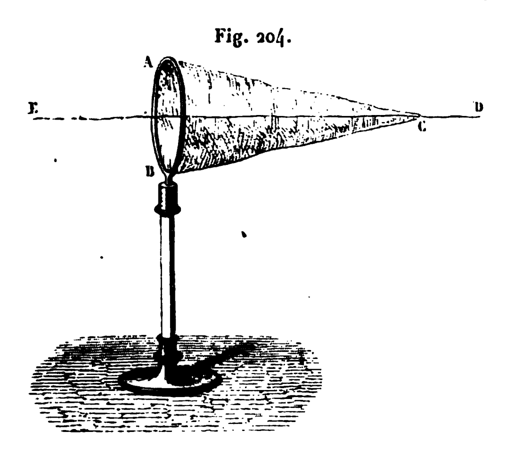
Fig. 203.



plonge à l'intérieur, on ne ramène aucune électricité, mais quand on l'appuie légèrement sur l'extérieur ou même contre les bords du trou, il se charge toujours.

Dans ces derniers temps, Faraday a donné à cette expérience une disposition plus ingénieuse et qui la rend plus concluante. Il soutient, par un support isolant, un cercle métallique AB (*fig.* 204) auquel est attaché un sac conique en toile

Fig. 204.



de lin ABC, tout à fait semblable aux filets à insectes. Un fil de soie ECD placé dans l'axe du cône permet de retourner le filet. Après avoir électrisé cet appareil, on trouve en le touchant avec le disque de clinquant que l'extérieur est électrisé pendant que l'intérieur ne l'est pas; puis en tirant le fil EC de manière à ramener à l'intérieur la face qui était externe, on voit que les rôles des deux surfaces ont changé en même temps que leurs positions, c'est-à-dire que l'électricité a quitté l'une pour se porter sur l'autre.

Voici encore sur le même sujet une expérience très-ancienne et tout aussi curieuse. Sur un gros tube de verre, on colle l'extrémité d'un long ruban d'étain laminé qu'on laisse pendre, et qui est terminé par un pendule formé de deux petites balles de sureau. On électrise ce ruban, ce qui fait diverger les balles, puis on l'enroule sur le tube en tournant celui-ci, et l'électricité, qui d'abord était répandue sur les deux surfaces, abandonne peu à peu les parties du ruban qui se superposent

en s'enroulant, et se concentre sur celles qui restent libres : aussi voit-on croître leur charge et augmenter la divergence des balles. L'effet inverse se produit quand ensuite on déroule la bande métallique.

DENSITÉ OU ÉPAISSEUR ÉLECTRIQUE. — Ces expériences nous montrent clairement que le fluide électrique libre est confiné dans les parties extérieures des conducteurs, et qu'il s'y distribue en une couche extrêmement mince : mais nous sommes réduits à des conjectures si nous voulons apprécier l'épaisseur de cette couche, ou nous représenter l'état de condensation plus ou moins grand que le fluide y éprouve. Quand la charge du conducteur augmente ou diminue, il se peut que l'épaisseur croisse ou décroisse, mais il se peut aussi qu'elle reste invariable, et que ce soit la densité du fluide qui varie ; dans la première hypothèse, la quantité d'électricité contenue dans un élément de cette couche serait proportionnelle à son *épaisseur ;* dans la seconde, elle le serait à sa *densité :* mais comme il est indifférent de choisir l'une ou l'autre de ces hypothèses, on emploiera indifféremment les mots *épaisseur électrique* ou *densité électrique* pour exprimer la quantité de fluide qui, à un moment donné, est répandue sur l'élément de la surface que l'on considère.

LOIS DE LA DISTRIBUTION ÉLECTRIQUE. — Si le conducteur est sphérique, il est évident, par la seule raison de symétrie, que la couche électrique doit être égale en tous les points de la surface ; mais quand on donne à ce conducteur une forme quelconque, la même raison ne pouvant être invoquée, il se peut que l'électricité se porte en plus grande proportion sur certaines parties que sur d'autres : c'est ce que l'expérience doit nous apprendre, et Coulomb a imaginé une méthode expérimentale qui non-seulement permet de reconnaître l'inégalité des charges aux divers points d'un même corps, mais encore d'en rechercher les rapports : nous allons exposer cette méthode.

On fixe un disque plan de clinquant à l'extrémité d'une aiguille en gomme laque qui est longue et très-fine, c'est ce que Coulomb nomme le *plan d'épreuve ;* puis on l'applique

sur les points du conducteur dont on veut étudier la charge. Si ce disque est très-petit, si le corps touché n'est pas très-courbe, on peut admettre que le plan d'épreuve substitue sa surface à celle qu'il couvre, et que l'électricité, abandonnant les points recouverts, se transporte en totalité sur la face extérieure du disque. Quand ensuite on retirera le plan d'épreuve, on ramènera avec lui toute la couche électrique qui existait sur les parties touchées avant l'opération.

Si donc nous plaçons ensuite ce plan d'épreuve dans la balance de torsion à la place de la boule fixe, vis-à-vis l'aiguille mobile primitivement chargée d'une quantité constante d'électricité de même nom, nous mesurerons à une distance α la répulsion A, et elle sera proportionnelle à la quantité d'électricité enlevée, c'est-à-dire à l'épaisseur électrique. On repète ensuite la même observation en touchant une autre partie du conducteur, on mesure à la même distance α une seconde torsion A', et le quotient de A par A' exprime le rapport des épaisseurs électriques aux deux points successivement touchés.

Bien que les raisonnements que nous venons de faire ne puissent être contestés, Coulomb jugea qu'il était important de les confirmer par une vérification expérimentale, et de prouver directement que les torsions mesurées sont réellement proportionnelles aux charges des parties touchées. Il prit à cet effet une sphère électrisée, et, après avoir touché l'un de ses points avec le plan d'épreuve, il introduisit celui-ci dans la balance vis-à-vis l'aiguille primitivement chargée, et mesura la répulsion A qui maintenait l'écart à 20 degrés. Immédiatement après, il mit la sphère en contact avec une autre sphère isolée qui lui était identique, mais à l'état naturel, puis il les sépara : il avait ainsi réduit à la moitié l'épaisseur électrique sur la première; alors il la toucha de nouveau avec le plan d'épreuve, remit celui-ci dans la balance et ne trouva plus qu'une répulsion moitié moindre à la même distance de 20 degrés.

Une fois que l'on a vérifié, comme on vient de le faire, le principe même de la méthode, il faut encore savoir corriger l'erreur qui résulte de la déperdition progressive de l'électricité des conducteurs. Supposons que l'on veuille comparer les épaisseurs électriques en des points a, b quelconques; il fau-

dra d'abord toucher *a* et mesurer la répulsion A; cette opération prendra environ 3 minutes. Ensuite, il faudra faire la même mesure sur *b*, ce qui donnera une répulsion B et emploiera 3 autres minutes; mais il est évident que la charge du point *b* ayant été diminuée pendant l'intervalle qui sépare les deux mesures, le rapport de A à B sera plus grand que celui des charges réelles que les deux points possèdent au même moment. Pour annuler cette erreur, Coulomb revient ensuite au point *a*, après le même intervalle de 3 minutes; il recommence la mesure, ce qui donne une autre torsion A', et il admet que la moyenne de A et de A' exprime la répulsion que l'on eût trouvée en *a* si l'on avait touché ce point en même temps que l'on a touché le point *b*. Avec cette précaution d'alterner les contacts après des intervalles de temps égaux, la méthode de Coulomb ne laisse plus rien à désirer, et nous n'avons plus qu'à faire connaître les résultats qu'elle a fournis dans les divers cas où elle a été appliquée.

CAS D'UNE LAME ALLONGÉE. — Coulomb examina la distribution de l'électricité sur une lame d'acier qui avait 11 pouces de longueur, 1 pouce de large et $\frac{1}{2}$ ligne d'épaisseur; il donna au plan d'épreuve la forme d'un rectangle qui avait 3 lignes de largeur et 1 pouce de long, de façon qu'on pouvait l'appliquer sur toute la largeur de la lame à la fois et à diverses distances de ses extrémités. Les expériences furent faites d'abord au milieu, ensuite à 1 pouce de l'extrémité, puis à l'extrémité même, et enfin on fit une dernière épreuve en plaçant le plan sur le prolongement de la lame. Voici les résultats.

	TORSIONS observées.	TORSION MOYENNE AU MILIEU.	TORSION MOYENNE A L'EXTRÉMITÉ.	RAPPORT.
Milieu...............	370	"	"	"
1 pouce de l'extrémité.	440	360	440,0	1,22
Milieu...............	350	350	417,5	1,20
1 pouce de l'extrémité.	395	335	395,0	1,18
Milieu...............	320	"	"	"
			Moyenne........	1,20
Extrémité...........	400	"	"	"
Milieu...............	194	195	395,0	2,02
Extrémité...........	390	190	390,0	2,05
Milieu...............	185	185	370,0	2,00
Extrémité...........	350	"	"	"
			Moyenne........	2,02
Milieu...............	305	"	"	"
Au delà du bord	1175	295	1175,0	3,98
Milieu...............	285	285	1156,0	4,05
Au delà du bord	1137	"	"	"
			Moyenne........	4,01

On voit que l'épaisseur de la couche électrique est à peu près constante et prise comme unité, depuis le milieu jusqu'à 1 pouce de l'extrémité, et qu'elle augmente ensuite jusqu'à devenir égale à 2,02 à cette extrémité même. Quant à la troisième série d'expériences, où le plan d'épreuve était placé dans le prolongement de la lame, il faut remarquer que le plan recevait sur ses deux faces une couche électrique égale à celle de la lame même, tandis qu'il n'en recevait que sur l'une d'elles quand il était appliqué à plat sur la surface; il faut donc diviser par 2 les derniers résultats. Alors on voit que l'épaisseur à l'extrémité est égale à 2, c'est-à-dire double de l'épaisseur au milieu. Coulomb a remarqué en outre que la longueur de la lame augmentant, la couche électrique reste encore constante jusqu'à 1 pouce de l'extrémité, et devient égale à 2 à cette extrémité même; de façon que si l'on représente par

les ordonnées d'une courbe les épaisseurs électriques, cette courbe se confond avec une ligne droite horizontale dans presque toute l'étendue de la plaque et ne se relève qu'aux extrémités; mais cette portion relevée de la courbe est toujours la même et se transporte avec les extrémités si la plaque change de longueur.

CAS DES DISQUES. — DES CYLINDRES. — DES POINTES. — Cette augmentation rapide de l'épaisseur électrique aux extrémités d'une lame allongée se retrouve sur les bords de toutes les plaques; ainsi un disque de métal de 10 pouces de diamètre offrit les résultats suivants :

Distances aux bords.	Épaisseur électrique.
5,0 (centre)	1,000
4,0	1,001
3,0	1,005
2,0	1,170
0,5	2,070
0,0	2,900

On trouve des phénomènes analogues dans les prismes ou cylindres allongés. Par exemple, Coulomb étudia un cylindre à base circulaire de 2 pouces de diamètre et de 30 de longueur; il était terminé par deux hémisphères, et les quantités d'électricité accumulées en son milieu et à ses extrémités ont été trouvées :

Milieu	1,00
2 pouces de l'extrémité	1,25
1 pouce de l'extrémité	1,80
Extrémité	2,30

Ces résultats conduisent à une remarque générale, c'est que sur toutes les parties planes d'un conducteur l'électricité est faible; sur les surfaces ayant un petit rayon de courbure, ou le long des arêtes vives, la courbe électrique augmente, et quand le conducteur se termine par une pointe de plus en plus aiguisée, la charge s'accroît jusqu'à devenir infiniment grande. Cette particularité que présentent les pointes fines nous expliquera dans la suite une série de faits importants.

THÉORIE MATHÉMATIQUE. — Il est maintenant impossible de nier que l'électricité se distribue en proportion inégale sur les conducteurs; mais il ne suffit pas d'avoir constaté comme un fait d'expérience cette inégalité de répartition du fluide sur les différentes parties d'un même corps, il faut encore démontrer théoriquement qu'elle est nécessaire et calculer l'épaisseur de la couche électrique sur chaque élément d'une surface géométriquement connue : c'est le but de la théorie mathématique de l'électricité que l'on doit à Poisson. Comme elle exige des calculs très-complexes, nous ne pourrons les développer; mais il nous sera néanmoins facile de donner une idée générale des principes de cette science et d'énoncer les principaux résultats auxquels elle a conduit.

Les premières expériences de Coulomb ayant démontré que les attractions et répulsions électriques sont en raison directe des quantités d'électricité et inverse du carré des distances, Poisson a accepté cette loi qui est la base de toute sa théorie. En second lieu, il fait remarquer que si un conducteur est chargé d'électricité libre en équilibre, il faut nécessairement que l'action de tout ce fluide sur un point intérieur soit nulle; car si elle ne l'était pas, il se ferait en ce point une attraction et une répulsion sur chacun des deux fluides qui s'y trouvent réunis et ils se sépareraient; l'équilibre n'aura donc lieu que si cette condition est réalisée. Voyons quelles en sont les conséquences dans un cas particulier, celui de la sphère.

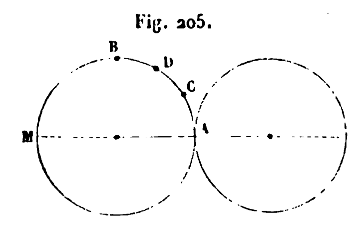
Imaginons, dans l'intérieur de cette sphère, des couches sphériques concentriques et homogènes d'électricité de même nom. En vertu des lois de l'attraction dans une sphère, elles n'auront aucun effet sur les molécules électriques qui leur sont intérieures, et ne produiront de répulsion que sur les parties de fluide situées en dehors d'elles; il suit de là que chaque couche sera repoussée du centre vers la surface par les couches plus profondes, et qu'elle ne sera pas retenue par les enveloppes extérieures. Toutes les couches devront donc venir s'accumuler à la surface extérieure, et l'on voit qu'il ne pourra point rester de fluide libre dans la masse d'un conducteur sphérique. Poisson prouve qu'il en sera de même, quelle que soit la forme que le conducteur affectera, et il explique ainsi ce que l'expérience nous a déjà fait découvrir.

Pour que la couche électrique ne puisse exercer d'action sur un point intérieur, il faut évidemment, si le conducteur est sphérique, qu'elle soit partout également épaisse. Si la forme est celle d'un ellipsoïde, on peut se rappeler que l'attraction ou la répulsion exercée intérieurement par une couche mince comprise entre deux surfaces ellipsoïdales semblables et semblablement placées est nulle; par conséquent, il faudra pour l'équilibre électrique de l'ellipsoïde que le fluide soit contenu entre l'enveloppe extérieure du corps et une surface semblable et semblablement placée, décrite dans l'intérieur, à une distance fort petite de la première; d'où il résulte qu'aux extrémités des axes l'épaisseur de la couche doit être proportionnelle à leur longueur. C'est ce qui est justifié par les expériences de Coulomb.

On voit donc déjà que la théorie mathématique prévoit comment l'électricité doit se porter à la surface des corps, qu'elle explique la distribution égale sur tous les points d'une sphère, et calcule sur un ellipsoïde les rapports entre les couches électriques aux extrémités des axes. Elle s'applique également bien aux cas les plus compliqués, car le calcul peut toujours déterminer quelle doit être l'épaisseur en chaque point pour que l'action de l'électricité totale soit nulle sur une molécule de fluide intérieur. Nous allons comparer la théorie et l'observation pour d'autres expériences de Coulomb dont nous n'avons point encore parlé.

Quand on met deux sphères égales en contact et qu'on étudie par la méthode du plan d'épreuve la distribution de l'électricité sur divers points de chaque sphère, on trouve que la charge est nulle au point A (*fig.* 205), et qu'elle reste insensible jusqu'au point C à une distance angulaire égale à 20 degrés. A partir de ce point, en s'éloignant encore de A, on commence à trouver une couche électrique appréciable, qui augmente rapidement jusqu'au point B situé à 90 degrés, et lentement depuis B jusqu'au point M opposé au contact. Coulomb avait déterminé ces charges avec beaucoup de soin; il

Fig. 205.



fait des expériences en réunissant deux sphères
it les rayons R, R′ étaient dans le rapport de 1 à 2,
oté les épaisseurs comparées des couches électri-
etite sphère, à partir du contact jusqu'à l'extrémité
diamètre qui joint les centres. Tous ces nombres
pour ainsi dire la théorie mathématique afin de lui
euve. Aussi Poisson calcula-t-il les rapports des
es différents points, et la comparaison des résul-
périence et du calcul se trouve dans les tableaux

Sphères égales.

s angulaires du contact.	Épaisseurs électriques observées.	calculées.
20	0,000	0,000
30	0,208	0,170
60	0,799	0,745
90	1,000	1,000
o	1,057	1,140

Sphères inégales, R = 1, R′ = 2.

o	0,000	0,000
	0,588	0,556
	1,000	1,000
	1,333	1,353

nier exemple, où les sphères sont inégales,
de plus comparé l'état des deux globes, en
ivement le plan d'épreuve sur l'un et sur
rés du point de contact; il avait trouvé que
lus grande sur le petit globe, dans le rapport
lcul a donné 1,24. On voit avec quelle exac-
mathématique reproduit les conditions expé-

même succès que l'on a calculé les quantités
ité que les deux globes possèdent l'un et
r séparation, et aussi l'épaisseur de la couche
niformément répartie sur chacun d'eux. On
ence et par la théorie à ces résultats toujours
gros globe garde plus d'électricité que le

petit, mais que le petit conserve en chaque point une épaisseur électrique plus grande. Enfin le même accord subsiste quand on suppose que la petite sphère diminue indéfiniment; elle garde, après avoir été séparée de la plus grosse, une épaisseur 1,65 d'après la théorie et 2 suivant l'expérience, pendant que l'épaisseur sur l'autre sphère est prise comme égale à 1.

VINGT-QUATRIÈME LEÇON.

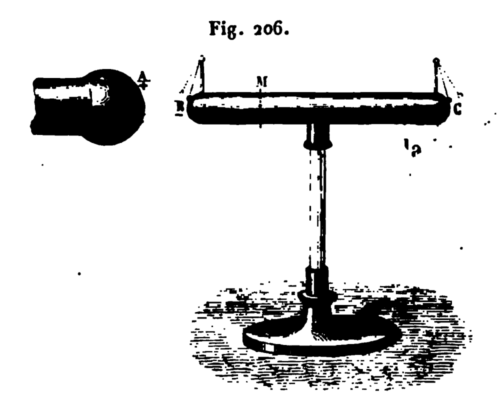
DE L'INFLUENCE ÉLECTRIQUE.

Électrisation par influence. — Cas où le corps soumis à l'influence est déjà électrisé. — Étincelles. — Pouvoir des pointes. — Électrisation par influence précédant le mouvement des corps légers.

Un corps électrisé détermine, à distance, ou une décomposition du fluide neutre, ou une modification dans la distribution de l'électricité libre sur tous les corps placés dans son voisinage : cette action est désignée sous le nom d'*influence* ou d'*induction électrique*.

CAS D'UN CONDUCTEUR A L'ÉTAT NATUREL. — Plaçons dans le voisinage d'un appareil chargé positivement, A (*fig.* 206), un

Fig. 206.



conducteur BC isolé par un support en verre et portant à ses extrémités des pendules électriques. Aussitôt que l'action de A se fera sentir, les pendules du conducteur divergeront et indiqueront des charges électriques sur B et C. Pour reconnaître la nature de ces électricités, on approche de B et de C un pendule isolé, primitivement chargé avec un fluide connu,

et l'on constate que l'électricité est positive en C et négative en B; de plus, il y a sur le cylindre une section M qui est à l'état neutre, que l'on nomme la *ligne moyenne*, et à partir de laquelle les charges croissent avec des signes inverses en s'approchant des extrémités, où elles atteignent leur maximum.

Si l'on supprime l'électricité du corps A en le mettant tout à coup en communication avec le sol, les pendules s'abaissent subitement et le conducteur BC rentre à l'état naturel. Il y a toutefois une cause d'erreur dont il faut tenir compte et qui devient grave si l'air est humide : c'est que les électricités séparées en B et C s'échappent dans l'air pendant la durée de l'expérience, et comme la négative se perd plus vite que la positive, on trouve, après le retour de A à l'état naturel, un reste de fluide positif sur BC; mais ce n'est là qu'une perturbation amenée par des causes étrangères et que l'on peut diminuer, une fois qu'on est averti, en apportant aux expériences les soins qu'elles exigent.

La théorie des deux fluides explique ces faits de la manière la plus simple : en effet, l'électricité de A attirant et repoussant les molécules négatives et positives qui composent le fluide naturel, les sépare, transporte les négatives vers B où elles s'accumulent, et les positives vers l'extrémité la plus éloignée C où elles sont retenues par l'air. Il est évident que ces charges contraires devront être les plus grandes possibles sur les deux bouts du conducteur, et aller en diminuant jusqu'à devenir nulles en s'étendant vers une section moyenne M qui sera à l'état naturel; et comme ces électricités ne sont maintenues à distance que par l'action du fluide qui est en A, elles doivent se réunir et recomposer l'état neutre quand la force qui les a séparées cesse d'agir, c'est-à-dire quand on décharge le corps A.

Pendant que le conducteur A agit pour décomposer le fluide neutre de BC, les électricités séparées en B et en C tendent à se réunir en vertu de leur attraction mutuelle : il suit de là que la décomposition se limitera, et que l'état d'équilibre sera atteint quand la force qui tend à réunir les fluides séparés sera devenue égale à l'action de A qui détermine leur séparation.

Les deux fluides, bien que leurs quantités totales soient égales, ne peuvent être distribués d'une manière symétrique

sur BM et MC, et l'épaisseur de la couche électrique doit être plus grande en B qu'en C, car l'attraction qui accumule le fluide négatif en B est plus grande, à cause de la distance moindre, que la répulsion qui refoule le positif en C : d'où l'on conclut, en premier lieu, que la ligne moyenne est plus près de B que de C, ce que l'expérience vérifie, et ensuite que la perte de l'électricité positive doit être plus lente que celle de l'électricité négative, ce qui fait qu'en prolongeant l'expérience on finit par n'avoir plus que du fluide positif sur le conducteur. On conçoit, en outre, que si on change la forme et la distance du conducteur BC, la distribution d'électricité changera. Si, par exemple, BC augmentait progressivement de longueur, l'attraction réciproque des deux électricités séparées sur sa surface diminuerait en même temps, et comme c'est cette attraction qui limite la décomposition, il s'accumulerait d'autant plus de fluide sur BC que sa longueur serait plus grande. Cette dernière remarque va tout de suite trouver son application.

Revenons à l'expérience primitive; mais au lieu d'isoler le conducteur BC, réunissons-le avec le sol par une communication métallique établie d'abord en C. L'influence se produira comme précédemment, mais avec cette différence essentielle que ce ne sera plus le conducteur BC seulement qui sera influencé, ce sera un conducteur composé de BC, de la tige de communication et de la terre tout entière. Dans ce cas, les points B et C seront chargés négativement, la ligne moyenne sera reculée indéfiniment, et puisque le conducteur total est devenu infini, la charge doit avoir augmenté. Aussi voit-on la divergence du pendule devenir plus grande en B au moment même où on établit la réunion du point C avec le sol.

Que l'on enlève ensuite la tige de communication, on ne changera rien ni à la quantité de fluide négatif que contient BC, ni à sa distribution sur les divers points; mais si on vient enfin ou à éloigner, ou à décharger le conducteur A, l'électricité se répand librement sur BC qui se trouve ainsi et reste chargé par influence d'un fluide contraire à celui de A. En résumé, nous venons de constater trois phénomènes distincts : 1° un développement de deux électricités contraires aux deux bouts d'un cylindre influencé; 2° le retour de ce conducteur à l'état naturel quand l'influence cesse; 3° une charge permanente

de BC avec une électricité contraire à A, quand d'abord on touche le conducteur, qu'ensuite on enlève la communication et qu'enfin on décharge A.

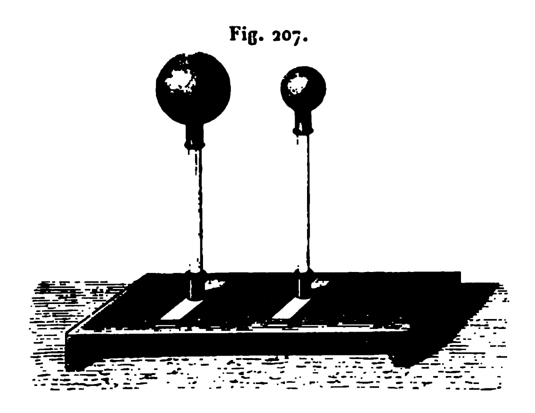
Nous avons supposé que l'on établissait la communication du conducteur avec le sol en touchant le point C qui est le plus éloigné de A; mais on pourrait toucher toute autre partie de BC et même le point B, sans changer le résultat général de l'expérience. L'influence se produirait toujours de la même manière; la ligne moyenne serait encore à l'infini; tous les points de BC et ceux de la tige seraient chargés négativement; en enlevant cette tige, le conducteur conserverait encore de l'électricité, qui se répandrait librement sur toute la surface si on enlevait le conducteur A.

Pour compléter ce que nous venons de dire, il faut encore ajouter que si le corps A était isolé dans l'air, loin de tout conducteur tel que BC, l'électricité dont il est chargé se distribuerait librement sur lui en prenant en chaque point des épaisseurs uniquement déterminées par la forme de la surface. Mais au moment où A agit sur BC pour y séparer les deux électricités, celles-ci réagissent à leur tour sur le fluide de A, et comme l'électricité négative qui est en B produit un effet prépondérant à cause de sa distance plus petite, elle attire le fluide positif de A sur les points les plus rapprochés. La distribution se trouve donc modifiée par réaction sur le corps inducteur, et il y a en regard deux électricités contraires accumulées en A et B.

CAS D'UN CONDUCTEUR ÉLECTRISÉ. — Jusqu'à présent nous avons supposé que le conducteur soumis à l'influence était originairement à l'état naturel, ce n'est là qu'un cas particulier, et si nous voulons traiter dans leur ensemble les phénomènes qui nous occupent, il faut examiner l'action réciproque de deux conducteurs chargés tous deux d'électricités semblables ou contraires, leur donner des formes quelconques, et les placer à toutes les distances possibles. On voit aussitôt combien il serait difficile à l'expérience de résoudre ce problème général. Aussi Coulomb n'a-t-il employé que des conducteurs sphériques, égaux ou inégaux. Il les plaçait sur un appareil représenté (*fig.* 207), qui permet d'écarter, en le faisant glisser dans une rainure, le pied de l'isoloir qui supporte l'une des sphères; on mesurait

les distances sur une règle graduée, et l'on constatait la nature de l'électricité répandue sur les sphères en touchant leurs

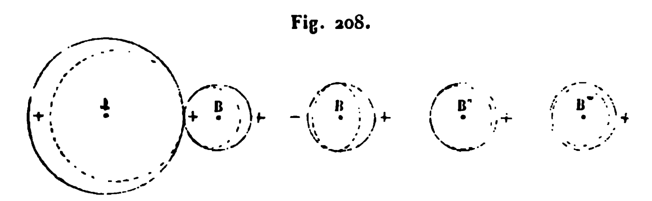
Fig. 207.



différents points avec un plan d'épreuve que l'on présentait ensuite à un électroscope chargé.

Le premier et le plus simple des cas examinés par Coulomb est celui où les deux sphères de dimensions inégales sont d'abord mises au contact et chargées en commun. On sait déjà qu'à ce moment il n'y a pas de fluide libre aux points qui se touchent. On éloigne ensuite la petite sphère B, et alors l'influence réciproque changeant d'intensité, on voit se produire en B' (*fig.* 208) de l'électricité négative sur la partie qui regarde

Fig. 208.

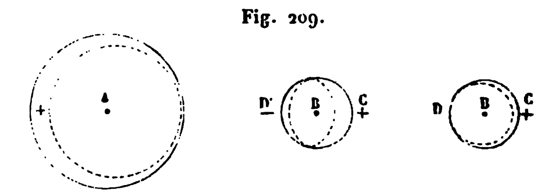


A, et de la positive au point opposé. La distance continuant à augmenter, la petite sphère arrive à une position déterminée B'' où elle n'a plus que de l'électricité positive et se retrouve à l'état naturel aux parties les plus voisines de A, comme au moment où le contact avait lieu. Quand, enfin, elle est en B''' et au delà, elle est chargée positivement dans tous ses points, mais inégalement. Il faut donc admettre que l'influence a

d'abord augmenté jusqu'à une distance AB′, puis qu'elle a diminué, et qu'arrivée en B″, la sphère B contient la même quantité de fluide libre, distribué à peu près de la même manière qu'au moment où elle touchait A. Coulomb a mesuré la distance de A à B″, et il a vu qu'elle diminuait jusqu'à devenir nulle quand la sphère B augmentait jusqu'à devenir égale à A: les mesures qu'il a obtenues pourront servir d'épreuves à la théorie mathématique.

Dans le deuxième cas, qui est beaucoup plus général, les deux sphères ont reçu séparément, sans être mises au contact, des quantités quelconques de fluide de même nom; dès lors, l'une d'elles en possède moins qu'elle n'en prendrait si on les faisait toucher : supposons que ce soit B. Il y a toujours une position B (*fig.* 209) pour laquelle tout le fluide est con-

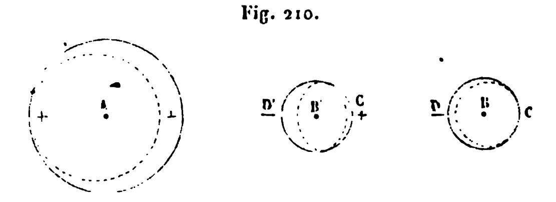
Fig. 209.



centré vers C et a abandonné la partie D qui est en regard de A. Quand la distance diminue jusqu'en B′, l'influence augmente en énergie, et il se fait une décomposition de fluide neutre qui amène de l'électricité négative en D′ et ajoute du fluide positif en C′ à celui que la sphère avait primitivement reçu. Alors il y a une ligne moyenne comme dans nos primitives expériences, elle est entre B′ et D′.

Il y a enfin à examiner le troisième cas où les deux sphères seraient chargées d'électricités contraires en quantité quel-

Fig. 210.



conque. Ici il y a toujours attraction entre les électricités qui

tendent à s'accumuler sur les faces en regard, et il y a une position B (*fig.* 210) pour laquelle tout le fluide a abandonné le point opposé C. En rapprochant la sphère B, une décomposition secondaire aura lieu et l'on trouvera de l'électricité positive en C′, négative en D′; celle-ci sera plus abondante que celle-là, et la ligne moyenne se placera généralement entre le centre et le point C′.

Coulomb s'est contenté de constater ces faits généraux sans tenter de mesures numériques. Nous voyons qu'en résumé deux corps électrisés ou non tendent toujours à se constituer en des états électriques inverses à leurs points les plus voisins, pourvu qu'on les rapproche assez, et qu'à l'exception du seul cas où ils ont été primitivement mis au contact, il devra y avoir une recombinaison de ces fluides quand les corps se toucheront. Nous verrons bientôt qu'alors une étincelle jaillit entre eux si on les rapproche assez, excepté quand le contact primitif les avait mis en équilibre.

En réfléchissant à tous ces phénomènes, on voit clairement qu'ils ne sont qu'une extension de ceux que nous avons étudiés sous le nom de *distribution électrique*. Cette distribution n'était, en effet, que l'état d'équilibre des fluides sur un *seul* corps, et les phénomènes d'influence résultent uniquement de l'équilibre qui s'établit entre les actions des électricités répandues sur *plusieurs* corps voisins. Dès lors la condition mathématique qui permit à Poisson de calculer le mode de distribution sur un corps unique n'a besoin que d'être étendue à plusieurs conducteurs voisins pour qu'on en puisse analytiquement déduire l'équilibre par influence. Voici l'énoncé de cette condition :

« Si plusieurs conducteurs électrisés sont mis en présence et qu'ils parviennent à un état électrique permanent, il faudra que la résultante des actions des couches électriques qui les recouvrent sur un point quelconque pris dans l'intérieur de l'un des corps, soit nulle. Car, si cette résultante n'était pas nulle, l'électricité neutre qui réside au point que l'on considère serait décomposée, et l'état électrique changerait, contrairement à l'hypothèse que l'on a faite de sa permanence. »

En traduisant ce principe en calcul, Poisson parvint non-seulement à expliquer tous les faits généraux de l'influence

électrique, mais à en trouver les conditions numériques dans un très-grand nombre de cas. Ici l'analyse a dépassé de beaucoup l'expérience, mais ses conclusions n'ont point été vérifiées, faute de mesures auxquelles on pût les comparer.

CAS DES CORPS MAUVAIS CONDUCTEURS. — Nous étudierons successivement les cas où un corps isolant est soumis à l'influence d'une source électrique, 1° à distance; 2° en contact pendant peu de temps; 3° en contact pendant longtemps.

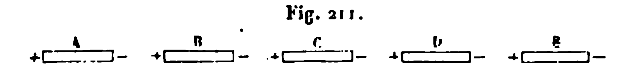
I. Matteucci suspendit par un fil de cocon, au centre d'une cloche de verre pleine d'air desséché, de petites aiguilles de soufre, de résine ou de gomme laque, puis il approcha d'elles un corps électrisé A : à l'instant elles se dirigèrent vers lui, comme une aiguille aimantée vers un barreau de fer, en exécutant des oscillations autour de leur position d'équilibre. Tant que dura l'influence, elles donnèrent des signes électriques, contraires à ceux du corps inducteur à leur bout le plus rapproché de lui, et de même sens à leur extrémité la plus éloignée. Aussitôt que l'on éloigna le corps électrisé A, les aiguilles revinrent instantanément à l'état naturel. A l'intensité près, qui est très-faible, ces effets sont identiques à ceux que montrent les corps conducteurs.

Cependant, si l'on réfléchit à la difficulté et à la lenteur avec lesquelles les fluides électriques se transportent le long des corps isolants, on sera convaincu que, malgré l'identité des effets, le mode de distribution électrique ne peut être le même dans les deux cas, c'est-à-dire que les deux électricités qui composent le fluide neutre ne peuvent se désunir et se transporter instantanément aux deux bouts des aiguilles isolantes, s'y maintenir séparées par une ligne moyenne tant que dure l'influence, et se réunir aussitôt qu'elle cesse en cheminant rapidement l'une vers l'autre. Il faut donc chercher une autre explication.

Pour la trouver, considérons le cas hypothétique où l'on aurait une suite de conducteurs très-petits et très-voisins A, B, C, D (*fig.* 211). A l'instant où nous placerons en avant de A un corps électrisé, par exemple négativement, les fluides neutres se décomposeront tout le long de la série, chaque extrémité antérieure se chargera positivement et chaque bout postérieur

négativement; et comme les fluides de noms contraires qui sont opposés entre eux dans les intervalles de deux conducteurs voisins exercent des actions inverses, l'effet total de la

Fig. 211.



érie de corps sera sensiblement réduit à celui des électricités ositive et négative qni se trouvent aux deux bouts A et E. n conçoit maintenant que si chaque molécule d'un corps solant se conduit comme chacun des conducteurs A, B, C,..., effet observé par Matteucci s'explique naturellement, sans u'il soit nécessaire de recourir à une transmission instantanée es fluides sur les aiguilles. On admet qu'il en est ainsi, et les nolécules des corps prenant deux pôles électriques, on dit u'elles sont *polarisées*.

II. Quand un corps inducteur électrisé A touche une substance isolante, l'effet que nous venons d'analyser doit se produire d'abord; mais aussitôt que l'action se prolonge, le mode le distribution commence à changer. Les fluides de nom contraire à celui de A attirés par lui, et les fluides de même nom qui sont repoussés se transportent peu à peu sur la substance, qui n'est jamais absolument isolante, et bientôt les points en contact sont électrisés positivement si A est négatif, et les parties plus éloignées ont l'électricité négative. Puis, si l'on enlève le corps A, la recomposition des fluides commence à se faire, mais avec la même lenteur que leur décomposition s'était produite. Ceci est confirmé par une expérience d'Æpinus, que Matteucci a répétée et complétée. On place sur un gâteau de résine neutre un corps chargé négativement; au bout d'une minute on enlève celui-ci, et, par un pendule chargé, on constate une plage positive sur les points qui ont été touchés et un cercle négatif qui l'entoure.

Mais on doit à Matteucci une expérience plus concluante. Ayant formé une pile de lames minces de mica superposées et pressées, il arma les faces extrêmes de deux conducteurs métalliques et fit communiquer l'un avec la machine électrique, pendant que l'autre touchait au sol. Au bout de quelque temps, il enleva les conducteurs et sépara les lames qu'il

trouva toutes électrisées, négativement sur la face qui regardait le conducteur positif et positivement sur sa surface opposée. Chacune des lames de mica avait donc subi le genre de décomposition que nous venons de décrire et l'avait conservé après l'action terminée,

Ce qu'il faut remarquer avec soin, c'est que, bien que le contact ait lieu, il ne se fait point de transmission de fluide du corps inducteur au corps isolant induit. L'expérience suivante va prouver que cette transmission n'a pas lieu davantage au contact d'un corps isolant électrisé et d'un conducteur soumis à son influence. On électrise par frottement un gâteau de résine qui devient alors négatif, et l'on dépose sur sa surface un plateau métallique; celui-ci subit la décomposition par influence sans recevoir d'électricité par communication, car si on touche sa surface opposée au gâteau, on reçoit une étincelle négative, et si après cela on le soulève avec un manche isolant, il est chargé positivement, c'est-à-dire d'une électricité contraire à celle du gâteau.

III. Tous ces effets produits au contact ne se montrent que pendant un certain temps; quand l'expérience est prolongée davantage, ils disparaissent : alors la communication électrique directe se fait entre le corps chargé et la substance isolante. Ainsi les isoloirs des machines électriques prennent de l'électricité positive dans toute leur étendue; ainsi les lames de mica superposées dans l'expérience de Matteucci finissent par être toutes chargées positivement sur leurs deux surfaces. On voit qu'à la longue tout corps isolant transmet l'électricité, mais avec une lenteur proportionnée à son pouvoir d'isolement.

Matteucci et Faraday ont tous deux montré que cette transmission lente ne se fait pas seulement par l'extérieur, mais par la masse entière des mauvais conducteurs. On touche une machine électrique par un bâton de résine qui finit par devenir positif dans une grande longueur; après cela on le frotte avec une étoffe de laine, ce qui le rend négatif; mais en l'abandonnant à lui-même, il redevient neutre, puis reprend de l'électricité positive, ce qu'on peut expliquer en supposant que cette électricité, primitivement fournie par la machine, a pénétré dans le corps, qu'elle a été ensuite recouverte

de fluide négatif par le frottement, et que peu à peu elle revient de l'intérieur à la surface. Un cube de *sperma ceti* ou d'acide stéarique est d'abord électrisé par la machine; quand l'action a duré pendant longtemps, on le lave à l'alcool, ce qui lui enlève toute électricité; mais quelque temps après elle revient de l'intérieur et reparaît à la surface.

COMMUNICATION PAR CONTACT. — ÉTINCELLE. — L'étude que nous venons de faire de l'influence électrique va maintenant nous conduire à une explication plus complète de phénomènes que nous connaissons déjà. Nous avons admis qu'au moment où l'on approche un conducteur à l'état naturel d'un autre corps électrisé, il reçoit de lui par transmission directe et sous forme d'étincelle une partie de son électricité. Il est bien vrai que le résultat final est le même que si cette transmission avait lieu; mais il ne l'est pas que le transport électrique se fasse de cette manière.

Approchons une sphère B d'un conducteur A (*fig.* 209, p. 410); l'influence de A amènera du fluide négatif en B, et la réaction de celui-ci sur A accumulera du fluide positif en regard. Il y aura donc en présence sur A et B des charges électriques de noms contraires dont les épaisseurs croîtront à mesure que leur distance diminuera.

Or, quand de l'électricité est accumulée à la surface d'un corps, elle y forme une couche mince composée d'une infinité de molécules qui se repoussent mutuellement et qui, en vertu de cette répulsion, tendent d'une part à pénétrer dans l'intérieur du conducteur, et de l'autre à s'échapper à travers l'air, à peu près comme un gaz enfermé dans un vase presse contre les parois opposées qui le retiennent. De là le nom de *pression* ou *tension* électrique donné à l'effort exercé par l'électricité. Il est proportionnel au nombre de molécules accumulées, c'est-à-dire à l'épaisseur de la couche et aussi à la force répulsive que tout le fluide exerce sur une molécule isolée; le calcul montre que cette force est elle-même proportionnelle à l'épaisseur, d'où il résulte que la tension électrique en un point varie comme le carré de l'épaisseur de la couche électrique, Il y a donc aux parties en regard des deux corps A et B deux fluides contraires qui tendent isolément à s'échapper à

travers l'air et qui de plus exercent de l'un à l'autre une attraction qui augmente encore l'effort qu'ils font pour se réunir.

Nous savons d'un autre côté que le pouvoir isolant d'une substance diminue rapidement avec son épaisseur; par conséquent, la résistance opposée par l'air finira, si l'on rapproche assez les conducteurs, par devenir moindre que l'effort croissant des molécules électriques pour se recombiner; alors elles s'échapperont brusquement et se réuniront avant que le contact ait lieu. C'est là ce qui produit l'étincelle et l'explosion qui l'accompagne.

Après cette étincelle, et le contact étant établi, une partie de l'électricité positive de A aura reproduit du fluide neutre avec une quantité équivalente de l'électricité négative qui était en B, et il restera sur B une proportion de fluide positif égale à celle qui a été annulée sur A. Le résultat est donc le même que si cette proportion avait passé de A sur B par communication; mais on voit que réellement il n'y a pas eu de partage entre les deux corps, que l'électrisation par contact a été précédée et préparée par une influence électrique à distance, et que l'étincelle est la manifestation physique de la réunion à travers l'air des deux fluides contraires.

Cela nous explique de nombreuses particularités. Quand le corps approché d'une source électrique est bon conducteur, mais isolé, l'étincelle est nette, mais petite; elle est beaucoup plus bruyante et plus longue s'il est en communication avec le sol : c'est qu'alors la masse de fluide accumulée par l'influence avant l'explosion était plus considérable. On prévoit également que plus les surfaces opposées seront larges, plus l'étincelle sera forte, car les quantités de fluide qui sont séparées par l'induction augmentent avec la dimension des corps qui sont en regard. Tous ces phénomènes changent quand le corps que l'on oppose à la source électrique est mauvais conducteur. On sait que, dans ce cas, l'influence se fait tout autrement et qu'elle se réduit à polariser toutes les molécules du corps isolant. Il y a bien encore sur les parties voisines une électricité contraire à celle du corps inducteur; mais elle est localisée sur chaque élément, et ce n'est pas une étincelle unique qui peut décharger ces parties, mais une série d'étincelles élémentaires dirigées vers chaque point : c'est, en

effet, ce que l'on observe. Par exemple, si l'on promène successivement sur un gâteau de résine des conducteurs électrisés positivement et négativement, on entend des décrépitations très-faibles, et l'on communique aux points touchés l'électricité positive et négative. On peut ensuite rendre ces électricités sensibles en agitant, puis en projetant sur le gâteau une poudre composée de minium et de fleur de soufre; le minium s'attache aux points négatifs, le soufre aux parties positives, et cette séparation vient de ce que, dans le frottement préalable du soufre contre le minium, le premier s'électrise négativement et le second positivement. Ces dessins, qui portent le nom de *figures de Lichtenberg*, sont très-différents d'aspect sur les points chargés par les deux électricités de noms contraires.

Comme on veut expliquer tout, on a discuté pour savoir de quel côté vient l'étincelle et vers quel point elle va. Ce n'est point une question que l'on puisse résoudre, car la théorie ne peut l'aborder et l'expérience fait voir l'étincelle instantanément et au même moment en tous les points de l'espace qu'elle franchit; elle n'a d'ailleurs aucune dissymétrie : c'est un trait lumineux qui a le même aspect à ses deux bouts. On s'est demandé quelle est la cause du bruit que l'on entend, et l'on imagina qu'il provient de l'agitation de l'air, ce qui ne fait que reculer la question. Enfin on a cherché à expliquer la lumière de l'étincelle. Un peu de réflexion montre que pour résoudre ces questions il faudrait d'abord avoir une idée nette de l'électricité, et nous sommes loin d'en être arrivés là. Dans ces sortes de phénomènes, et quand on sait si peu de chose, la seule ressource que l'on ait est, en avouant tout ce que l'on ignore, de recueillir toutes les circonstances qui peuvent nous instruire; c'est le rôle auquel nous allons nous réduire.

L'étincelle est rectiligne quand elle est peu longue : si elle jaillit entre deux conducteurs éloignés, elle devient sinueuse comme un éclair et quelquefois se sépare en plusieurs branches. Sa couleur varie du pourpre au blanc bleuâtre, mais cette couleur dépend des métaux entre lesquels elle part. On doit à Masson de curieuses expériences sur ce point. Toute lumière étant composée de couleurs élémentaires que l'on analyse avec un prisme, il faut, si l'on veut savoir comment la

lumière électrique est constituée, l'analyser de la même manière; or, au rebours du spectre solaire qui est continu du rouge au violet et qui n'est interrompu que par des lignes très-minces que l'on nomme *les raies*, le spectre électrique est formé de raies brillantes, très-nettement dessinées et très-fines, entre lesquelles se trouvent de larges intervalles obscurs. La position de ces raies brillantes, leur nombre et leur largeur, sont uniquement dépendants de la nature des métaux entre lesquels jaillit l'étincelle. Il y a même cette circonstance remarquable, qu'un alliage de deux métaux donne la superposition des deux systèmes de bandes fournies séparément par chacune des substances qui le composent : ainsi nous voyons apparaître un premier fait qui montre une dépendance entre la lumière électrique et les corps; nous verrons dans la suite qu'ils sont entraînés par l'étincelle.

Dans les divers gaz, la couleur de l'étincelle est variable, ce qui montre aussi qu'ils ne sont pas sans influence sur la production de la lumière. Faraday étudia cette couleur avec soin, et ses observations se résument ainsi :

Air...............	Blanche, un peu bleue.
Azote.............	Bleue ou pourpre. Son remarquable.
Hydrogène.........	Cramoisie.
Acide carbonique...	Verte. Très-irrégulière.
Oxyde de carbone...	Rouge ou verte.
Chlore............	Verte.

Ces résultats sont variables avec la tension des gaz. La couleur vire au blanc quand la pression s'accroît.

Il y a un fait hors de contestation, c'est que l'étincelle augmente la température des corps dans lesquels elle se produit. Dans les liquides, elle les projette : dans l'air, elle détermine une dilatation; le thermomètre de Kinnerstley sert à le démontrer. C'est un vase fermé A (*fig.* 212) contenant de l'eau et de l'air, et dans lequel on fait passer une étincelle entre deux tiges A; au moment où elle se manifeste, le liquide est projeté par un tube communiquant B. On fait une expérience analogue au moyen du mortier électrique (*fig.* 213), qui permet de lancer une bille A par la dilatation qu'éprouve l'air contenu dans la chambre B au moment où l'on y produit une forte étincelle.

Tous ces phénomènes changent entièrement d'aspect dans le vide des machines pneumatiques; l'étincelle n'y est plus un trait net, linéaire et brillant, c'est une lueur rougeâtre, peu

Fig. 212.





Fig. 213.

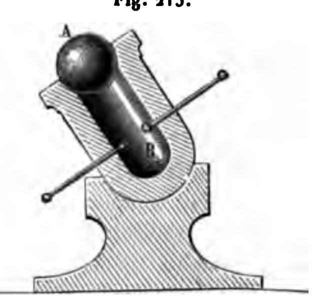


Fig. 214.



vive et qui s'étale. L'expérience se fait avec l'œuf électrique qui est, ainsi que l'indique son nom, un ballon en verre de forme ellipsoïdale (*fig.* 214) : on le vide par un tube à robinet et l'on y fait passer entre deux tiges A et B l'électricité que fournit, d'une manière continue, une machine électrique. La lueur qui se voit entre les conducteurs est une double aigrette, plus vive à l'extrémité positive qu'à la négative. On peut faire la même expérience en employant un tube de 2 mètres de long, vidé d'air et muni de conducteurs comme l'œuf électrique; on y voit les mêmes lueurs qui rappellent les jeux de l'aurore

boréale et qui semblent suivre la main quand on la promène extérieurement sur le tube. Nous voyons dans ces expériences une confirmation de celles que l'on doit à Matteucci sur la déperdition dans l'air; elles montrent qu'à une haute tension l'électricité s'échappe instantanément dans l'air raréfié.

POUVOIR DES POINTES. — En étudiant la distribution de l'électricité sur les conducteurs, nous avons reconnu que l'épaisseur de la couche électrique devient infinie à l'extrémité des corps terminés en pointe. Cela conduit à une conséquence forcée, c'est que la tension ou l'effort exercé par le fluide contre l'air doit être infinie, et que par suite ce fluide doit s'échapper dans l'atmosphère. C'est, en effet, ce que l'expérience confirme, car en plaçant sur une machine électrique un conducteur pointu, toute l'électricité disparaît en même temps qu'elle est produite et la machine ne se charge plus.

Pour savoir comment cet écoulement électrique se fait, il faut examiner la pointe dans l'obscurité. On la voit alors terminée par une aigrette lumineuse qui part de l'extrémité même et s'étale comme une gerbe divergente en diminuant peu à peu d'éclat; on entend, en outre, un bruit sourd où on démêle de petits picotements qui semblent venir d'une série de faibles étincelles. Cette gerbe augmente d'éclat et change de direction si on promène au-dessus de la pointe, ou la main, ou un conducteur métallique; cela ne doit point nous étonner, car ce conducteur est influencé, et, réagissant sur la pointe, il doit augmenter encore et sa charge et l'écoulement qu'elle produit.

Les deux électricités ne donnent pas les mêmes résultats; l'aigrette venant d'une pointe positive est large, allongée et pourpre; celle qui part d'une pointe chargée négativement se réduit à un point lumineux plus foncé qui ne se dilate et ne se prolonge pas. Cependant ces différences d'aspect tendent à disparaître quand la tension augmente.

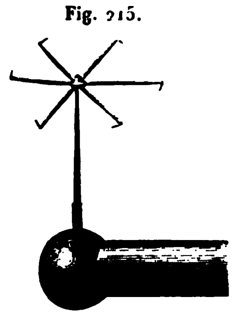
Quand on dirige vers le conducteur d'une machine un conducteur aiguisé à son extrémité, il se charge par influence de fluide négatif dont la tension est infinie et qui s'écoule vers la machine; alors celle-ci ne se charge plus, d'où il résulte qu'une pointe dirigée vers un corps électrisé suffit pour le ramener à l'état naturel. Nous verrons plusieurs applications de ce procédé.

Jusque-là, l'action des pointes s'explique sans difficulté; mais ce qui nous reste à en dire n'est plus aussi simple. Quand une pointe communiquant avec une source électrique produit l'écoulement de fluide que nous venons d'étudier et qu'on promène la main au-dessus, on sent une agitation de l'air que l'on a nommée le *vent électrique :* il est assez fort pour incliner la flamme d'une bougie et l'éteindre; il y a donc, en même temps qu'un transport d'électricité, un transport de l'air, et c'est ce fait dont l'explication a partagé les physiciens.

Quelques auteurs ont assimilé la tension électrique à une véritable pression qui s'exercerait contre la couche d'air entourant les conducteurs et qui diminuerait la pression atmosphérique sur leur surface. Partant de cette idée, ils étaient conduits à dire que le fluide en s'échappant chasse l'air devant lui, absolument comme le ferait un gaz qui serait lancé par la pointe. Mais cette assimilation entre la pression d'un gaz et la tension électrique n'est justifiée par aucun fait, et nous ne l'adopterons pas. On peut, au contraire, expliquer ces phénomènes de la manière suivante sans hypothèse nouvelle. Au contact des conducteurs chargés, les molécules s'électrisent, puis sont repoussées; elles sont ensuite remplacées par des molécules nouvelles qui s'électrisent à leur tour et suivent les premières dans leur répulsion. De ce mouvement doit résulter le vent électrique.

Quoi qu'il en soit de ces explications, il y a un fait d'expérience qui nous est acquis, c'est qu'à l'extrémité d'une pointe il y a une action qui chasse l'air; il y a donc conséquemment une réaction qui doit repousser la pointe en sens opposé, et, si elle était libre, elle reculerait. Cette conséquence se vérifie pleinement par le tourniquet électrique (*fig.* 215); il se compose d'une chape centrale sur laquelle sont fixés des rayons divergents en fil de laiton; tous sont recourbés dans le même sens à leur extrémité et terminés en pointe aiguë; la chape se place en équilibre sur un pivot communiquant à une machine électrique, et quand on charge celle-ci,

Fig. 215.



tous les reculs de toutes les pointes concourent pour faire tourner le moulinet.

Cet appareil marche indéfiniment dans l'air libre, mais s'il est placé sous une cloche, il ne tourne que pendant un certain temps, après lequel il s'arrête, quoique la machine continue de fonctionner : c'est qu'à ce moment toutes les molécules d'air ont été électrisées au même degré, et qu'étant toutes repoussées par la pointe, elles ne viennent plus successivement y prendre du fluide pour s'en éloigner ensuite. On voit que la dernière explication que nous avons donnée prévoit ce fait très-naturellement; il n'en serait pas de même de la première.

Aimé a encore constaté que l'aiguille recourbée ne tourne ni dans l'eau ni dans le vide. Elle le fait dans l'huile ou dans l'essence de térébenthine; mais il faut tenir près du niveau une pointe conductrice en communication avec le sol.

ÉLECTRISATION PAR INFLUENCE PRÉCÉDANT LE MOUVEMENT DES CORPS LÉGERS. — Le premier phénomène électrique que nous avons étudié est l'attraction des corps légers; nous l'avons expliqué en gros en disant que les actions exercées entre les fluides entraînaient la matière elle-même. Nous devons maintenant revenir sur ce sujet pour montrer comment l'influence électrique s'exerce d'abord entre les corps en présence, et comment, une fois accomplie, elle détermine ces attractions des fluides et ces mouvements de la matière.

Le premier et le plus simple des cas que nous ayons à étudier est celui où le pendule est mauvais conducteur. Quand il est chargé d'une électricité quelconque, elle est adhérente à sa surface et fixée sur ses molécules sans pouvoir les quitter; vient-on à lui présenter un corps électrisé d'une manière semblable ou inverse, les fluides du pendule seront repoussés ou attirés, et les molécules auxquelles ils adhèrent s'écarteront ou se rapprocheront du corps électrisé. Quand ce pendule, toujours mauvais conducteur, est à l'état naturel, il subit d'abord la décomposition polaire dont nous avons parlé, chaque molécule prend un pôle de nom contraire au corps inducteur à son extrémité la plus rapprochée, un pôle de même nom au bout le plus éloigné, toutes sont attirées individuellement, et

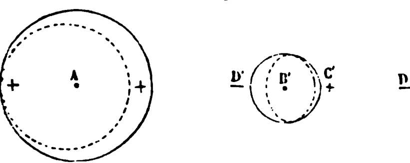
leur ensemble, c'est-à-dire le pendule tout entier, se rapproche du corps inducteur et vient le toucher.

Mais, une fois le contact établi, il n'y a pas de répulsion immédiate, car la balle non conductrice prend une électricité contraire à celle de l'inducteur sur les points qui le touchent, et si l'on fait l'expérience dans la balance de Coulomb, il faut tordre le fil de plusieurs degrés pour vaincre cette adhérence. A la longue, le pendule finit par se charger par communication de la même électricité que l'inducteur, et alors il est repoussé.

Quand le pendule est formé d'une substance conductrice isolée, il convient de distinguer trois cas : le premier où il est chargé d'électricité contraire à celle de l'inducteur, le second où il possède la même électricité, le troisième où il est à l'état naturel.

Le corps fixe étant en A (*fig.* 216) et positif, le pendule étant en B et négatif, les fluides s'attireront, et, se distribuant inégalement sur les deux corps, s'accumuleront sur les faces qui se

Fig. 216.

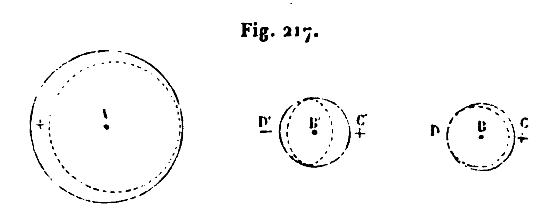


regardent. Cela se fera instantanément, et alors les couches électriques comprises entre l'air qui les retient et le corps dans lequel elles ne peuvent pénétrer tendront à se rapprocher et ne pourront le faire sans entraîner le pendule. Aussitôt le mouvement commencé, la distribution change; l'influence augmente, l'accumulation des fluides contraires s'accroît sur les parties les plus voisines, et l'attraction augmente, aussi bien par l'effet du rapprochement des corps que par celui de l'accumulation plus grande des fluides. Aussitôt que le contact a eu lieu, le pendule B a pris du fluide positif et il est repoussé, comme nous allons le voir.

Représentons toujours par A et B (*fig.* 217) le corps inducteur et le pendule, mais supposons-les cette fois chargés de fluides semblables : ces fluides se repousseront tout d'abord et com-

menceront par s'accumuler sur les surfaces les plus éloignées des deux conducteurs. Une fois qu'ils sont ainsi disposés et confinés sous les enveloppes d'air qu'ils ne peuvent franchir, leur répulsion continue et entraîne le pendule qu'ils ne peuvent quitter. Mais là ne se bornent pas les effets que l'on peut

Fig. 217.



avoir à observer. Je suppose que l'on force le pendule à se rapprocher jusqu'en B', on déterminera par une action d'influence plus énergique une décomposition secondaire du fluide neutre, et l'on aura en D' de l'électricité négative qui sera attirée, et en C' du fluide positif qui sera repoussé. Ce dernier est à la vérité plus abondant que le premier; mais d'un autre côté sa distance au corps inducteur est plus grande, et il y aura une position pour laquelle, attraction et répulsion devenant égales, le pendule sera en équilibre. A partir de là, si le rapprochement continue fort peu, la répulsion se change en attraction.

L'expérience confirme entièrement cette conséquence importante; car si nous touchons un pendule conducteur isolé avec un bâton de verre électrisé, il est d'abord repoussé : en approchant lentement le bâton, nous voyons d'abord le pendule se relever de plus en plus, mais sa distance au bâton diminue et bientôt il se précipite sur le verre, après quoi la répulsion recommence plus vive qu'auparavant. On conçoit que si cette inversion dans l'effet observé avait été décrite au commencement, elle aurait pu nous laisser des doutes sur les lois de répulsion que nous avons admises, tandis que maintenant elle les confirme.

Il nous reste à examiner le cas où le pendule serait à l'état naturel, mais il n'est pas plus obscur que les autres; car l'influence du corps inducteur, décomposant le fluide neutre, transporte aux deux faces du pendule les électricités séparées; toutes deux sont en égale proportion, mais la plus rapprochée

étant plus attirée que l'autre entraînera le pendule vers le corps inducteur.

Pour ne laisser rien sans explication, il faut encore faire remarquer que toutes les fois qu'on présente un cylindre de résine électrisée à des corps légers, ceux-ci, après être venus se mettre en contact avec lui, ne sont pas toujours repoussés immédiatement après; c'est qu'au contact même de la résine ils se chargent positivement au point de réunion et négativement au point opposé. Il faut, ainsi que nous l'avons vu, un temps quelquefois assez long avant qu'ils aient reçu par communication l'électricité négative de la résine.

Cette théorie de l'électricité par influence fait disparaître tout ce qu'il pouvait rester d'obscurité sur les premiers phénomènes de l'électricité, en même temps qu'elle étend et qu'elle complète la question de la distribution électrique. Elle nous révèle une cause d'erreur qui pouvait devenir grave dans les expériences que Coulomb fit avec sa balance pour trouver les lois des attractions et des répulsions électriques. On a supposé en les décrivant que la distribution électrique ne change pas à la surface des balles quand leur distance varie. Cela n'est certainement pas vrai; mais on pouvait négliger l'erreur qui en résulte, car Coulomb eut le soin d'employer de fort petites balles et de les maintenir à une distance assez grande pour qu'on pût sensiblement les considérer comme des points. Il n'en est plus de même quand elles deviennent très-grosses, qu'elles se rapprochent beaucoup et que leur charge est très-différente; dans ce cas, les inégalités de distribution introduisent des erreurs considérables et les forces ne sont plus en raison inverse du carré des distances : c'est ce qu'ont montré MM. Harris et Marié-Davy. Mais si l'effet change, ce n'est pas parce que les lois élémentaires se transforment, c'est parce qu'elles agissent dans des cas compliqués, et que la résultante n'est plus proportionnelle aux actions élémentaires.

VINGT-CINQUIÈME LEÇON.

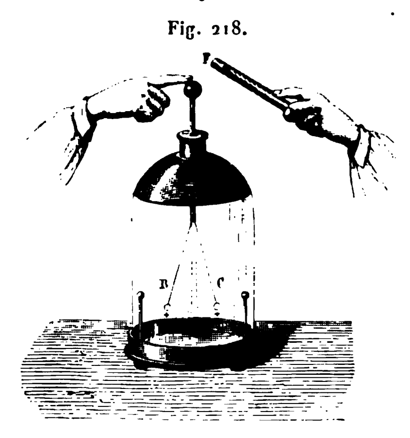
ÉLECTROSCOPES ET MACHINES ÉLECTRIQUES.

Électroscope à lames d'or. — Électroscope de Coulomb. — Machines électriques, — ordinaire, — de Van Marum, — de Nairne, — d'Armstrong. — Indication des diverses sources de l'électricité statique.

ÉLECTROSCOPES. — Jusqu'à présent, nous n'avons employé que le pendule électrique pour reconnaître l'existence et la nature de l'électricité répandue sur un conducteur; cet électroscope est grossier. D'un autre côté, la balance de Coulomb est incommode et n'a pas le degré de sensibilité qu'il faut quand on veut accuser, sans les mesurer, des charges électriques très-faibles; il fallait donc construire des électroscopes plus délicats que les précédents, et l'on y est parvenu en faisant subir au pendule électrique des modifications successives qui l'ont fort éloigné de sa forme primitive.

Que l'on conçoive une cloche de verre portée sur un plateau métallique communiquant avec le sol (*fig.* 218) et, dans la tubulure de cette cloche, une tige terminée extérieurement par un bouton et qui soutient à l'intérieur ou deux fils de lin, comme le faisait Nollet, ou deux boules mobiles de sureau qu'employait Cavallo, ou deux petits brins de paille très-minces dont se servit Volta, ou enfin deux petites bandes d'or B, C, découpées dans une feuille à dorure, par lesquelles

Fig. 218.



onnet remplaça ces divers systèmes, et l'on aura la description complète des électromètres à fils, à boules, à pailles et à mes d'or que les électriciens ont tour à tour construits. On 'emploie plus aujourd'hui que le dernier, et pour lui donner plus grand degré de perfection, il ne reste plus qu'à vernir à gomme laque le haut de la cloche, à sécher l'intérieur avec de chaux vive qu'on y laisse en permanence, et enfin à fixer sur base, vis-à-vis les lames d'or, deux petites colonnes métalques qui sont reliées au sol et dont l'usage va être expliqué.

On voit tout de suite que la cloche est un support isolant, ue de plus elle maintient l'air intérieur dans un état permaent de siccité, et qu'enfin elle prévient toutes les agitations iormales de l'appareil. Toutes les fois qu'on électrisera le outon extérieur, les lames divergeront, et les deux colonnes étalliques augmenteront la divergence en déterminant par ifluence une accumulation électrique sur elles-mêmes et sur s lames.

Ce n'est pas par contact que l'on charge cet appareil, c'est ır influence. On approche un bâton de verre électrisé F; il tire le fluide négatif et repousse le positif dans les lames qui écartent. Si à ce moment on touche le bouton avec le doigt, n fait écouler le fluide positif, les lames se rapprochent et il e reste que l'électricité négative sur le bouton. Après cela, n enlève d'abord le doigt, ce qui rétablit l'isolement, ensuite bâton, ce qui rend libre l'électricité accumulée sur le bouın, et l'on voit les lames redevenir et demeurer divergentes : les sont chargées négativement.

Maintenant approchons du bouton un corps chargé négatiement, il repoussera le fluide sur les lames et augmentera ur divergence; amenons un corps électrisé positivement, il ra le contraire et les rapprochera. On reconnaîtra donc que fluide du corps approché est positif ou négatif quand l'éırtement primitif des lames diminuera ou augmentera.

Il faut, toutefois, faire observer que de ces deux effets un ul est concluant, c'est l'écartement, et que le rapprochement s lames a lieu sans que le corps extérieur soit chargé; car nous approchons la main du bouton, il y a une action d'inıence qui amène sur la main de l'électricité positive et une action de celle-ci qui enlève du fluide aux lames pour le

condenser dans le bouton. Par conséquent, un corps à l'état naturel diminue l'écart des lames, et quand on observe cet effet, on ne peut conclure l'existence d'un fluide dans le corps approché.

Quand le rapprochement des lames est produit par un corps électrisé positivement, il peut le plus souvent se transformer en une divergence. Présentons, en effet, à l'appareil un bâton de verre frotté, il fera converger les lames d'abord; en l'approchant davantage, il les amènera au contact, et en continuant encore, il déterminera une décomposition nouvelle; alors les lames se chargeront positivement et s'écarteront de nouveau. Les mêmes phénomènes se verront en sens inverse, si ensuite on retire lentement le bâton, c'est-à-dire que les pailles se rapprocheront jusqu'à se toucher et se relèveront ensuite. Or, quand on examine un corps chargé positivement, il n'est pas toujours facile de saisir le premier effet, le rapprochement, qui seul permet de reconnaître si l'électricité de ce corps est positive, et souvent on n'aperçoit que le second, l'écartement, ce qui induit en erreur. Pour détruire toute incertitude, il faudra toujours faire deux épreuves après avoir chargé l'électroscope d'abord positivement, ensuite négativement.

Divers expérimentateurs ont cherché à transformer cet électroscope en électromètre, c'est-à-dire qu'ils ont voulu l'employer, non plus seulement à constater, mais encore à mesurer l'intensité de la charge des conducteurs qu'on lui faisait toucher. A cet effet, ils observaient l'écart angulaire que prennent les lames après ce contact : de Saussure ayant trouvé que cet écart est proportionnel à la charge tant qu'il ne dépasse pas 30 degrés, le nombre qui l'exprime représente aussi l'épaisseur électrique du conducteur. Si l'on veut étendre jusque-là l'usage de l'électroscope, il est indispensable de remplacer la cloche qui l'enferme par une cage de glaces afin d'annuler les erreurs de réfraction, d'appliquer derrière les pailles un cadran divisé, et de les observer par un trou fixe ou avec une lunette placée en avant. Quant à la graduation, voici comment Saussure la faisait : il chargeait l'appareil et mesurait l'écart, ensuite il touchait le bouton avec un instrument tout semblable qui enlevait au premier la moitié de son électricité, et le nouvel écartement correspondait à une charge moitié de la première.

Après avoir répété plusieurs fois de suite les mêmes contacts et les mêmes mesures, on construisait une courbe dont les abscisses représentaient les déviations, et les ordonnées les charges. Il faut dire que comme électromètre cet appareil n'est pas irréprochable et qu'il est rarement employé.

Coulomb a construit un autre électroscope qui n'est rien que sa balance, mais avec des dimensions beaucoup moindres et une sensibilité bien plus grande. Tout est enfermé dans un cylindre de verre couvert d'un plateau de glace. Une aiguille de gomme laque terminée par un plan d'épreuve est suspendue horizontalement comme dans la balance; seulement le fil métallique est remplacé par un fil de soie tel qu'on le tire du cocon. Enfin, vis-à-vis le plan d'épreuve est une tige métallique qui traverse le cylindre et qui remplace la boule fixe de l'appareil de torsion. Quand on électrise cette tige, elle repousse l'aiguille et on mesure sur une graduation horizontale l'angle de répulsion. On charge cet instrument comme l'électroscope précédent.

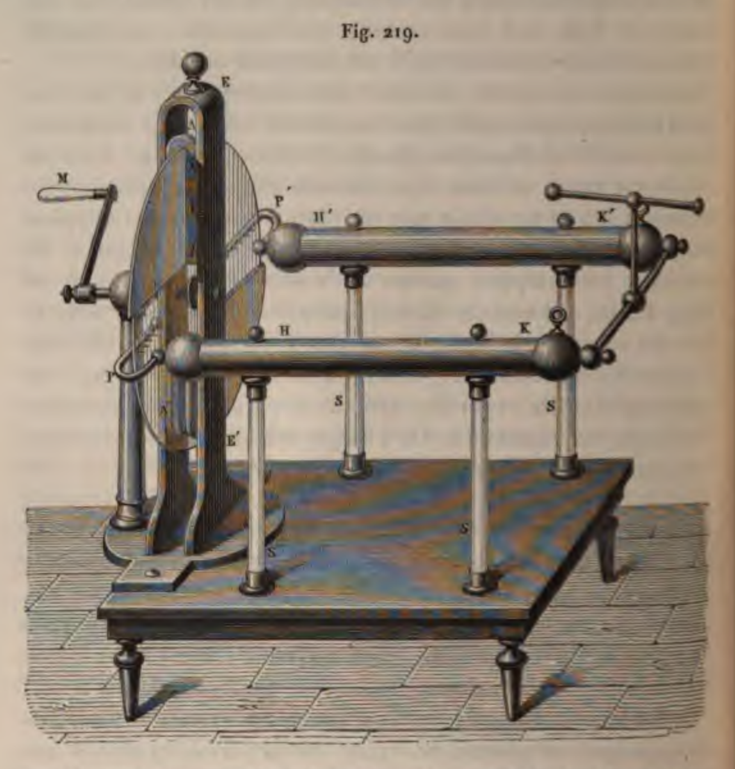
MACHINE ÉLECTRIQUE ORDINAIRE. — Comme les expériences précédentes exigent le plus souvent l'emploi des machines électriques, nous nous en sommes servis, sans les avoir expliquées, parce qu'elles sont fondées sur des principes qu'il fallait d'abord avoir posés. Nous arrivons aujourd'hui à les pouvoir comprendre.

La machine habituellement en usage en France a pour organe principal un plateau de verre choisi parmi les moins hygrométriques que l'on puisse rencontrer (*fig.* 219); il est traversé par un axe métallique tournant dans des collets et soutenu par des montants de bois E, E'; il peut être mis en mouvement de rotation par une manivelle M. Pour frotter ce verre, il y a deux systèmes de coussins : le premier A en haut des supports, le second tout à fait semblable fixé en A' à la base. Il est évident qu'en tournant la manivelle on fait successivement passer tous les points des deux faces du verre contre les coussins et qu'ils y prennent l'électricité positive.

Avant d'aller plus loin, nous devons dire comment on pourra développer sur le verre la plus grande charge possible. Si les coussins étaient isolés, ils se chargeraient négativement, et

l'on conçoit qu'après avoir séparé $+e$ d'électricité sur le verre et $-e$ sur les coussins, on arriverait à une limite de charge

Fig. 219.



qu'il serait impossible de dépasser, quand la tendance de ces électricités à se recomposer serait devenue égale à l'action du frottement pour les séparer. Les choses étant en cet état, nous romprons évidemment l'équilibre en enlevant l'électricité aux coussins; et en continuant le frottement, nous produirons une nouvelle décomposition qui ajoutera une certaine épaisseur de fluide à celle que le plateau avait déjà acquise. Dès lors, il est nécessaire de maintenir les coussins en relation constante avec le sol, et la charge du plateau se trouvera par là notablement accrue.

Pour réaliser cette condition, on dispose le long des supports et à leur partie interne une règle de cuivre qui règne sur toute

leur longueur et qui se relie au sol par une chaîne qu'on laisse toujours pendre. Chaque coussin est en communication avec cette règle. Il est formé d'une plaque en bois bien plane, recouverte de cuir, bourrée de crin et soigneusement garnie de feuilles d'étain laminé qui la rendent conductrice. Des ressorts métalliques, qui prennent leurs points d'appui contre le support d'une part et contre les coussins de l'autre, exercent sur le verre une pression constante et partout égale.

De pareils coussins développeraient très-peu d'électricité, car il ne suffit point de frotter le verre, il faut encore le frotter avec les substances qui l'électrisent le plus; or l'expérience a montré depuis longtemps que l'or mussif (bisulfure d'étain) réalise cette condition. On réduit ce corps en poudre très-fine; on le lave, et, après l'avoir séché, on enduit les coussins de cette poudre que l'on fait adhérer avec un peu de suif. D'autres expérimentateurs préfèrent un amalgame d'étain que l'on emploie de la même façon et qui réussit aussi bien.

Voilà déjà une partie de notre but atteinte : nous pouvons obtenir sur le plateau une épaisseur électrique limite qui sera considérable, et y développer une quantité totale d'électricité qui sera proportionnelle à l'étendue des parties frottées, c'est-à-dire à la surface du plateau. Il faut maintenant recueillir cette électricité sur des corps conducteurs qui puissent à un moment donné la laisser échapper tout entière et à la fois; c'est le but des *conducteurs* de la machine. Ce sont deux cylindres de laiton HK, H′K′ réunis entre eux, soutenus sur des pieds de verre et dirigés perpendiculairement au plateau vers les deux extrémités de son diamètre horizontal; ils sont terminés par deux pièces P, P′ contournées en forme d'U, que l'on nomme les *mâchoires* et qui embrassent le verre entre leurs branches. Ces conducteurs se chargent par l'influence du plateau; ils prennent l'électricité négative sur les mâchoires; la positive est reléguée aux parties les plus éloignées, et il y a une ligne neutre sur chacun d'eux.

Pour compléter la machine, on utilise le pouvoir des pointes; on implante dans les deux branches des mâchoires deux séries d'aiguilles de cuivre dirigées vers les deux faces du verre. C'est sur ces pointes que le fluide négatif s'accumule, et comme il n'y peut point demeurer, il s'échappe en auréoles brillantes,

franchit la couche d'air et arrive sur le plateau où il reconstitue du fluide neutre avec l'électricité positive que le frottement y avait développée. Cela produit deux résultats également importants : d'abord le verre revient à l'état naturel, et un nouveau frottement y pourra ramener une nouvelle charge ; ensuite le conducteur perd son fluide négatif et il se trouve exclusivement chargé d'électricité positive dans toute son étendue, mais surtout à ses extrémités K, [illegible].

Si nous suivons maintenant le plateau dans son mouvement, nous nous rendrons exactement compte du jeu complet de l'appareil. Prenons, par exemple, un point du verre placé d'abord à la base contre les coussins A'; en frottant, il se charge, puis il monte peu à peu pendant que la manivelle tourne, et il vient passer dans la mâchoire P; là il se décharge. Continuant son mouvement, il prend une nouvelle quantité de fluide en A; il la perd de même dans la seconde mâchoire P' et revient enfin à la partie inférieure pour recommencer la même série de phénomènes pendant tout le temps de l'opération.

Il faudra autant que possible empêcher toute déperdition par l'air dans le trajet que fait le verre depuis les coussins où il se charge jusqu'à la mâchoire où il se décharge, et c'est pour cela qu'on use d'une précaution, qui n'est point superflue, d'envelopper le plateau d'un écran double de taffetas ciré, qui l'isole de l'air humide. A cette précaution on en ajoute d'autres toutes les fois que l'on veut opérer : c'est de chauffer toutes les parties de la machine, de frotter à l'avance les supports des conducteurs avec des linges séchés au feu, sans quoi l'électricité disparaîtrait à mesure qu'elle se produit. Quoi qu'on fasse, ces instruments ne marchent qu'avec la plus grande peine pendant les temps humides. D'un autre côté, toutes ces précautions deviennent inutiles quand l'air est bien sec.

MACHINE DE VAN MARUM. — La machine précédente ne permet de recueillir que l'électricité positive ; si l'on voulait obtenir la négative, il faut modifier sa construction, isoler les coussins et recueillir leur fluide que nous laissons perdre. On y parvient par la disposition suivante, qui est due à Van Marum (*fig.* 220). L'axe de rotation CAB est très-allongé, il supporte le plateau à l'une de ses extrémités B où il est garni de gomme

laque, et on l'équilibre à l'autre bout par un contre-poids C. Les coussins E et E′ sont isolés sur des pieds de verre; mais on peut, ou maintenir cet isolement, ou le supprimer au moyen d'un arc métallique DD′, qui est relié au sol par son

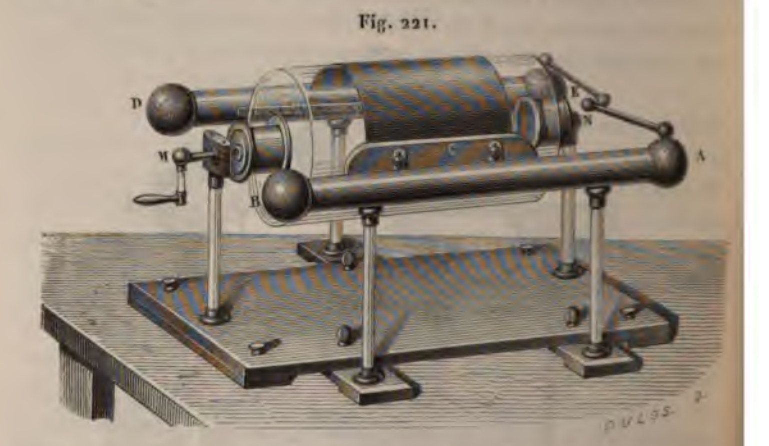
Fig. 220.



support, et qui, pouvant tourner en A, se place, ou dans un plan vertical, ou horizontalement jusqu'à toucher les coussins. Le conducteur FGF′, qui est toujours isolé, peut lui-même être placé dans une position verticale en face du verre, ou horizontale en contact avec les coussins. Cette machine fonctionne de deux manières, 1° on fait communiquer les coussins au sol par l'arc DD′ et l'on met verticalement le conducteur FF′; alors celui-ci se charge positivement, comme dans la machine ordinaire, et l'électricité négative se perd; 2° on réunit les coussins avec le conducteur FF′, et l'on dirige verticalement l'arc DD′; à ce moment, c'est l'électricité du verre qui rentre dans le sol, et c'est celle des coussins, la négative, qui est accumulée sur le conducteur.

MACHINE DE NAIRNE. — Enfin la machine de Nairne (*fig.* 221) fournit à la fois les deux électricités. Le plateau y est remplacé par un manchon de verre qu'on fait tourner sur son axe MN par une manivelle. Il n'y a qu'un seul coussin C qui est d'un

Fig. 221.



côté du manchon et qui se relie avec un conducteur isolé AB. Sur l'autre face, on voit un second conducteur DE armé de pointes dirigées vers le verre, et qui lui-même est isolé. Si l'on veut recueillir seulement l'une des deux électricités, la positive ou la négative, on fait communiquer au sol ou le coussin C ou le conducteur ED, afin de perdre l'électricité dont on n'a pas besoin et d'atteindre la limite de charge pour celle que l'on garde. Si on les veut toutes deux à la fois, on maintient l'isolement du coussin et du conducteur.

MACHINE D'ARMSTRONG. — Un phénomène aperçu par hasard, mais que l'on sut étudier et agrandir, devait conduire à une machine essentiellement différente. Un mécanicien anglais, occupé à réparer des fuites survenues à la chaudière d'une machine à vapeur, vit des étincelles et éprouva des secousses quand il tenait une de ses mains dans le jet de vapeur et qu'il touchait avec l'autre le levier de la soupape de sûreté. Il se trouvait par hasard à ce moment sur un massif peu conducteur de briques chaudes qui le tenait isolé, et sans nul doute il établissait la communication entre la chaudière, qui était négative, et la vapeur,

qui prenait en s'échappant une électricité opposée. Voulant analyser cette action, M. Armstrong puisa la vapeur dans une chaudière par l'intermédiaire d'un large tube de verre qui se terminait par un robinet isolé. Tant que la vapeur n'avait point d'issue, rien n'était électrisé; mais quand on la laissait sortir, elle prenait l'électricité positive, et le robinet conservait la négative; d'ailleurs la chaudière restait à l'état naturel. Il est évident dès lors que la séparation des deux fluides se fait non dans l'intérieur de l'appareil pendant l'ébullition, mais au point où la vapeur sort en frottant contre les parois du robinet. M. Armstrong eut l'idée de transformer cette chaudière en machine électrique; mais avant de montrer comment il y réussit, il faut compléter l'étude du phénomène.

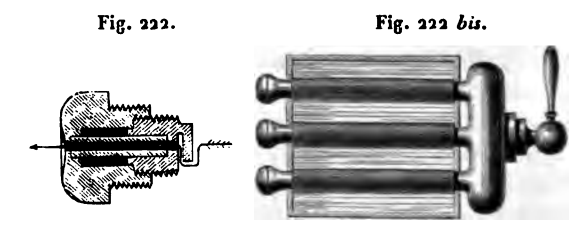
Nous venons déjà de remarquer que c'est au moment où elle sort par l'orifice d'échappement que la vapeur s'électrise; mais elle ne le fait pas toujours. Faraday l'ayant surchauffée de manière qu'elle fût sèche, vit disparaître toute électrisation. En la faisant passer, au contraire, avant sa sortie dans une boîte contenant de l'étoupe mouillée, elle se chargeait de gouttelettes liquides, et alors l'électricité était très-abondante. On est donc porté à croire que ce sont les gouttes d'eau et non pas la vapeur qui s'électrisent en frottant contre les parois du bec.

Cette conclusion est confirmée par de nombreuses expériences. Un jet d'air sec qui s'élance dans l'atmosphère ne s'électrise point; mais s'il est humide ou qu'il contienne des poussières, le bec et le jet prennent tous deux des fluides opposés. Quand l'eau de la chaudière est distillée, le bec devient négatif et le jet de vapeur positif; avec de l'eau ordinaire, il ne se produit rien. En dissolvant des sels en proportions très-faibles dans l'eau pure, on détruit également l'action; mais on la reproduit si, au lieu de matières conductrices, on met dans la chaudière des essences, des huiles ou des corps gras, et dans ce cas le partage de l'électricité se fait d'une manière inverse, la vapeur est négative et la chaudière positive. Ces faits prouvent que la production de l'électricité dépend de la nature et de la quantité des substances entraînées par la vapeur. Elle dépend aussi de la matière dont les becs sont faits : Faraday trouva que l'ivoire ne produit rien, que les

métaux sont très-actifs, et que le bois de buis est la plus énergique de toutes les substances.

Enfin on peut prévoir qu'en augmentant le frottement on doit augmenter la production de l'électricité, ce qui a lieu. Pour y parvenir, on emploie d'abord de la vapeur à haute pression, ensuite on multiplie les becs d'échappement et l'on dispose dans le trajet de la vapeur une lame verticale de buis qu'elle est obligée de contourner pour s'échapper (*fig.* 222).

Fig. 222. Fig. 222 *bis*.



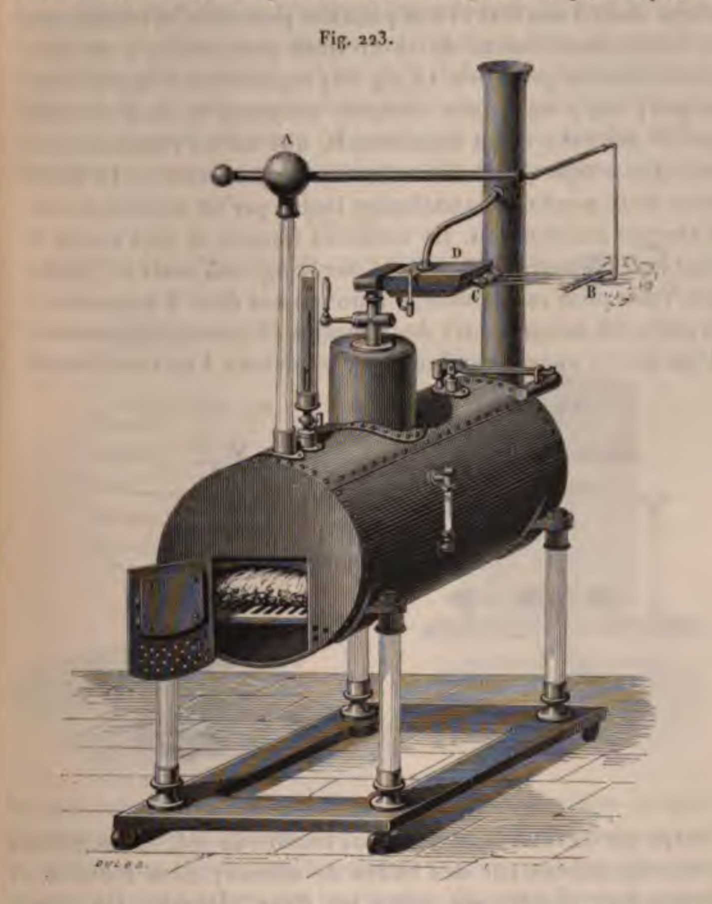
En résumé, si l'on veut utiliser ce frottement spécial pour la production de l'électricité, on devra isoler la chaudière, la remplir d'eau distillée, attendre que la vapeur ait acquis une grande pression et la lancer alors dans l'air en la refroidissant d'abord dans une boîte pleine d'eau (*fig.* 222 *bis*) qui condense des gouttelettes liquides, et la faisant passer à travers des becs de buis.

Telle est, en effet, la machine de M. Armstrong, qui est dessinée (*fig.* 223). La chaudière prend l'électricité négative, et l'on recueille le fluide positif de la vapeur sur un peigne en laiton B qui est isolé; cette machine atteint une extrême énergie. Celle que possède l'Institution Polytechnique de Londres, et qui a 2 mètres de longueur, donne 46 jets; elle produit des étincelles de 60 centimètres de longueur, qui partent d'une manière continue.

EXPÉRIENCES DIVERSES. — On fait avec les machines électriques des expériences nombreuses, trop connues d'ailleurs et trop faciles à expliquer pour qu'il soit nécessaire de les décrire longuement. L'une des plus curieuses est celle du tabouret isolant, lequel est constitué par une planche soutenue sur des pieds de verre. Quand on y fait monter une personne et qu'elle touche la machine, elle en partage l'électricité et

prend toutes les propriétés d'un conducteur chargé. On voit ses cheveux se dresser par l'effet de la répulsion qu'ils éprou-

Fig. 223.

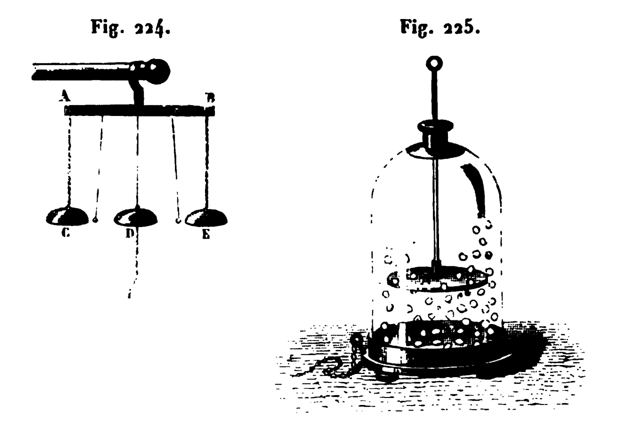


vent, et l'on obtient des étincelles quand on approche un conducteur d'une partie quelconque de son corps.

Voici quelques autres expériences qui toutes mettent en évidence, avec une grande variété de détails, l'attraction et la répulsion des corps légers; elles sont fondées sur un principe commun : c'est toujours un corps léger mobile qui est placé entre deux conducteurs, l'un chargé et l'autre communiquant au sol; ce corps est d'abord attiré par le premier conducteur

jusqu'à le toucher, et, après ce contact, où il a reçu de l'électricité, il est repoussé vers le conducteur qui est neutre. Ramené alors à son état et à sa position première, il recommence le même mouvement de va-et-vient tant qu'il y a de l'électricité pour le produire. La *fig.* 224 représente le carillon électrique; on y voit deux timbres extrêmes C et E électrisés par la machine et un troisième D, qui est en relation avec le sol. Les corps qui oscillent entre les premiers et le dernier sont deux pendules métalliques isolés par un soutien en soie; à chaque mouvement, ils viennent frapper et font sonner les timbres. L'appareil représenté par la *fig.* 225 avait été imaginé par Volta pour reproduire le mouvement dont il supposait que la grêle est animée entre deux nuages électrisés différemment. L'un de ces nuages est figuré par le plateau A qui est électrisé,

Fig. 224. Fig. 225.



l'autre par le fond B du vase qui touche au sol, et les grêlons sont représentés par des balles de sureau; elles montent et descendent rapidement entre les deux plateaux. On donne quelquefois à cette expérience un caractère moins sérieux en plaçant entre A et B une figurine qui est artistement taillée dans un morceau de moelle de sureau, qui est lestée par la base et qui, se tenant d'abord debout, exécute une danse régulière entre A et B pendant qu'on électrise A.

Parmi ces amusements dont autrefois on faisait quelque cas, nous citerons encore les appareils étincelants. Ce sont des surfaces de verre sur lesquelles on a collé des séries linéaires

de petites lames métalliques voisines qui forment des dessins variés. La première de ces lames reçoit d'une machine une charge électrique qui se transmet instantanément tout le long de la série en donnant à chaque interruption une succession d'étincelles qui éclatent toutes à la fois. On voit dans les *fig.* 226 et 227 le tube et le globe étincelants. Quelquefois on couvre un carreau de verre (*fig.* 228) de petites bandes linéaires d'étain laminé qui s'étendent sans interruption depuis

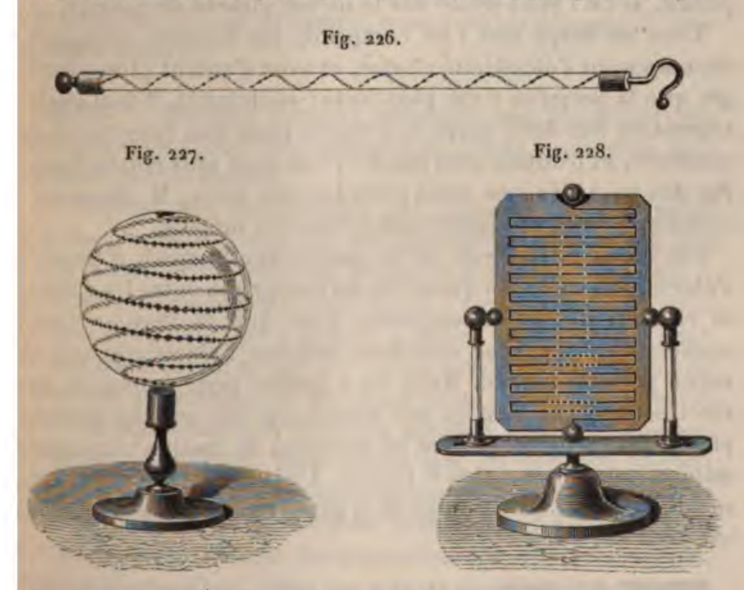


Fig. 226.

Fig. 227.

Fig. 228.

une sphère supérieure que l'on réunit à la machine jusqu'à une autre boule inférieure qui se joint au sol. On dessine sur le carreau une figure quelconque et l'on coupe avec un canif les lignes conductrices sur le contour de cette figure; quand on fait passer l'électricité, chacune des coupures, où se trouve une interruption du conducteur, s'illumine par une étincelle, et l'ensemble des points éclairés représente dans l'obscurité l'objet que l'on a voulu représenter.

INDICATION DES SOURCES DIVERSES D'ÉLECTRICITÉ STATIQUE. — Jusqu'à présent, c'est en faisant frotter deux corps l'un contre l'autre que nous avons séparé les deux électricités; mais ce

n'est point la seule source d'électricité que l'on connaisse; toutes les actions mécaniques développent de l'électricité : nous en citerons quelques-unes.

PRESSION. — Libes, ayant préparé un plateau de bois recouvert de taffetas, déposa et pressa sur sa surface un disque de métal isolé; il le souleva ensuite en prenant soin de ne point le frotter et le trouva chargé négativement; ce disque eût été positif, si on l'avait frotté sur le même plateau de taffetas.

Tous les corps que l'on comprime sur d'autres substances décomposent l'électricité neutre, et avec d'autant plus d'énergie que la pression a été plus forte; seulement, il faut que la séparation des deux corps soit rapide pour que l'électricité se conserve, et d'autant plus rapide qu'ils sont plus conducteurs. Par des procédés que nous n'étudierons point, M. Becquerel a reconnu cette propriété même dans les métaux.

Les corps cristallisés, et en particulier le spath d'Islande, s'électrisent très-bien quand on les comprime entre les doigts; et ce qu'il y a de remarquable, c'est que ce dernier cristal conserve pendant des semaines entières l'électricité qu'il a reçue par ce procédé. Haüy en a profité pour construire un électroscope qui n'est qu'une simple aiguille horizontalement placée sur un pivot, portant un morceau de spath à une extrémité et un contre-poids à l'autre. L'électricité que le cristal reçoit par la compression et qu'il garde ensuite très-longtemps est positive.

DIVISION DES CORPS. — Quand on racle avec un couteau un corps isolant comme le soufre, la résine, la cire, etc., on détache des fragments qu'on peut faire tomber sur un électroscope et qui sont positifs.

CLIVAGE. — On colle sur les deux faces d'une lame épaisse de mica deux manches en mastic, puis, après avoir séché le tout, on clive le mica en exerçant une traction sur les manches, et les deux lames ainsi séparées sont l'une positive, l'autre négative, sur leurs faces en regard. On peut répéter la même expérience en clivant de nouveau chacun des fragments obtenus par la première séparation, et on reproduit le même effet avec le même sens de distribution.

C'est au même genre d'action que l'on peut rapporter les effets que l'on observe en séparant vivement deux corps différents qui ont été primitivement réunis. Par exemple, on coule du soufre dans un verre conique et l'on y implante une tige de verre pendant qu'il est encore liquide. Quand il est solidifié et refroidi, on enlève le soufre du verre en le tirant par la tige qui y est implantée, et on le trouve positif pendant que le verre est négatif. Tous ces faits nous montrent qu'on électrise les molécules en présence, quand on les dérange de leur équilibre primitif.

CHALEUR. — Certains cristaux prennent une électricité polaire, quand on élève leur température. Nous étudierons spécialement la tourmaline.

On suspend horizontalement une aiguille de tourmaline sous une cloche reposant sur un plan métallique; quand elle est à la température ordinaire, l'aiguille n'est point électrique, mais aussitôt que l'on met une lampe à alcool sous la cloche, le cristal s'échauffe peu à peu, et pendant tout ce temps l'une de ses extrémités est positive et l'autre est négative, ce dont on s'assure en approchant de ses deux bouts un bâton de résine frotté. Ce phénomène se continue pendant tout le temps que la température s'élève; mais quand elle est devenue stationnaire, il n'y a plus aucun signe électrique. Alors on enlève la lampe et on laisse graduellement refroidir l'appareil; aussitôt que la température baisse, la tourmaline redevient électrique, présente encore deux pôles à ses deux extrémités; mais celle qui était positive pendant le réchauffement devient négative pendant le refroidissement.

Nous aurons dans la suite à signaler d'autres phénomènes électriques déterminés par la chaleur dans les corps non cristallisés.

ACTIONS CHIMIQUES. — On peut dire d'une manière générale qu'il ne se fait aucune transformation chimique sans qu'elle soit accompagnée de phénomènes électriques. Nous ne pourrons étudier ces faits dans leur ensemble qu'à la troisième partie de ce Cours. Mais nous devons, dès aujourd'hui, montrer, par un exemple au moins, la réalité de cette assertion. L'expé-

rience que nous allons citer est due à Pouillet : il prépare un petit cône de charbon qu'il enflamme à son sommet, et il le fait rapidement brûler en dirigeant sur lui un jet d'oxygène. Si le charbon est placé sur un électromètre sensible (celui de Volta), il le charge négativement, et s'il communique avec le sol et qu'on dirige le courant d'acide carbonique formé par la combustion contre le même électromètre, on le charge positivement. Par le même procédé, Pouillet a reconnu qu'au moment où on vaporise des dissolutions alcalines dans un creuset primitivement chauffé, on obtient de l'électricité positive sur le creuset et négative dans la vapeur; c'est le contraire quand le liquide est acide.

CONTACT. — Volta établit en principe que le contact de deux métaux sépare les deux électricités qui se partagent entre eux. Il se fondait sur l'expérience suivante : prenant une double lame de cuivre et de zinc soudés, il mettait le cuivre en contact avec son électroscope et il obtenait une divergence des lames d'or qui se trouvaient chargées négativement. Mais avant de rien conclure de cette action, il faudrait être bien assuré qu'il n'y a point d'actions chimiques en cause. C'est une question que nous traiterons dans la suite avec tout le développement qu'elle comporte. Nous nous bornons aujourd'hui à citer le fait qui est réel, sauf à savoir ensuite si c'est à l'action du contact des métaux ou à celle de la main par laquelle on les tient que l'on doit rapporter ce phénomène électrique.

VINGT-SIXIÈME LEÇON.

[ULTIPLICATION ET CONDENSATION DE L'ÉLECTRICITÉ.

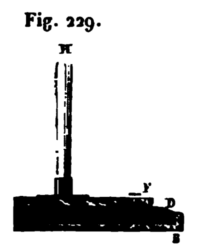
ɔhore. — Multiplicateur de Holtz. — Condensateur à lame d'air. — mulation de l'électricité sur la surface de cet appareil. — Bouteille ·yde. — Batteries. — Décharges électriques. — Effets principaux.

MULTIPLICATEURS ÉLECTRIQUES.

ıd on a développé sur un corps une charge si minime soit d'électricité, elle peut par influence donner des ɩés indéfinies de fluide contraire.

ГROPHORE. — Volta a inventé, pour remplacer la machine que à peu de frais, un appareil dont la théorie a été long-incomplète : c'est l'électrophore (*fig.* 229). On le fa-en coulant dans un moule métallique AB un gâteau de mêlé de poix dont la surface extérieure doit être lisse. 'en servir, on le frotte avec une peau de chat : il s'élec-égativement, et quand cela est fait, on place sur lui un ı de bois EF couvert d'étain en lames et surmonté d'un manche isolant H. Ce plateau subit l'influence électrique de la résine, prend de l'électricité positive à sa face inférieure et de la négative sur sa surface externe; on le touche avec le doigt, ce qui donne une faible étincelle et enlève le fluide repoussé; puis on le soulève, ce qui détruit l'influence et permet à l'électricité e de se répandre sur toute la surface, et en appro-e doigt on reçoit une seconde étincelle plus forte que

Fig. 229.



dans le moule, et l'on trouve du fluide positif à sa base
en effet, ce qui a lieu. Je suppose que l'on enlève ce
l'effet doit être d'augmenter la décomposition sur le g
sur le plateau EF. On voit dès lors qu'il est utile de la
moule en rapport avec le sol.

On touche maintenant le plateau EF pour enlever l
négatif. Cette nouvelle action amène encore une nouve
tribution, une nouvelle décomposition des fluides et
de l'électricité positive à la base du moule. Il y a
comme on le voit, une série de phénomènes qui se co
raient indéfiniment si les contacts étaient successifs,
arriver tout de suite à la limite de charge, il faudra à
toucher le plateau et le moule.

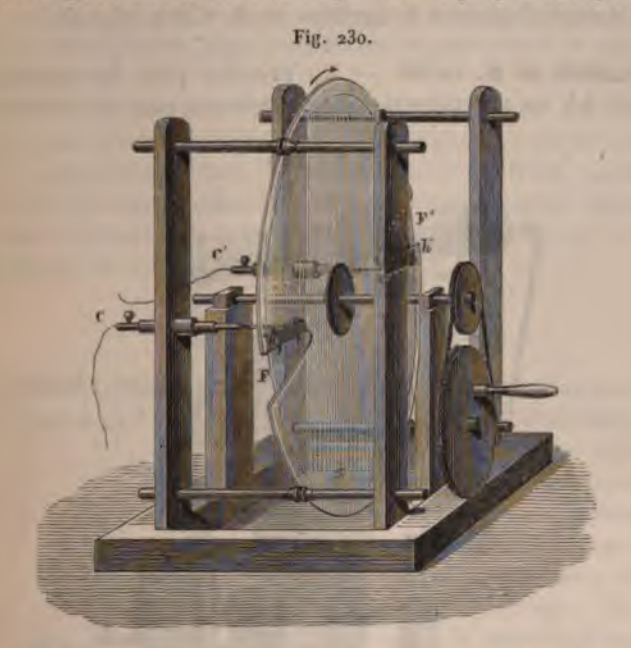
Cela étant fait, on soulève le plateau; en détruisa
fluence qu'il exerçait sur les parties inférieures, on re
une partie des électricités qui y étaient condensées,
voit apparaître de l'électricité négative sur le moule.
combien ces actions sont compliquées et combien il
cessaire de maintenir le moule en relation avec le so
nécessité avait été reconnue depuis longtemps sans q
eût donné l'explication.

Il y a encore dans l'électrophore une circonstance
quée. C'est justement celle qui lui a fait donner son
garde son électricité pendant des mois entiers.

MULTIPLICATEUR DE HOLTZ. — Voici une machine d'in

plateau un peigne isolé communiquant avec le conducteur C. Le fluide positif de *h* attire le négatif sur le peigne et repousse

Fig. 230.



le positif sur le conducteur C qui le garde. Mais l'électricité négative ne reste pas sur le peigne à cause des pointes dont il est garni; elle s'échappe, est arrêtée par le plateau F et est entraînée dans son mouvement. Elle arrive vis-à-vis d'un autre peigne C′*h*′, elle attire du fluide positif, retourne à l'état neutre et charge négativement le conducteur C′. Il est évident que la continuation du mouvement produira indéfiniment le même effet et que l'on obtiendra des quantités indéfinies de fluide positif et négatif.

En *h*′ est un autre morceau de papier qui se charge négativement et qui devient à son tour l'origine d'un nouveau développement d'électricité. Ces papiers sont tous deux suivis de fenêtres percées dans le plateau fixe pour empêcher toute sa surface de s'électriser de la même manière.

Le fluide qu'on a mis en *h* persiste tant que la machine fonctionne, mais disparaît aussitôt qu'elle se repose, et il faut

à chaque instant réamorcer la machine. On peut éviter cet inconvénient par des modifications simples de l'appareil primitif : nous citerons la machine de M. Carré (*fig.* 231).

MACHINE DE M. CARRÉ. — Un premier plan de caoutchouc durci AA est mis directement en rotation par une manivelle;

Fig. 231.



il est frotté par une paire de coussins C. Vis-à-vis de lui se trouve un plateau multiplicateur AB tournant rapidement en face des peignes D et F qui communiquent avec les conducteurs L et *ff*. Le jeu et l'explication sont les mêmes que dans l'appareil de Holtz : le plateau AA chargé positivement décompose le fluide de DL, attire l'électricité négative qui se place sur le plateau multiplicateur AB et repousse la positive en L; par le mouvement de AB, le fluide négatif arrive en face de F qui cède de l'électricité positive, tandis que la négative se rend en *ff*.

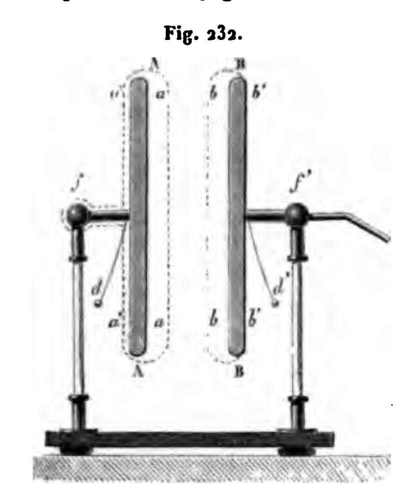
Ces machines sont incomparablement plus puissantes que :s anciennes. Entre les deux armatures de noms contraires, n voit des étincelles presque continues à des distances de 15 u 20 centimètres. Elles sont même supérieures à la machine 'Armstrong.

Mais il ne faut pas croire qu'on obtienne sans aucune dé- ιense ces quantités indéfinies d'électricité. Le travail néces- aire pour faire tourner le multiplicateur de Holtz augmente :onsidérablement aussitôt que la machine produit des étin- :elles. L'électricité, comme la chaleur, est une forme encore nconnue du travail.

CONDENSATEURS ÉLECTRIQUES.

CONDENSATEUR A LAME D'AIR. — Je suppose deux plateaux mé- illiques A et B (*fig.* 232), circulaires, de même diamètre, pro- longés par deux conducteurs partant de leur centre et pouvant se mettre en communication, l'un avec le sol, l'autre avec la machine électrique. Je suppose en outre que ces plateaux soient soutenus par des isoloirs, qu'on puisse les éloigner ou les rapprocher l'un de l'autre autant qu'on le voudra, et qu'enfin tous deux soient munis de pendules d et d', qui nous permettront d'étudier leur état électrique.

Fig. 232.



J'éloigne d'abord le conducteur B, je mets A en communi- ıtion directe avec la machine et je lui donne toute l'électri- té qu'il peut en recevoir; cette électricité se distribuera sur ı surface et l'on peut admettre, sans erreur sensible, qu'il y ı aura autant sur la face antérieure aa que sur la face posté- eure $a'a'$; cela étant, après avoir séparé A de la machine, j'ap- 'oche le conducteur B; alors tous les phénomènes connus de

l'influence vont se manifester, et nous allons encore une fois les signaler. D'abord le fluide neutre de B se décomposera, le négatif s'accumulera sur la face *bb*, le positif sur *b'b'* et sur *f'*, et il y aura une ligne moyenne qui séparera les deux charges opposées; conséquemment le pendule *d'* s'élèvera : c'est, en effet, ce que l'expérience montre. D'un autre côté, les électricités répandues sur B réagiront sur celle de A, l'attraction de la négative qui est sur *bb* l'emportera, à cause du voisinage, sur la répulsion exercée par la positive qui est en *b'b'*; alors la charge du plateau A cessant d'être uniformément distribuée sur ses deux faces s'accumulera sur *aa*, et le pendule *d* devra s'abaisser : ce qui est encore conforme à l'expérience.

Cela étant, mettons la sphère *f'* en communication avec le sol; le fluide positif disparaît et une nouvelle décomposition se fait, qui ramène une nouvelle quantité d'électricité négative sur *bb*. A ce moment le plateau B ne contient plus de fluide positif, il a une charge maximum de fluide négatif en *bb*, une charge insensible sur la face opposée *b'b'*, et qui devient entièrement nulle à partir d'un point déterminé du fil abducteur qui fait communiquer ce plateau avec le sol. Aussi le pendule *d'*, qui précédemment était soulevé parce qu'il contenait du fluide positif, retombe en contact avec la face *b'b'*.

Puisque le fluide positif a disparu de B, et qu'il y a été remplacé par une nouvelle charge négative qui s'est accumulée sur *bb*, la réaction exercée sur le plateau A a été considérablement accrue, une nouvelle quantité de fluide positif s'est transportée sur *aa* et a abandonné la face *a'a'* qui se trouve ainsi presque entièrement déchargée, ainsi que le bouton *f*, et le pendule *d* s'est abaissé presque jusqu'à être vertical.

Aucune de ces actions ne diffère de celles que nous avons précédemment étudiées en traitant de l'influence électrique: c'est la même expérience, ce sont les mêmes phénomènes, et il n'y a à invoquer, pour les expliquer, aucun autre principe que celui qui a été posé par Poisson. Ce principe suffirait pour calculer l'épaisseur de la couche électrique en chaque point des conducteurs, si leur forme était géométrique et si leur situation réciproque était connue.

ACCUMULATION DE L'ÉLECTRICITÉ. — Mais s'il n'y a là rien qui diffère du cas général de l'influence, il y a une conséquence importante que nous n'avons point encore développée et qui se présente ici d'elle-même. Le conducteur A avait primitivement été chargé jusqu'à refus par la machine électrique; mais après que l'on a approché et mis en rapport avec le sol le plateau B, la plus grande partie du fluide positif s'est transportée sur la face *aa* et a abandonné la face *a' a'*; le bouton *f* est donc presque complétement revenu à l'état naturel, et si on le met de nouveau en contact avec la machine, il en pourra recevoir une nouvelle quantité d'électricité. Supposons qu'on lui donne une seconde charge, elle éprouvera le même sort que la première, elle déterminera une nouvelle décomposition sur B, elle amènera en *bb* une nouvelle quantité de fluide négatif et, par la réaction de celui-ci, elle viendra s'accumuler en partie sur la face *aa*. On pourra conséquemment recommencer la même opération un nombre indéfini de fois; chaque charge successive se partagera en deux parties distinctes : l'une qui se condensera en *aa*, l'autre qui restera sur le bouton *f* et sur la face *a' a'*, et cette dernière partie s'ajoutant à chaque opération, le pendule *d* s'élèvera progressivement jusqu'à la hauteur où il arrive quand le plateau A est directement chargé par la machine sans subir l'action de B; à ce moment la limite sera atteinte.

Si, au lieu de charger l'appareil par des opérations successives, on maintient le bouton *f* en communication constante avec la source et *f'* en relation avec le sol, les charges électriques augmenteront continûment sur chaque point des deux appareils, et l'équilibre sera atteint au moment où le bouton *f* sera en équilibre de tension avec la machine, c'est-à-dire quand l'épaisseur électrique y sera devenue égale à celle que la machine y amènerait si le plateau A n'était pas soumis à l'influence de B.

On voit, en résumé, qu'à ce moment final la distribution des électricités sera établie comme le montrent les lignes ponctuées de la *fig.* 232. Sur le conducteur B il n'y aura qu'une quantité insensible ou nulle de fluide négatif en *b' b'*, il y en aura sur les contours, et l'épaisseur sera très-grande sur la face *bb*; sur le conducteur A, on trouvera une couche

électrique positive très-épaisse en *aa*, beaucoup moindre sur *a' a'*, et il n'y aura sur *f* que la quantité d'électricité qui serait directement fournie par la source si cette condensation n'avait point lieu.

On voit tout de suite quel avantage on pourra tirer de ces appareils puisqu'ils fournissent un moyen d'accumuler sur des conducteurs voisins de plus grandes charges que s'ils étaient éloignés les uns des autres; c'est pourquoi l'on nomme *condensateurs* les instruments fondés sur cette propriété, et l'on appelle *force condensante* le rapport de la charge totale que reçoit le plateau A quand il est influencé par B à celle qu'il recevrait s'il était seul. Il est évident que l'on pourrait calculer toutes les circonstances de cette distribution nouvelle et trouver l'expression de la force condensante sans introduire de principes nouveaux; il faudrait écrire qu'au moment de l'équilibre la charge électrique en chaque point des deux plateaux est telle, que les attractions et répulsions qu'elles éprouvent de la part de toutes les charges des autres points sont nulles; et comme équation de condition, il faudrait poser que la tension est nulle sur *b' b'* et sur le bouton *f* égale à celle que fournirait la machine; mais il est évident aussi que les résultats seraient des fonctions complexes de la forme, de l'étendue et de la distance des conducteurs, et qu'ils ne pourraient être représentés par une seule formule applicable à tous les cas particuliers.

A défaut d'une étude mathématique, on possède quelques mesures expérimentales qui sont dues à M. Riess et que nous allons résumer.

EXPÉRIENCES DE M. RIESS. — M. Riess opérait avec un système de conducteurs disposés à peu près comme ceux que nous avons décrits. Le plateau B, que l'on nomme spécialement *plateau condensateur*, était mis en rapport avec les conduits du gaz de l'éclairage; c'était un moyen de le maintenir en communication parfaite avec le sol. Quant à A, on le chargeait d'abord à distance, on touchait la boule *f* avec un plan d'épreuve et l'on mesurait dans la balance de torsion la force répulsive pour un angle d'écart constant. Après cela, on approchait le plateau B à une distance déterminée, la tension dimi-

nuait en f, et on répétait la même mesure en touchant encore f avec le même plan d'épreuve et au même point; le rapport des deux répulsions observées mesurait le rapport des épaisseurs électriques avant et après la condensation : ce rapport est constant, quelle que soit la charge initiale, et il mesure la force condensante pour le point spécial que l'on a touché.

En effet, supposons que, B étant éloigné, le plateau A ait été d'abord chargé par la machine et qu'on ait mesuré, en touchant f, une torsion R : elle sera proportionnelle à la quantité totale d'électricité que la machine fournit à ce plateau quand il est seul. Admettons qu'ensuite on ait approché B et qu'on ait chargé le condensateur à refus, le bouton f prendra la même tension que précédemment et on mesurera la même torsion R. Ensuite éloignons B, toute l'électricité de A se répandra librement sur sa surface entière, et, la tension augmentant en f, on trouvera une torsion R′ plus grande que R et qui sera proportionnelle à la quantité totale de fluide que contenait A. Le rapport de R′ à R sera donc la mesure de la force condensante, et comme il est constant, il a la même valeur que le rapport trouvé dans l'expérience de M. Riess.

On trouvera que ce rapport diminue en raison inverse de la distance des plateaux, quand cette distance est très-petite, mais moins rapidement quand la distance devient plus grande. M. Riess changea ensuite la boule f et la prit beaucoup plus grosse : cela ne fit pas changer notablement la force condensante, comme on le verra par les tableaux suivants. Il recommença les mêmes épreuves en touchant avec le plan d'épreuve le bord du plateau A, il trouva qu'en ces points la force condensante est moindre que sur la sphère S. Quand les surfaces des plateaux changent, la condensation n'est point la même; elle est moindre s'ils sont petits que quand ils sont plus étendus. Mais ce qu'il faut spécialement remarquer, c'est que tout changement survenu dans la forme du plateau B, ou même dans la disposition du fil qui le fait communiquer avec le sol, suffit pour changer la force condensante; elle est plus grande quand ce fil est dirigé parallèlement à la surface du plateau, que s'il est implanté normalement à son centre. Voici ces expériences :

DISTANCE des PLATEAUX.	VALEUR INVERSE DE LA FORCE CONDENSANTE.						
	SUR UNE SPHÈRE S de diamètre.		AU BORD du plateau A.	DIAMÈTRE du condensateur.		FIL abducteur.	
	16mm.	10mm.		184mm.	117mm.	normal.	parallèle.
∞ mm	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
112,8	0,897	0,888	0,941	"	"	"	"
45,1	0,683	0,688	0,828	"	"	"	"
33,9	0,595	0,630	0,731	0,630	0,768	"	"
22,6	0,492	0,488	0,617	0,488	0,688	0,688	0,597
11,3	0,335	0,306	0,460	0,306	0,443	0,443	0,408
9,0	0,286	0,274	0,412	0,274	0,393	0,393	0,340
6,8	0,235	0,219	0,341	0,219	0,330	0,380	0,269
4,5	0,173	0,155	0,260	0,155	0,232	0,232	0,190

Toutes ces mesures confirment la théorie que nous avons exposée, et plusieurs de ces résultats pouvaient être prévus. Ainsi, quand, le plateau A ayant été primitivement chargé par la machine, on approche B, une portion de la charge primitive se transporte sur *aa*, et abandonne le bouton *f* et la face *a'a'*: il suit de là que le rapport des charges d'un même point aux deux phases de l'expérience doit être plus grand que l'unité quand ce point est pris sur *f* ou sur *a'a'*, mais plus petit que 1 sur la face *aa*; il doit conséquemment diminuer vers les bords du plateau à mesure qu'on s'approche de la face *aa*, et c'est ce que l'expérience montre.

En second lieu, il faut, au moment où l'équilibre est atteint, que le fil abducteur soit à l'état naturel, ce qui exige que l'action résultante des fluides répandus en B et en A sur l'électricité neutre de ce fil soit nulle en tous ses points, et conséquemment il faut que la distribution de ces fluides change avec toutes les circonstances qui modifient la forme du plateau B ou la position du fil.

En résumé, ces résultats nous font voir combien la distribution électrique sur les deux plateaux est complexe, et prouvent, ainsi que nous l'avions prévu, qu'il n'est pas possible d'exprimer la force condensante par une formule simple et générale, puisqu'elle est variable aux divers points d'un même

plateau, qu'elle est une fonction de la forme des conducteurs, et qu'elle change avec des circonstances en apparence aussi peu essentielles que la direction du fil abducteur. Mais si nous ne pouvons avoir une formule générale exacte, nous pouvons néanmoins chercher une solution approchée du problème.

EXPRESSION APPROCHÉE DE LA FORCE CONDENSANTE. — Supposons, par exemple, que les plateaux soient réduits à deux plans; qu'après la charge totale, les deux couches de fluides contraires accumulées sur *aa* et *bb* soient *uniformes*, et qu'il y ait aussi sur la face *a'a'* une épaisseur *uniforme* d'électricité positive égale à celle que donnerait la machine si la condensation n'avait pas lieu; nous aurons une représentation, sinon exacte, du moins suffisamment approchée de ce qui existe réellement quand le condensateur est chargé à refus. Alors, en désignant par — B et + A les quantités totales de fluide négatif et positif répandues sur les plateaux B et A, nous pouvons poser

$$-B = mA,$$

m étant un facteur constant plus petit que l'unité et qui augmente quand la distance diminue. Isolons maintenant le conducteur B, et touchons A; nous enlèverons toute l'électricité de la face extérieure *a'a'* et une portion de celle qui était sur *aa*. On admet que cette couche enlevée avait la même épaisseur sur les deux faces et qu'elle est égale à la quantité totale d'électricité que la machine fournit à A quand B est éloigné et qu'il n'y a pas de condensation. Nous la désignerons par α.

A ce moment les deux plateaux auront changé de rôle: c'est B qui aura un excès d'électricité, pendant que le plateau A n'en conservera plus qu'une portion $A - \alpha$ sur sa face intérieure. Et puisque le rôle des plateaux seul est changé, on aura

$$A - \alpha = -mB,$$

ou, en remplaçant — B par sa valeur,

$$A - \alpha = m^2 A, \quad \alpha = A(1 - m^2).$$

α est la quantité d'électricité enlevée ou la charge que le pla-

teau AA recevrait de la source s'il était libre; A exprime d'un autre côté la totalité du fluide que prend ce plateau quand la condensation est opérée; par conséquent l'expression de la force condensante est

$$\frac{A}{\alpha} = \frac{1}{1 - m^2}.$$

Nous admettrons à l'avenir et cette formule et cette manière approximative de représenter les phénomènes.

HYPOTHÈSE DES ÉLECTRICITÉS LATENTES. — On explique souvent la condensation électrique par des raisonnements différents, en faisant une hypothèse nouvelle et tout à fait inutile sur l'état des fluides électriques dans le condensateur. Comme l'électricité négative répandue sur le plateau collecteur ne s'échappe pas dans le sol par le fil abducteur et qu'elle ne fait pas diverger le pendule, on a imaginé de la considérer comme ayant perdu ses propriétés ordinaires. On dit qu'elle devient *latente*, ou que la charge A d'électricité positive du premier plateau attire et *dissimule* une quantité — B de fluide négatif qui lui est proportionnelle sur le disque collecteur, et l'on pose la relation

$$-B = mA.$$

On ajoute que la quantité — B dissimule à son tour, par réaction, une portion $(A - \alpha)$ de la charge positive du premier plateau et que l'on a la formule

$$A - \alpha = -mB,$$

d'où

$$\frac{A}{\alpha} = \frac{1}{1 - m^2}.$$

On admet que l'électricité de la machine en arrivant sur le plateau A se partage en deux parties : l'une qui se dissimule, c'est-à-dire qui perd la propriété de manifester sa présence, l'autre α qui reste *libre* et se distribue sur le conducteur comme si la première n'y existait pas; de façon que l'équilibre est établi et que la limite de charge est atteinte quand cette portion α est devenue égale à la totalité de l'électricité que rece-

vrait le plateau s'il n'y avait point de condensation : $\frac{A}{\alpha}$ exprime alors la force condensante. Mais cette manière de considérer les choses, après avoir été généralement admise, commence à être abandonnée. Il est d'autant moins nécessaire de faire cette hypothèse d'un état nouveau de l'électricité, qu'elle n'explique pas les phénomènes; car si on l'admet, la force condensante ne dépend plus que de la distance des plateaux et nullement de la position du fil abducteur, ce qui n'est pas. Aussi abandonnerons-nous le mot d'électricité *dissimulée* et l'idée que ce mot représente.

DÉCHARGES PAR CONTACTS ALTERNATIFS. — Revenons maintenant à l'étude expérimentale du condensateur, et examinons les pertes des deux plateaux quand on les mettra alternativement en contact avec le sol. Si nous touchons A, nous lui enlèverons une charge $\alpha = A(1 - m^2)$, et nous lui laisserons $A - \alpha = m^2 A$. Quand, après cela, nous toucherons B, il perdra de même $\beta = B(1 - m^2) = - Am(1 - m^2)$ et gardera $B - \beta = m^2 B = - m^3 A$. Et si l'on continue ensuite à toucher les deux plateaux de la même manière, les pertes et les résidus successifs suivront les progressions géométriques suivantes sur les deux plateaux.

	Résidus		Pertes	
	sur A.	sur B.	sur A.	sur B.
1°	$+A$	$-Am$	$+(1-m^2)A$	$-(1-m^2)Am$;
2°	$+Am^2$	$-Am^3$	$+(1-m^2)Am^2$	$-(1-m^2)Am^3$;
3°	$+Am^4$	$-Am^5$	$+(1-m^2)Am^4$	$-(1-m^2)Am^5$;
.....	.....	.....	.....	.....
n	$+Am^{2n-2}$	$-Am^{2n-1}$	$+(1-m^2)Am^{2n-2}$	$-(1-m^2)Am^{2n-1}$.

On voit que m étant plus petit que l'unité, les résidus décroîtront, et qu'après un nombre infini de contacts les plateaux seront ramenés à l'état naturel. On peut s'assurer, en outre, que la somme des pertes successives devient égale à $+A$ pour le premier plateau et à $-mA$ ou B pour le second, quand m est infini : ce qui devait être.

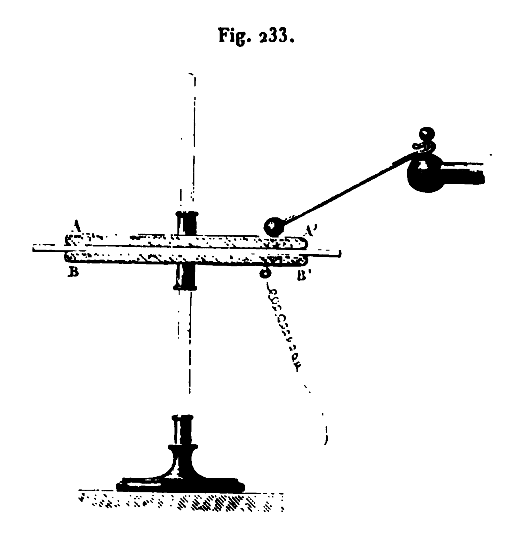
Quand, au lieu de mettre alternativement en rapport avec le sol les deux faces du condensateur, on les réunit par un

arc conducteur, on conçoit que ces décharges successives deviennent continues, et la totalité des deux fluides se précipite à travers la communication pour recomposer du fluide neutre; il en résulte une étincelle extrêmement forte et des phénomènes nombreux que nous allons bientôt étudier.

CONDENSATEUR A LAME DE VERRE. — Jusqu'à présent nous avons supposé que les deux plateaux du condensateur sont séparés par une lame d'air qui agit comme corps isolant; mais avec cette disposition, il n'est jamais possible d'obtenir des charges considérables, car il faudrait pour cela rapprocher beaucoup les deux plateaux, et, si on le faisait, les électricités se recombineraient à travers l'air. On conçoit aisément que la même chose n'aura pas lieu si on interpose entre eux un corps isolant plus résistant, comme le verre ou la résine : c'est ce que nous allons faire; mais cette interposition produit un effet plus complexe qu'on n'est porté à le penser tout d'abord.

Plaçons un plateau métallique BB′ horizontalement et en communication avec le sol (*fig.* 233); déposons sur lui une

Fig. 233.



lame de verre bien sèche et superposons à ces deux objets un deuxième plateau conducteur AA′ muni d'un manche isolant

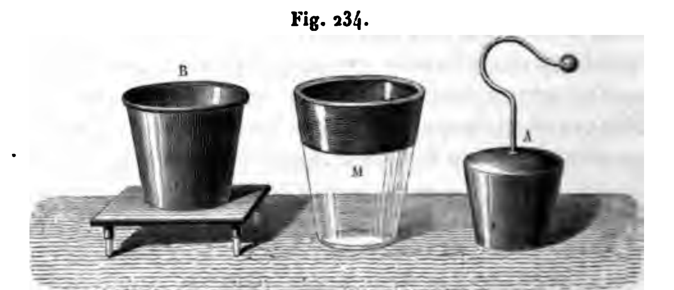
et que nous réunirons avec la machine électrique : nous aurons disposé un condensateur semblable au précédent, avec cette différence, que les électricités condensées sur les plateaux ne pourront se réunir sous forme d'étincelles à travers le verre et que la charge totale y pourra devenir considérable. En effet, si on vient à réunir B′ avec A′ par un arc conducteur, il se produira une étincelle très-bruyante avec des effets de décharge énergique. Mais voici le fait nouveau que nous voulons signaler : nous éloignerons d'abord la source électrique et nous séparerons le plateau B′ d'avec le sol; ensuite nous enlèverons le plateau A′ par son manche isolant, et enfin le verre en le tenant par ses bords. En nous laissant guider par les explications qui précèdent, il semblerait que les deux plateaux doivent retenir tous deux les électricités dont ils sont pourvus et qu'elles doivent seulement se distribuer librement sur leurs surfaces quand on les éloigne; cependant l'expérience prouve que les plateaux ne conservent que des quantités d'électricité à peine appréciables. Mais si on remet, après avoir déchargé ces conducteurs, le verre sur BB′, et AA′ sur le verre, et qu'on réunisse ensuite BB′ et AA′ par un arc métallique, on obtiendra une décharge presque aussi vive que si l'on n'avait pas d'abord séparé les appareils. Il faut donc admettre que les électricités condensées, en regard l'une de l'autre, avaient quitté les plateaux pour se disposer sur le verre.

Une contre-épreuve de cette expérience est facile à faire : on n'a qu'à enlever le verre, à placer les deux mains sur ses deux surfaces, et les deux électricités réunies par l'intermédiaire des bras font éprouver une forte commotion. Si au contraire l'expérimentateur ne touche les deux surfaces de ce verre que par les extrémités des doigts, il n'éprouve qu'un effet très-léger; mais en promenant les doigts sur les deux surfaces, il sent de petites étincelles successives et décharge successivement chacune des parties qu'il touche l'une après l'autre. Le rôle des conducteurs AA′ et BB′ devient dès lors évident : ils amènent les électricités opposées sur les deux surfaces du verre et les y laissent, puis ils les ramènent quand on décharge l'appareil.

Ces conclusions sont confirmées par un grand nombre d'autres expériences. Au lieu de prendre, comme dans l'épreuve

précédente, un carreau de verre plan, on se sert d'un bocal M (*fig.* 234) qui n'est autre qu'un grand verre à bière. Que ce verre soit plan ou non, cela n'importe pas à l'effet général; la condition essentielle est qu'il y ait deux conducteurs contre ses

Fig. 234.



deux faces opposées. On plonge dans l'intérieur un cylindre de fer-blanc A qui remplit le verre, et on fait entrer celui-ci dans un bocal B également en fer-blanc. A et B sont donc les deux conducteurs que le verre à bière sépare; et si on électrise A en mettant B en communication avec le sol, on obtient tous les effets des condensateurs à surface plane. Quand l'appareil est chargé, on le dépose sur une surface isolante, puis enlevant d'abord A avec un crochet de verre, ensuite le bocal M, on ne trouve que très-peu d'électricité sur les armatures métalliques, tandis qu'en saisissant l'extérieur du verre avec une main et plongeant l'autre dans son intérieur, on entend une série d'étincelles et on reçoit une série de commotions.

Franklin, à qui on doit l'analyse de ces effets, faisait l'expérience d'une manière encore plus frappante. Il versait dans le vase M ou dans un flacon qui le remplaçait une certaine quantité d'eau; cette eau formait l'armure intérieure A, et il plongeait le tout dans un baquet contenant encore de l'eau qui constituait le conducteur extérieur B. Quand l'appareil avait été chargé à la manière ordinaire, il l'enlevait, vidait le liquide intérieur et replaçait le flacon dans les mêmes conditions en remettant à l'intérieur et à l'extérieur de l'eau nouvelle qui n'avait point été électrisée; la charge de l'appareil n'avait pas sensiblement diminué.

Non-seulement les électricités opposées se pressent contre

les deux surfaces du corps isolant qui sépare les plateaux d'un condensateur, mais elles pénètrent le plus souvent dans son intérieur. Cela résulte d'expériences que nous avons déjà citées et de la suivante que nous allons décrire. On forme un condensateur avec une plaque de gomme laque comprise entre deux armatures métalliques mobiles; on le charge et on le maintient chargé pendant longtemps. Ensuite on réunit les armatures par un arc métallique qui les ramène à l'état naturel; on les enlève rapidement et on examine le plateau de gomme laque. On trouve d'abord qu'il n'est point électrisé; mais peu à peu ses deux faces accusent chacune l'électricité du plateau qui les touchait pendant que l'appareil était chargé. Ceci ne peut s'expliquer qu'en admettant une pénétration lente de l'électricité de l'extérieur à l'intérieur de la gomme laque pendant la première phase de l'expérience, et un retour de cette même électricité vers la surface pendant la seconde; c'est ce que de précédentes expériences de Matteucci ont déjà démontré.

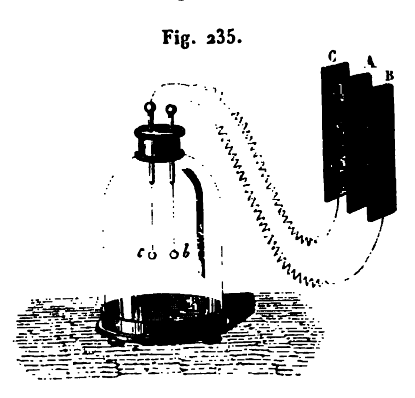
C'est en admettant cette conductibilité lente des corps isolants que l'on peut rendre raison d'un phénomène connu depuis bien longtemps. On a remarqué que si on décharge un condensateur de grande dimension en touchant ses armatures avec un arc métallique, il conserve un résidu électrique qui devient sensible quelque temps après et que l'on peut enlever par un deuxième contact. Après cela, on retrouve un deuxième résidu et il y en a d'autres encore, mais qui cessent d'être appréciables parce qu'ils décroissent rapidement.

***POUVOIR INDUCTEUR SPÉCIFIQUE.** — Nous avons admis jusqu'à présent que la nature de la lame isolante n'a point d'influence sur la force condensante et que cette lame n'agit que pour retenir les fluides. Mais Faraday a découvert que chaque substance isolante a son pouvoir d'induction propre : c'est un fait fondamental que nous allons démontrer.

On forme un condensateur double par trois plateaux A, B, C isolés et séparés par l'air (*fig.* 235); on charge A avec la machine et on met B et C en communication avec le sol. Ensuite, on isole ces derniers plateaux et on les réunit à un électromètre formé de deux lames d'or *b* et *c* voisines et isolées l'une de

l'autre; à ce moment elles sont à l'état neutre, puisque les électricités négatives sont condensées aux faces antérieures de B et de C, et que les positives ont été chassées dans le sol. Mais si l'on vient à approcher B de A, l'influence augmente, une nouvelle masse de fluide — s'accumule en B; mais aussi une partie équivalente d'électricité + se transmet à la lame *b* de l'électromètre. En même temps que cette nouvelle charge se condense sur B, elle réagit plus énergiquement sur A et décharge d'autant la face opposée au plateau C. Alors l'induction diminue sur C qui abandonne et laisse écouler du fluide négatif jusqu'à la lame *c*. Il suit de là que les deux lames *b* et *c* vont s'approcher, et en général on pourra reconnaître par leur mouvement et par la nature de l'électricité que prend chacune d'elles les variations d'intensité du pouvoir inducteur de A sur les plateaux B et C. Cela posé, l'appareil étant ramené à sa situation première, et l'électromètre étant à l'état neutre, introduisons une lame de verre entre A et B; nous verrons se produire le phénomène que nous venons de décrire et dans le même sens, absolument comme si la lame B avait été approchée de A. Le même effet a lieu quand on remplace le verre par d'autres lames isolantes, et il n'est pas le même pour chaque substance: le verre agit moins que la gomme laque et celle-ci moins que le soufre.

Fig. 235.



Il faut conclure de là que le rôle des corps isolants ne se borne pas à empêcher la recomposition des fluides comme nous l'avions supposé, mais qu'il y a de plus un pouvoir d'induction spécifique particulier à chaque substance; ainsi se complique une question qui nous avait d'abord paru très-simple.

La première chose que nous ayons à faire après avoir constaté cette puissance spécifique, c'est de la comparer dans les divers corps, et voici le principe des procédés employés d'a-

bord par Faraday, ensuite par Harris. On dispose deux condensateurs à lame d'air égaux entre eux, c'est-à-dire ayant même forme, même étendue et même distance des plateaux. Pour s'assurer de leur identité, on charge l'un d'eux et on mesure avec un plan d'épreuve dans la balance de Coulomb l'épaisseur électrique sur le plateau qui a touché la machine; supposons qu'elle soit a. Ensuite on fait toucher le condensateur chargé par celui qui ne l'est pas, et chacun doit avoir une charge commune et égale à $\frac{a}{2}$. Quand on a réussi à réaliser cette condition, on coule entre les lames de l'un des condensateurs la substance que l'on veut essayer, par exemple de la gomme laque, et on maintient l'air pour former la lame isolante de l'autre. Ayant chargé ce dernier et touché la lame positive avec un plan d'épreuve qu'il porta dans la balance, Faraday trouva dans un cas une répulsion de 290°, après quoi il réunit les deux condensateurs qui se mirent en équilibre et donnèrent, en répétant le même essai, une répulsion égale à 114°. Or elle aurait dû être la moitié de 290°, ou 145°, il faut donc que le condensateur à gomme laque ait pris plus de la moitié de la charge pour la condenser; et comme le condensateur à lame d'air a perdu et cédé 290° — 114° ou 176° et qu'il a gardé 114°, il faut que l'électricité totale ait été partagée entre les deux condensateurs dans le rapport de 176 à 114, c'est-à-dire que le pouvoir inducteur de la gomme laque soit à celui de l'air comme 176 est à 114 ou comme 1,55 est à 1.

C'est par cette méthode générale, qui fut variée dans les détails, que Faraday et Harris trouvèrent les nombres suivants :

Faraday.		Harris.	
Air	1,00	Air	1,00
Spermaceti	1,45	Résine	1,77
Verre	1,76	Poix	1,80
Gomme laque	2,00	Cire	1,86
Soufre	2,24	Verre	1,90
		Gomme laque	1,95

Il ne suffit point d'avoir constaté ce fait général qui est aujourd'hui hors de doute, il faut encore chercher s'il n'est point lié à quelques autres phénomènes qui puissent aider à l'expliquer. Or il en existe qui ont été découverts soit par Mat

teucci, soit par Faraday lui-même. Rappelons d'abord une expérience du premier de ces physiciens, expérience que nous avons déjà décrite. Ayant suspendu sous une cloche des aiguilles de gomme laque, de spermaceti et de soufre, Matteucci les vit se diriger vers un corps électrisé qu'on leur présentait et prendre des électricités contraires à leurs extrémités. Cette action se produisait aussitôt que l'influence avait lieu et cessait à l'instant où on éloignait le corps électrisé. Nous avons expliqué ces faits en admettant que chacune des molécules qui constituent l'aiguille prend des pôles électriques contraires à ses extrémités.

Faraday a ajouté une seconde expérience à la précédente. Il plaça dans de l'essence de térébenthine de petits filaments de soie, et faisant ensuite plonger dans le liquide deux conducteurs opposés, il chargea l'un d'eux et mit l'autre en rapport avec le sol. A l'instant même, il vit les parcelles de soie se dresser contre les conducteurs et former des chaînes continues en s'attirant vivement par leurs extrémités opposées : c'est qu'évidemment chaque petit fil de soie se plaçait dans les mêmes conditions que les aiguilles de Matteucci dans l'expérience précédente.

On peut dès lors admettre que les corps isolants qui séparent les plateaux d'un condensateur ne sont point inertes : ils éprouvent une décomposition polaire des fluides électriques, qui persiste tant que le condensateur est chargé et qui, réagissant sur les plateaux conducteurs, augmente la force condensante. On conçoit dès lors que l'interposition d'une plaque de résine entre les plateaux d'un condensateur à lame d'air puisse faire varier l'induction, et que l'effet produit dépende de l'intensité de la décomposition moléculaire éprouvée par le corps isolant.

BOUTEILLE DE LEYDE. — BATTERIES. — Le condensateur peut avoir des formes très-diverses, mais il est toujours constitué par deux conducteurs opposés que sépare une lame isolante. Cette lame peut être plane ou courbe; quelquefois elle est formée par les parois d'une bouteille, et les deux armatures sont placées l'une à l'intérieur de la bouteille, et l'autre à la surface extérieure. C'est sous cette forme que le condensateur fut découvert par hasard, à Leyde, en 1746, par Cuneus et

Musschenbroeck. Cuneus voulait électriser de l'eau dans un flacon qu'il tenait d'une main; et, à cet effet, il y avait plongé une tige métallique qu'il fit communiquer avec une machine électrique. Sans abandonner le flacon, il voulut ensuite enlever la tige avec l'autre main restée libre : à ce moment, il fit communiquer l'eau, qui est l'armature intérieure du flacon, avec la main qui le tenait et qui est l'armature extérieure, et les deux électricités accumulées se recombinant à travers les bras et le corps, Cuneus reçut une commotion excessivement vive. Musschenbroeck, après l'avoir éprouvée à son tour, en fut assez effrayé pour écrire à Réaumur qu'il ne recommencerait pas pour la couronne de France, et il fit la plus sinistre description des effets qu'il avait ressentis. Cet effroi n'arrêta personne et l'on se fit bientôt un amusement de ce qu'il avait tant redouté.

Depuis cette époque, l'instrument de Cuneus a conservé le nom de *bouteille de Leyde*, mais on le perfectionna. On remplit aujourd'hui l'intérieur avec des feuilles minces de cuivre ou d'or, ce qui évite l'humidité; on colle une lame d'étain à l'extérieur et l'on vernit à la cire d'Espagne ou à la gomme laque les points du verre qui ne sont point armés (*fig.* 236). L'électricité est amenée à l'intérieur par un gros fil de laiton recourbé qui permet d'accrocher la bouteille à la machine électrique, et le plus souvent on fixe contre le fond extérieur du flacon un crochet auquel on attache une chaîne métallique qui établit la communication avec le sol.

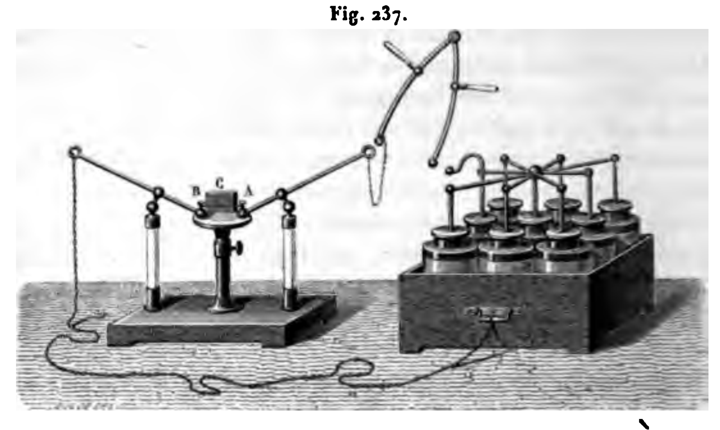
Fig. 236.



Comme la quantité totale d'électricité qui s'amoncelle dans le condensateur est proportionnelle à l'étendue des armatures qui le recouvrent, on obtient des effets plus énergiques en remplaçant le flaçon précédent par de vastes bocaux qui sont garnis intérieurement et extérieurement de feuilles d'étain collées. Souvent on les réunit par groupes de 4, 9, 16... bocaux; on les place dans une caisse carrée (*fig.* 237) qui elle-même est tapissée de feuilles métalliques et qui joint toutes les armatures extérieures entre elles et à une chaîne commune par où l'électricité s'échappe dans le sol. D'un autre côté, toutes les tiges métalliques qui conduisent le fluide dans l'intérieur des bocaux sont reliées l'une à l'autre par de gros fils de laiton, et

se terminent par un bouton unique que l'on fait communiquer à la machine quand on veut charger l'instrument. Ce sont ces

Fig. 237.



assemblages de jarres que l'on nomme *batteries électriques*. Enfin on emploie souvent des carreaux de verre encadrés et couverts sur les deux faces de lames d'étain : ce sont les *carreaux fulminants*. Toutes les fois que l'on charge de grandes batteries, on est obligé d'y employer beaucoup de temps, et ce n'est souvent qu'au bout de dix à quinze minutes que la machine a pu fournir toute la somme d'électricité que la batterie peut condenser ; l'équilibre est atteint quand les pertes, qui augmentent en même temps que la charge, sont devenues égales aux gains faits pendant le même temps.

Fig. 238.



DÉCHARGES ÉLECTRIQUES. — Avec la bouteille de Leyde, nous pouvons réaliser d'abord la décharge par contacts alternatifs dont nous avons parlé à la page 455; il suffit de la placer sur un support isolant et de faire communiquer l'extérieur avec une pièce conductrice CDEF (*fig.* 238), de façon que les deux armatures, isolées toutes deux, soient terminées par deux boutons A et F pla-

cés en face l'un de l'autre. Un pendule isolé B est suspendu entre ces boutons; il est d'abord attiré par le bouton A; en le touchant, il lui enlève du fluide positif et dégage une portion du fluide négatif qui était condensé sur l'armure extérieure. Repoussé par A, le pendule est alors attiré par le bouton F auquel il prend le fluide négatif devenu libre, et le mouvement de va-et-vient se continue, enlevant à chaque contact une faible portion de l'électricité des armatures. En mettant des timbres en A et F, on a un carillon électrique.

EFFETS PRINCIPAUX. — I. Toutes les fois qu'on joint par un conducteur les armatures opposées d'une batterie chargée, les deux électricités accumulées se réunissent à travers le conducteur; il en résulte un mouvement électrique que l'on nomme *la décharge;* elle se fait sous la forme d'une étincelle généralement moins longue que celles de la machine, mais qui est plus lumineuse, plus brillante et plus large. Presque toujours, et surtout si la batterie a une grande surface, il se développe une odeur spéciale que l'on a comparée improprement, tantôt à celle du soufre, tantôt à celle du phosphore : en réalité, c'est une odeur à part et qui provient d'une transformation particulière éprouvée par l'oxygène de l'air. Nous reviendrons sur ce point.

Un observateur qui touche de ses deux mains les armatures opposées reçoit une commotion dans les membres traversés par les fluides : il en est de cette commotion comme de l'odeur développée par l'étincelle, on ne peut la comparer à rien, il faut l'avoir sentie. Si elle est faible, ce n'est qu'un choc instantané; plus forte, elle laisse des douleurs et un engourdissement prolongé; et quand elle provient de larges batteries chargées par de puissantes machines, elle foudroie les animaux de la plus grande taille. Ce qui est remarquable, c'est qu'elle contracte les muscles quoi qu'on fasse pour l'empêcher, et cela donne lieu à une expérience curieuse. On place une pièce de monnaie sur la face positive d'un carreau fulminant chargé et l'on se met en communication avec l'autre armature; quand on approche les doigts pour saisir la pièce, ils reçoivent l'étincelle avant de la toucher et se contractent sans pouvoir la prendre malgré l'envie qu'on en a.

Quand un grand nombre de personnes se tiennent par les

mains pour former une chaîne et que la première et la dernière touchent les armatures, la décharge traverse toute la série, et chacun reçoit la commotion. Toutefois cette commotion est plus faible au milieu qu'aux extrémités, et cela tient à ce que toutes les personnes communiquant au sol, une partie des fluides se réunit par la terre en passant par les pieds. Si tout le monde était isolé, chacun éprouverait un effet égal.

Dès le moment où l'on a connu ces effets, on a cherché dans l'électricité un remède contre les paralysies; ces tentatives n'ont point été stériles, mais aujourd'hui c'est l'électricité des piles et non celle des batteries que l'on applique à ce traitement : nous aurons l'occasion d'y revenir.

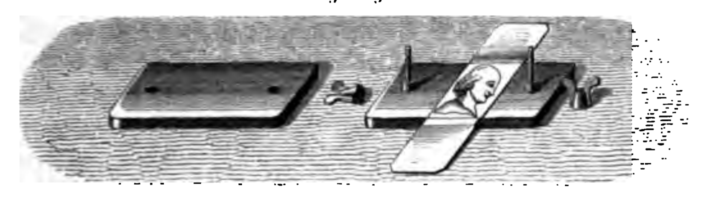
II. La décharge s'écoule à travers les corps bons conducteurs et de grande section, sans les modifier; mais quand ils diminuent en section et en longueur, ils s'échauffent jusqu'à rougir, jusqu'à se fondre et même jusqu'à se volatiliser : l'électricité faisant ainsi ce que les plus hautes températures ne produisent pas. On fait ordinairement l'expérience comme elle est représentée (*fig.* 237) avec un fil extrait d'un galon d'or. Ce fil est une cordelette de soie enveloppée d'un ruban très-mince d'argent doré qui la contourne en hélice; on la fixe en AB entre les branches de l'appareil que l'on nomme ***excitateur universel***, contre une carte C, et, au moment où passe la décharge, le métal rougit et disparaît; il ne reste plus que la soie qui est demeurée intacte et une trace d'un pourpre foncé qui a taché la carte : c'est le métal qui a été divisé et projeté.

Quand une lame d'or a été fondue par la décharge électrique contre un carton, ou un ruban de soie, ou une lame de verre, elle devient adhérente à la surface de ces corps; c'est ce que l'on fait voir par une expérience qui est devenue classique. On place une feuille à dorure sur une carte découpée qui représente le portrait de Franklin, et l'on dépose ensuite cette carte sur une lame de verre dans une presse en bois que l'on serre au moyen de vis (*fig.* 239). Au passage de la décharge, la feuille d'or se volatilise, passe à travers les découpures, s'incruste sur le verre et imprime le portrait.

Fusinieri, ayant fait passer la décharge entre une boule d'or et une boule d'argent, reconnut que l'argent s'était doré et l'or argenté aux points frappés par l'étincelle; il y a donc un double

transport des métaux de l'un vers l'autre dans les deux sens à la fois. C'est sans doute à la présence dans l'étincelle de ces

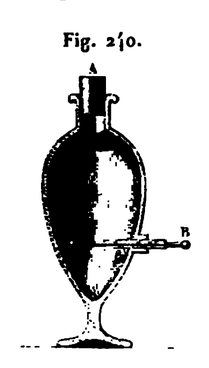
Fig. 239.



matières transportées, qu'il faut attribuer les raies brillantes qui se voient dans le spectre de la lumière électrique et qui varient de position quand change la matière des conducteurs entre lesquels jaillit l'étincelle.

III. L'étincelle des batteries, et même celle que l'on tire des machines, met le feu à tous les corps aisément combustibles, et il est probable que cet effet n'est que la conséquence de la chaleur développée. Par exemple, on enflamme de l'éther dans une capsule métallique quand on y fait tomber une étincelle; on enflamme de la résine en déchargeant une batterie à travers un tampon de coton qui en est imprégné, et l'on enflamme également de la poudre en dirigeant une étincelle entre deux épingles piquées en face l'une de l'autre dans une cartouche. L'expérience la plus connue en ce genre est celle du pistolet de Volta. Cet appareil est un vase métallique dans lequel pénètre une tige isolée BC, qu'on électrise (*fig.* 240), et une étincelle part entre la tige et la paroi du vase; on le remplit d'un mélange détonant et on le ferme par un bouchon A que l'explosion projette au moment de la décharge.

Fig. 240.



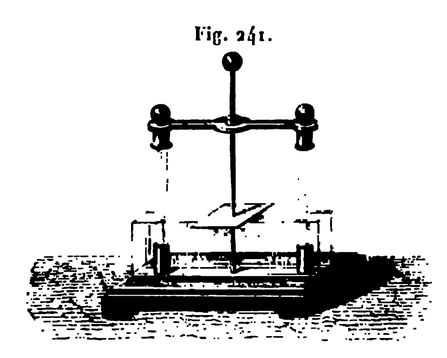
Une seule étincelle suffit pour déterminer la combustion dans tous les cas précédents; une suite d'étincelles successives continuée pendant longtemps peut décomposer la plupart des substances chimiques. On sépare par ce moyen les éléments du gaz ammoniac; on décompose partiellement l'acide carbonique en oxyde de carbone et en oxygène; on réduit l'eau en oxygène et en hydrogène; enfin

on décompose les acides, les oxydes et les sels. Mais comme ces actions ont la plus complète analogie avec celles des piles, c'est après avoir décrit ces piles que nous étudierons complétement tous les effets chimiques de l'électricité.

IV. Quand, au lieu de se transmettre à travers un conducteur, la décharge est dirigée dans une substance isolante, elle ne la pénètre jamais sans la briser. Nous allons justifier cette assertion par deux exemples.

On sépare deux conducteurs aigus dirigés l'un vers l'autre par une lame de verre bien sèche (*fig.* 241), et l'on dépose une goutte d'huile sur les pointes, ou mieux on les mastique dans deux cylindres de résine collés sur les deux faces du verre, afin d'empêcher la décharge latérale; ensuite on fait communiquer ces deux conducteurs avec les armatures d'une batterie et il se fait un trou dans le verre.

Fig. 241.



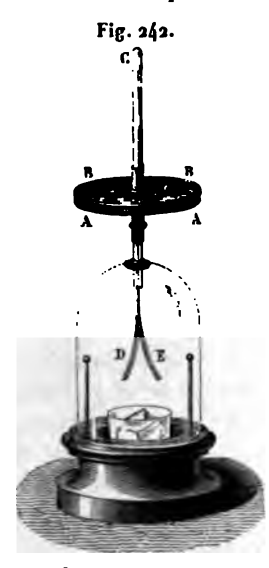
On perce de la même manière une carte placée entre deux pointes éloignées, et le trou qui est produit a ses bords relevés sur les deux faces, comme si la matière de la carte avait été soulevée et repoussée dans les deux sens à la fois. Le trou est toujours plus rapproché de la pointe négative que de la positive, mais il est au milieu de leur intervalle dans l'air raréfié.

V. Quand la décharge traverse un liquide dans un mince tube de verre, elle y détermine un faible déplacement, et des corps en poudre suspendus dans le liquide prennent un mouvement opposé à celui du milieu liquide. L'eau distillée est entraînée vers l'électrode positif, l'essence de térébenthine dans le sens opposé. M. George Quincke a fait des observations très-détaillées sur ces phénomènes.

ÉLECTROMÈTRE CONDENSATEUR. — Au lieu d'appliquer le principe du condensateur à obtenir des charges très-grandes avec des machines très-énergiques, Volta songea à en profiter pour

rendre sensibles des sources électriques trop faibles pour être manifestées par les électroscopes ordinaires. Son appareil (*fig.* 242) est l'électroscope ordinaire à lames d'or, auquel il a superposé un condensateur. Afin que celui-ci ait une grande force condensante, il se compose de deux plateaux A et B vernis; de cette façon la lame isolante est double et chaque plateau en porte une, mais chacune d'elles est extrêmement mince. Si l'on ne fait usage que du plateau inférieur A et qu'on le mette en contact avec une source faible, il s'établit en équilibre avec elle, les lames D, E divergent extrêmement peu et quelquefois elles ne divergent pas sensiblement. Au lieu de cela, superposons le plateau supérieur B, touchons encore le conducteur inférieur A avec la source et mettons le supérieur en contact avec le sol; l'appareil se chargera jusqu'à ce que le fluide répandu sur la face inférieure de A et sur les lames d'or soit encore en équilibre avec la source, et, par conséquent, la divergence sera la même que précédemment. Mais, en soulevant le plateau B, toute l'électricité qui avait été condensée en A se répandra librement sur la partie ADE, les lames éprouveront une surcharge considérable et leur divergence sera considérablement accrue. Il se peut dès lors que cette divergence ne soit pas sensible dans le cas de l'électroscope simple et qu'elle le devienne avec l'appareil de Volta.

Fig. 242.



VINGT-SEPTIÈME LEÇON.

DE L'ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE.

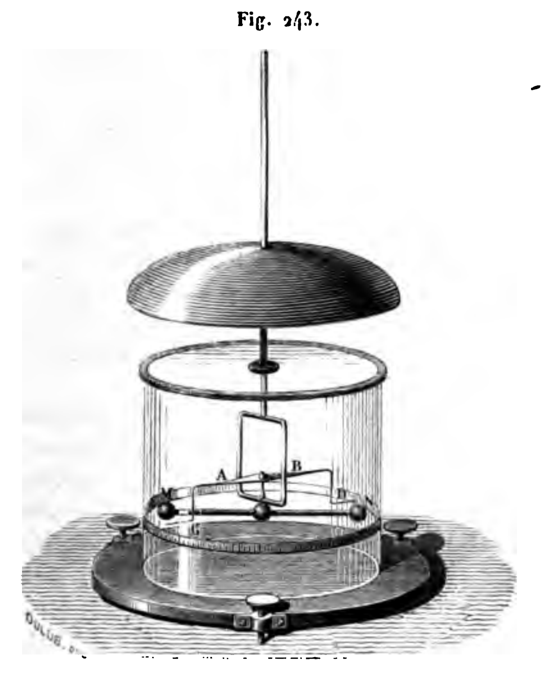
Phénomènes qu'on observe par un ciel serein. — Électricité des nuages. — Orages. — Éclair. — Tonnerre. — Choc en retour. — Effets de la foudre. — Paratonnerre.

PHÉNOMÈNES OBSERVÉS PAR UN CIEL SEREIN. — Ce n'est point seulement pendant les orages qu'il y a de l'électricité dans l'atmosphère, il y en a dans tous les temps; et pour le constater, on peut faire usage de tous les électroscopes connus, pourvu qu'ils soient sensibles. Saussure employait l'électromètre à pailles après l'avoir gradué par la méthode que nous avons fait connaître, afin que l'on pût comparer l'état électrique des divers lieux à tout moment. On remplace aujourd'hui cet instrument par l'électroscope de Peltier dont nous allons donner la description. Il reçoit l'électricité par une tige verticale qui la transmet dans une cage de verre, protégée par un toit, jusqu'à une aiguille horizontale suspendue sur un pivot (*fig.* 243). Cette aiguille, qui est très-mobile, est formée d'un fil GABD sur lequel est fixé un aimant AB; de cette façon, elle se place dans le méridien magnétique et ne peut en être écartée que par une force égale à l'effort que fait l'aimant AB pour y revenir: cet effort peut aisément se calculer. La tige qui porte le pivot se prolonge au-dessous et se termine par un fil métallique MN qui est mobile et qui porte deux boules M et N à ses extrémités; on le dirige dans le méridien magnétique. A ce moment, les extrémités G et D sont en contact avec M et N, et quand on électrise l'instrument, l'aiguille GD est repoussée d'un angle qu'on mesure et duquel on déduit la quantité d'électricité qu'elle a reçue. On peut graduer expérimentalement cet électroscope par le moyen que Saussure employait.

Il ne suffit point de posséder des électroscopes, il faut encore trouver un moyen pour aller chercher l'électricité dans l'atmo-

sphère aussi haut que cela est nécessaire, et pour y parvenir on a imaginé diverses méthodes. La première, celle qu'em-

Fig. 243.



ployait Saussure, consistait à remplacer le bouton de l'électroscope à pailles par une tige métallique verticale terminée en pointe. Quand on voulait puiser l'électricité à une grande hauteur dans l'atmosphère, on entourait cette tige d'une bague reliée à une chaîne métallique au bout de laquelle était une sphère pleine qu'on lançait en l'air. La chaîne s'élevait avec la sphère, et il y avait un moment où elle n'était plus en communication avec le sol, bien que l'anneau fût encore en contact avec la tige; c'est pendant ce moment que la charge se faisait. Ensuite l'anneau s'élevait lui-même et se séparait de l'électromètre, mais il y laissait l'électricité qu'il y avait apportée et l'on pouvait la mesurer.

MM. Becquerel et Breschet ont adopté ce procédé en le perfectionnant : au lieu d'une sphère, c'était une flèche qu'ils lançaient avec un arc ordinaire. Cela rendait l'expérience plus aisée

et permettait d'atteindre plus haut. Ils eurent la précaution de faire quelques essais en envoyant la flèche horizontalement, et comme ils ne virent aucun signe électrique se manifester dans ce cas, ils en conclurent avec raison que le frottement du projectile dans l'air n'a aucune action : c'était un point important à noter.

Mais comme il faut étudier à chaque instant l'état électrique de l'air, et que le mode d'expériences que nous venons de décrire ne pourrait être pratiqué tous les jours et à toutes les heures, on a songé à établir des électroscopes en permanence. Dans cette intention, on a établi sur les observatoires des tiges métalliques élevées et isolées, reliées à des électroscopes fixés à demeure. C'est avec ces derniers appareils que l'on a pu obtenir des indications continues dont nous résumerons bientôt les résultats.

Par ces divers procédés, on est arrivé à reconnaître qu'il y a toujours divergence de l'électroscope. L'effet est d'ailleurs variable aux diverses heures d'une même journée et aux diverses saisons; il est plus marqué quand on s'élève; il s'affaiblit dans les lieux abrités, et il est nul sous les toits. Mais, quelle que soit la quantité, le signe de l'électricité est toujours le même : à de très-rares exceptions près, il est positif. Ainsi la présence de l'électricité dans l'atmosphère n'est point un accident, mais un fait permanent, et c'est toujours le même fluide qui s'y rencontre.

Avant d'aller plus loin, il est nécessaire de nous rendre compte de ces expériences et d'expliquer comment l'électroscope arrive à se charger. Il n'est pas probable que la partie supérieure de la tige reçoive directement des couches atmosphériques où elle plonge l'électricité positive qu'elle transmet à l'électroscope; il est, au contraire, rationnel d'admettre qu'étant isolée elle éprouve une décomposition de son fluide neutre, qu'elle est négative à son sommet et positive à sa base. Cela est, en effet, démontré par une expérience que firent Gay-Lussac et Biot dans leur voyage aérostatique : ayant suspendu à la nacelle de leur ballon une tige métallique isolée ils trouvèrent son extrémité supérieure négative : c'était l'épreuve inverse de celle qui se fait dans les observatoires.

Nous admettrons donc que la tige qui surmonte nos électro-

scopes éprouve pendant qu'elle est isolée et dressée une décomposition électrique par influence, et nous expliquerons ce fait en disant que les parties supérieures de l'atmosphère agissent comme un corps électrisé positivement et que la terre fonctionne comme ayant l'électricité contraire.

Nous allons justifier cette conclusion par d'autres épreuves. Plaçons, par exemple, l'électroscope en un lieu fixe, et mettons-le en relation par une chaîne avec un conducteur isolé soutenu dans l'air à une grande hauteur, et qu'on puisse élever ou abaisser à volonté. Donnons à ce conducteur une première position fixe et ramenons l'électroscope au zéro en le touchant avec la main. A ce moment, le conducteur devra avoir une charge négative déterminée à son sommet. Élevons-le, cette charge augmentera, et les lames devront s'écarter de nouveau en s'électrisant positivement; ramenons-le à sa position première, l'électroscope devra revenir au zéro; abaissons enfin le conducteur, il perdra une partie de son électricité négative qui arrivera dans les lames pour les charger négativement. L'expérience vérifie ces prévisions.

Peltier faisait la même expérience sous une autre forme; il surmontait son électroscope d'une tige terminée en boule, et l'ayant placé dans une position initiale, il ramenait l'aiguille au zéro en la touchant, et laissait sur la boule l'électricité négative dont elle était chargée. Il élevait ensuite l'appareil tout entier, ce qui augmentait l'influence de l'atmosphère, produisait une décomposition nouvelle et amenait du fluide positif dans l'aiguille; quand il replaçait l'instrument à la première position, il le ramenait à l'état neutre, et enfin, quand il l'abaissait davantage, l'influence de l'atmosphère diminuait, et une partie de l'électricité négative de la boule arrivait à l'électroscope qu'elle faisait diverger.

Ayant ainsi reconnu l'existence normale de l'électricité dans l'atmosphère et analysé le mode d'action qu'elle produit sur les électroscopes que l'on établit à demeure dans les observatoires, nous arrivons à mesurer les variations des effets électriques produits. Ces mesures ont été prises avec le plus grand soin, d'une manière continue, à Bruxelles, à Kew, à Munich et dans plusieurs autres localités, et voici les résultats généraux que l'on en a déduits.

Immédiatement après le lever ou après le coucher du soleil, l'effet électroscopique croît d'abord avec une extrême rapidité, ensuite avec une grande lenteur jusqu'à un maximum; après quoi la déviation diminue peu à peu, jusqu'à atteindre un minimum qui précède le moment du coucher ou du lever suivant. Il y a donc par jour deux maxima et deux minima à des heures qui diffèrent un peu suivant les saisons, mais qui en moyenne sont réglées comme il suit :

1er minimum.	1er maximum.	2e minimum.	2e maximum.
2 h. du matin.	10 h. du matin.	2 h. après midi.	10 h. du soir.

On a remarqué qu'à 11 heures du matin la déviation de l'instrument est sensiblement la moyenne de toutes les déviations observées à chaque heure du jour, et, partant de cette remarque, on s'est contenté d'exécuter une observation à 11 heures et de faire de mois en mois la somme des déviations trouvées.

Ces expériences ont donné un résultat tout à fait inattendu, c'est que les signes électroscopiques sont beaucoup moindres en été qu'en hiver, comme on le verra par le tableau suivant qui résume les observations faites à Bruxelles pendant l'année 1846.

Janvier	562°	Juillet	33°
Février	256	Août	57
Mars	95	Septembre	62
Avril	94	Octobre	98
Mai	49	Novembre	274
Juin	39	Décembre	799

Il convient maintenant de discuter ces résultats, de les expliquer si cela est possible, et de voir quelle valeur ils peuvent avoir au point de vue de la théorie de l'électricité atmosphérique. Pour y parvenir, il faut d'abord remarquer que l'atmosphère et la terre ne restent pas en présence avec des électricités contraires sans qu'il se fasse entre elles un échange continuel, l'air envoyant du fluide positif de haut en bas et le sol lui rendant de l'électricité de nom inverse dans un sens opposé. L'électroscope agit comme tous les points de la terre; il cède du fluide négatif par sa partie supérieure, et c'est pour cela qu'une charge contraire s'accumule sur l'aiguille, charge qui sera d'autant plus considérable, que l'instrument cédera plus de

fluide. L'effet observé mesure donc l'échange d'électricité qui se fait dans l'atmosphère, dès lors cet effet sera d'autant plus fort, que la conductibilité des couches atmosphériques deviendra plus grande, et d'autant plus faible, qu'elles seront plus isolantes; et comme elles conduisent d'autant mieux qu'elles sont plus humides, les maxima devront répondre aux maxima de l'hygromètre.

Cela explique parfaitement les résultats de l'observation; en effet, au moment du lever du soleil, les vapeurs condensées contre le sol s'élèvent dans l'air et le rendent conducteur : de là un maximum d'effet; ensuite l'air se desséchant de plus en plus jusqu'à 2 heures, puisqu'il s'échauffe jusque-là, l'effet diminue et devient minimum. Puis l'air commence à se refroidir et à mieux conduire; au coucher du soleil, les vapeurs se forment brusquement et déterminent un écoulement maximum. Enfin pendant la nuit l'action diminue, parce que tout ce qui pouvait être transmis a été transporté. On vient de voir que c'est principalement l'écoulement de l'électricité qui se mesure par les indications de l'électroscope. C'est un effet composé qui dépend à la fois des quantités d'électricité que l'air contient et du pouvoir conducteur de l'atmosphère, mais qui ne prouve aucunement que l'électricité soit plus abondante quand les signes électroscopiques sont plus forts. Si donc on voit moins d'effet pendant l'été que pendant l'hiver, cela signifie simplement que l'air isole mieux dans la première saison que dans la seconde, et cela n'a rien que de très-concevable. Il est même probable que, grâce à cet isolement plus complet, il y a réellement plus d'électricité dans les hautes régions pendant l'été que pendant l'hiver, et que cette électricité détermine, pendant les temps secs et chauds, des orages qu'on ne voit pas se produire quand elle retourne plus aisément au sol. En résumé, les indications électroscopiques sont loin de mesurer la quantité d'électricité atmosphérique, et c'est une action extrêmement multiple qu'elles accusent.

ÉLECTRICITÉ DES NUAGES. — Quand le ciel est serein, l'atmosphère est invariablement positive; elle l'est aussi par les temps couverts et même pendant les pluies calmes; mais au moment des orages, des brouillards ou des pluies abondantes, on con-

state un résultat opposé, quelquefois seulement dans le cours d'une année entière. Le changement de signe peut se faire brusquement pendant la même journée. Nous avons alors à nous demander si, pendant ces époques exceptionnelles, les causes qui produisent l'électricité atmosphérique changent de sens, ou bien si, l'air demeurant toujours positif dans les régions élevées, il y a seulement une transformation de l'électricité des nuages inférieurs par suite d'influences explicables: c'est, en effet, ce qui a lieu, et nous allons être amenés à le prévoir en étudiant comment les nuages orageux se chargent.

Quelle que soit la cause qui détermine la formation d'un nuage, c'est toujours à la condensation de la vapeur renfermée dans un espace donné qu'elle est due; au moment où elle a lieu, l'air qui était électrisé cède son fluide aux globules condensés qui sont conducteurs, et le nuage contient toute la masse d'électricité primitivement renfermée dans le volume d'air qu'il occupe. Bien que ce nuage ne puisse être assimilé de tout point à un conducteur métallique, on comprend néanmoins que l'électricité qui le charge doive tendre à quitter l'intérieur pour se transporter sur la surface et s'y accumuler. Cette explication ne rend pas compte de tous les phénomènes qui signalent la formation des nuages orageux, mais elle suffit pour montrer, et c'est la seule chose dont nous ayons besoin, que le nuage recueille et accumule à sa surface l'électricité des couches atmosphériques.

Il résulte de là qu'un nuage devrait toujours être chargé positivement; mais on va voir que cette électricité pourra quelquefois changer de signe. Imaginons qu'un nuage soit formé et chassé par le vent. Il est, comme la terre, comme nos électroscopes, comme les sommets des montagnes, exposé à l'action d'influence des couches supérieures de l'atmosphère qui, étant plus positives que lui, repoussent son électricité vers sa partie inférieure et attirent à son sommet de l'électricité négative. Cela aura lieu principalement s'il s'élève et s'il y a des nuages positifs formés au-dessus de lui. Alors il pourra perdre son électricité inférieure, surtout s'il commence à se résoudre en pluie; de façon qu'il ne lui restera au bout de quelque temps que de l'électricité négative à son sommet. S'il vient ensuite à s'abaisser, cette électricité n'étant plus aussi énergi-

quement maintenue à sa partie supérieure se disséminera sur toute la surface et se manifestera par les électroscopes au-dessus desquels il passera.

Saussure a signalé une autre cause de la formation accidentelle des nuages négatifs. D'après ce que nous avons dit précédemment, la terre doit avoir une électricité négative, surtout au sommet des monts, et la couche d'air en contact doit partager la même électricité; dès lors, quand un nuage se formera par refroidissement contre le sol, il se formera dans un espace négatif et prendra l'électricité négative : c'est ce que Saussure a directement constaté. On trouve un phénomène analogue en observant les cascades élevées qui se résolvent, avant d'arriver sur le sol, en gouttelettes très-ténues donnant lieu à une espèce de nuage; elles sont chargées négativement et par la même raison.

Il suffit donc d'avoir constaté l'existence normale de l'électricité positive dans les couches supérieures de l'atmosphère pour comprendre que les nuages supérieurs puissent la partager, et que d'autres nuages situés plus près de la terre, ou formés par la condensation des vapeurs dans le voisinage du sol, puissent être chargés d'une électricité contraire. Une fois que nous concevons ces nuages électrisés, nous arrivons aisément à l'explication des phénomènes produits pendant les orages.

ORAGES. — L'idée d'assimiler la foudre à l'électricité est aussi ancienne que la découverte de l'étincelle : on la trouve dans les ouvrages de presque tous les physiciens qui ont écrit sur l'électricité; mais si tout le monde acceptait cette opinion comme probable, personne avant Franklin ne songea à démontrer expérimentalement la réalité de cette assimilation. On sait par quel ingénieux artifice il réussit à conduire jusqu'au sol l'électricité des nuages orageux. Avant cette expérience célèbre du cerf-volant, qu'il exécuta en juin 1752, Franklin avait projeté d'établir des tiges isolées sur des édifices élevés; mais il ne réalisa pas cette pensée, et c'est Dalibard qui, la mettant à exécution, vit le premier, le 10 mai 1752, des étincelles jaillir d'un conducteur établi sur le toit d'une maison. On voit que si Franklin avait imaginé la méthode, Dalibard le précéda de quelques jours dans le succès. Pendant le même temps,

de Romas était arrivé de son côté à la même idée d'employer un cerf-volant. Il le fit construire en toile; il lui avait donné une dimension considérable, et en 1753 il exécuta des expériences sans connaître celles que Franklin avait déjà faites. Les résultats furent extraordinaires, car on tira de la corde du cerf-volant, qui était mêlée de fils métalliques, des étincelles de 9 pieds de long, de plus de 1 pouce de large et qui faisaient autant de bruit qu'un coup de pistolet. On voit qu'à cette époque l'identité de la foudre avec l'électricité était dans la pensée de beaucoup de physiciens et qu'ils la démontrèrent presque au même moment.

ÉCLAIR. — Ces expériences prouvaient irrécusablement que l'éclair n'est que l'étincelle électrique et le tonnerre que le bruit de cette étincelle; mais après cette assimilation faite en gros, il restait à expliquer toutes les circonstances offertes par l'éclair et le tonnerre; là se rencontrent quelques difficultés. La première que l'on ait soulevée vient de la forme de l'éclair: pourquoi est-il en zigzag? A cela on peut répondre que l'étincelle ordinaire a le même caractère, et que, n'ayant point expliqué cette forme pour l'électricité des machines, on n'a pas à chercher non plus à en rendre compte pour celle de l'atmosphère. La seule chose que l'on doive et puisse faire, c'est de constater ce caractère commun. Mais voici une autre difficulté. On peut mesurer la distance du nuage à l'observateur par l'intervalle qui s'écoule entre l'éclair et le tonnerre, et, en appréciant approximativement l'angle sous-tendu par les deux extrémités de l'éclair, on peut calculer à peu près son étendue. On trouve que souvent sa longueur atteint 5 à 6 lieues, et il est difficile d'admettre une puissance électrique assez considérable pour donner lieu à une étincelle unique de pareille grandeur. Cette difficulté disparaît si l'on remarque qu'un nuage n'est point un conducteur métallique, mais une masse discontinue où l'électricité peut être très-inégalement distribuée et où peut se produire une série d'étincelles successives se continuant de l'une à l'autre, à peu près comme cela se voit avec les tubes étincelants. Dès lors cette immense longueur ne nous étonne plus, puisque c'est une suite d'étincelles et non plus une étincelle unique que nous observons.

TONNERRE. — Du moment qu'un éclair est formé d'étincelles électriques, le tonnerre en est le bruit. Mais il y a dans les deux faits que nous voulons assimiler une différence notable, car le bruit d'une étincelle est sec et ne se prolonge pas, tandis que celui du tonnerre se compose d'éclats successifs ordinairement suivis par un grondement qui se continue en s'affaiblissant et se termine en mourant sourdement. Cette différence n'est point caractéristique et l'on peut aisément l'expliquer. On conçoit, en effet, que le bruit de l'étincelle, quelle que soit la cause qui le produit, doit naître en chacun de ses points à la fois et arriver en même temps à l'oreille; de même le bruit d'un éclair prend naissance au même moment en chacune de ses parties, mais à des distances très-diverses de l'observateur, et il ne peut lui parvenir que successivement, après avoir mis des temps inégaux pour arriver des différents points de l'éclair à l'oreille. Il résulte de là que, si l'éclair était rectiligne, le tonnerre serait toujours un grondement dont l'intensité, maximum au commencement, décroîtrait continûment; mais, comme l'éclair est en zigzag, chaque portion rectiligne qui le compose envoie un son plus ou moins intense suivant sa direction, et le tonnerre se compose de bruits successifs inégalement forts; de là des éclats, des renforcements et des affaiblissements.

Le plus souvent, les éclairs partent entre les régions inégalement chargées des nuages orageux, et dans ce cas ils sont entièrement inoffensifs; mais il arrive quelquefois que la présence des nuages orageux dans l'air détermine sur les parties du sol qu'ils couvrent des phénomènes électriques de diverse nature que nous allons maintenant examiner.

INFLUENCE DES NUAGES ORAGEUX SUR LE SOL. — Quand l'atmosphère est fortement chargée à sa partie supérieure, elle agit par influence et attire à la surface du sol une électricité contraire à la sienne; on voit alors se produire tous les phénomènes connus de la répulsion électrique, et des aigrettes lumineuses se montrent sur les pointes métalliques. De nombreuses observations, les unes très-anciennes, les autres modernes, mettent ce résultat hors de doute. Je vais en citer quelques exemples, que je puiserai dans la Notice sur le tonnerre publiée en 1837 par Arago.

Sénèque raconte qu'une étoile alla près de Syracuse se reposer sur le fer de la lance de Gylippe.

On lit dans Tite-Live que le javelot dont Lucius Atreus venait d'armer son fils, récemment enrôlé parmi les soldats, jeta des flammes pendant plus de deux heures sans être consumé.

César, dans ses *Commentaires* sur la guerre d'Afrique, raconte qu'après une nuit orageuse pendant laquelle il tomba beaucoup de grêle, le fer des javelots de la 5e légion parut en feu.

Plutarque raconte qu'au moment où la flotte de Lysandre sortait du port de Lampsaque pour attaquer la flotte athénienne, les deux feux que l'on appelle *Castor et Pollux* allèrent se placer des deux côtés de la galère de l'amiral lacédémonien; ceci présageait, dans les idées du temps, un heureux voyage.

On trouve dans l'histoire de Christophe Colomb, écrite par son fils, le récit d'une observation analogue. « Dans la nuit du samedi (octobre 1493), il tonnait et pleuvait très-fortement. *Saint Elme* se montra alors sur le mât de perroquet *avec sept cierges allumés*, c'est-à-dire qu'on aperçut ces feux que les matelots croient être le corps du saint. Aussitôt on entendit chanter sur le bâtiment force litanies et oraisons, car les gens de mer tiennent pour certain que le danger de la tempête est passé dès que saint Elme paraît. Il en sera de cette opinion ce que l'on voudra. »

On se fit pendant longtemps une opinion très-étrange de ces feux, que l'on regardait comme des objets matériels dont on pouvait aller se saisir. Pour montrer cette idée dans toute sa naïveté, il suffit de citer le passage suivant des Mémoires de Forbin :

« Pendant la nuit (1696), il se forma tout à coup un temps très-noir accompagné d'éclairs et de tonnerres épouvantables. Dans la crainte d'une grande tempête dont nous étions menacés, je fis carguer toutes les voiles. Nous vîmes sur le vaisseau plus de trente feux *Saint-Elme*. Il y en avait un entre autres sur le haut de la girouette du grand mât qui avait *plus d'un pied et demi* de hauteur. J'envoyai un matelot *pour le descendre*. Quand cet homme fut en haut, il cria que ce feu faisait un bruit semblable à celui de la poudre qu'on allume après l'avoir mouillée. Je lui ordonnai d'enlever la girouette et de venir;

à peine l'eut-il ôtée de place, que le feu la quitta et alla ›ser sur le bout du mât, sans qu'il fût possible de l'en re- Il y resta assez longtemps, jusqu'à ce qu'il se consumât ı peu. »

s observations plus précises ne laissent aucun doute 'origine de ces phénomènes. Je vais encore citer deux ıples :

14 janvier 1824, à la suite d'un orage, M. Maxadorf ayant ; ses regards sur un chariot chargé de paille, qui se trou- ıu-dessous d'un gros nuage noir, au milieu d'un champ, de Cothen, observa que tous les brins de paille se redres- ıt et paraissaient en feu. Le fouet même du conducteur une vive lumière. Ce phénomène disparut aussitôt que nt eut emporté le nuage noir; il avait duré dix minutes.

8 mai 1831, après le coucher du soleil, des officiers se ıenaient tête nue pendant un orage sur la terrasse du fort Azoun à Alger. Chacun, en regardant son voisin, remarqua étonnement de petites aigrettes lumineuses aux extré- s de ses cheveux tout hérissés. Quand ces officiers levaient ıains, des aigrettes se formaient aussi au bout de leurs s.

)C EN RETOUR. — On peut donc considérer comme démontré .out orage développe par influence sur la surface opposée ›l une électricité qui est contraire à la sienne et qui sou- peut y atteindre une prodigieuse intensité. Mais cette mposition électrique ne doit pas s'exercer également en les points; elle sera très-faible et pour ainsi dire nulle es corps mauvais conducteurs ou sur les animaux qui se- .t isolés du sol; mais elle se fera avec grande énergie sur ›rrains bons conducteurs, par conséquent sur les parties ol qui sont humides, et sur les masses métalliques des ›es. Il est évident en outre qu'elle est la plus considé- possible sur les lieux les plus élevés, au sommet des ıers, des arbres ou des mâts. Il faut noter toutes ces cir- ıances quand on veut expliquer complétement les effets ı foudre.

l'on suppose maintenant que le nuage électrisé qui déve- › cette action, après avoir couvert une surface donnée,

vienne à s'éloigner lentement, les effets qu'il avait apportés s'en vont avec lui sans être aperçus; mais s'il vient à être brusquement déchargé, soit en totalité, soit en partie, de l'électricité qu'il contenait, alors son action d'influence est subitement détruite ou au moins diminuée; conséquemment la partie du sol qui lui était opposée avec les animaux qui s'y trouvent retourne brusquement à l'état naturel, et ces derniers éprouvent des commotions électriques. On a vu des troupeaux entiers, des attelages de plusieurs chevaux, des groupes nombreux de personnes réunies, éprouver en même temps ce genre d'actions et y succomber tous à la fois, sans que l'on aperçût ensuite aucune blessure aux parties supérieures des corps foudroyés; mais souvent on en trouve à la plante des pieds, et l'on constate que les clous des chaussures sont arrachés et fondus. Ce phénomène se nomme le *choc en retour.*

Pendant tout le temps que dure cette influence électrique, un phénomène plus terrible encore est imminent : c'est la recomposition directe du fluide neutre entre la terre et le nuage. Cette réunion des électricités opposées constitue la foudre; c'est alors que le *tonnerre tombe* sous la forme d'un trait de feu qui n'est qu'une étincelle de grande dimension. Il est évident qu'il tombera de préférence sur les sommets des montagnes, des édifices ou des arbres, et qu'il choisira les corps les plus conducteurs, car c'est sur ces sommets et sur ces conducteurs que la décomposition par influence qui prépare le phénomène avait la plus grande intensité. Au contraire, les terrains secs, les lieux abrités, les corps isolés ne seront foudroyés que très-rarement, puisqu'ils n'étaient pas préalablement chargés d'électricité contraire à celle du nuage. On sait que ces prévisions théoriques sont confirmées par toutes les observations.

EFFETS DE LA FOUDRE. — Puisque la foudre est une décharge électrique, tous les effets des batteries devront se produire sur les points foudroyés. Le premier et le plus grave est la mort des animaux frappés, et l'on trouve sur leurs cadavres des plaies profondes qui les sillonnent de la tête aux pieds; les autres sont : la fusion des corps métalliques, l'inflammation des combustibles, et des actions mécaniques remarquables sur

les substances non conductrices. Comme la foudre possède un degré d'énergie qu'il ne nous est pas possible d'atteindre dans nos laboratoires, il y a beaucoup à apprendre en observant ses actions; car non-seulement on y trouve une confirmation de ce que nous savons déjà, mais on a l'occasion de compléter l'étude des propriétés de l'électricité. C'est dans cette intention que nous allons citer de nombreux cas de foudre, que nous prendrons, comme les précédents, dans la *Notice sur le tonnerre.*

I. **SUR LES CORPS CONDUCTEURS.** — Quand la foudre rencontre des corps métalliques, elle les fond et les volatilise si leur section est petite; elle les suit sans interruption et sans occasionner de dégâts s'ils ont une masse assez grande et qu'ils soient en communication avec le sol : elle se dirige de préférence vers les corps conducteurs.

Aristote dit que l'on a vu le cuivre d'un bouclier fondu par le tonnerre, sans que le bois qu'il recouvrait fut endommagé. Suivant Pline, l'argent, l'or et le cuivre contenus dans un sac peuvent se fondre par la foudre sans que le sac soit brûlé, sans que la cire empreinte d'un cachet qui ferme le sac soit ramollie.

Le 20 avril 1807, le tonnerre tomba sur le moulin à vent de Great-Marton dans le Lancashire; *une grosse chaîne en fer* qui servait à hisser le blé fut tellement échauffée et ramollie, que les anneaux se joignirent et qu'elle devint après le coup de foudre une véritable barre de fer.

Le 19 avril 1827, le paquebot *le New-York*, de 520 tonneaux, venant à Liverpool, reçut deux coups de foudre successifs dans la même journée. Au premier coup, n'ayant point de paratonnerre, il éprouva de graves dégâts, et un tuyau de plomb qui avait 8 centimètres de diamètre et 13 millimètres d'épaisseur, qui conduisait du cabinet de toilette à la mer, fut mis en fusion.

Au deuxième coup, le paratonnerre avait été mis en place; il se composait d'une tige en fer de $1^{m},20$ et de 11 millimètres de diamètre et d'une chaîne d'arpenteur longue de 40 mètres qui réunissait le paratonnerre à la mer; elle était faite avec du fil de fer de 6 millimètres de diamètre et les chaînons se reliaient les uns aux autres par des anneaux ronds. Tout le bâtiment fut

éclairé par une vive lueur et en même temps la chaîne fut dispersée de toutes parts en fragments brûlants et en globules enflammés gros comme des balles. Ils mirent le feu sur le pont en cinquante endroits, malgré une couche de grêle qui le couvrait et la pluie qui tombait à flots. La tige supérieure elle-même fut fondue sur une longueur de 30 centimètres. D'ailleurs, ce fut le seul dégât qui se produisit.

Le tonnerre tomba le 16 juillet 1759 sur une maison du faubourg South-Wark, à Londres. Un cordon de sonnette avait été entièrement fondu et partiellement volatilisé. On voyait le long du mur contre lequel il était tendu une trace de parcelles noires qui dessinaient la place qu'il avait occupée, et l'on trouva dans le parquet une traînée de globules arrondis qui s'y étaient incrustés en brûlant les planches autour d'eux. On avait vu pendant l'événement une pluie de feu tomber du cordon sur le plancher.

La cathédrale de Strasbourg fut depuis sa construction, à cause de sa grande hauteur, le point de mire sur lequel venaient s'abattre tous les ans plusieurs coups de tonnerre, à tel point que, pendant trente ans, la dépense moyenne allouée pour la réparation des dégâts causés par la foudre fut de 3,000 francs, et que plusieurs fois l'existence du monument fut menacée. Depuis qu'un paratonnerre y est établi, aucun coup nouveau ne fut observé, et il semblait même que les orages fussent devenus moins fréquents, lorsque le lundi 10 juillet 1843 un violent orage éclata sur la ville, et la foudre tomba deux fois sur l'extrémité de la tige. Elle était terminée par une pointe de platine qui fut fondue vers l'extrémité sur une longueur de 5 à 6 millimètres, et le métal s'affaissa d'un côté en coulant comme de la cire ramollie. La goutte se terminait par une surface arrondie très-brillante.

On entend raconter tous les jours des effets extraordinaires qui montrent avec quelle précision singulière la foudre se dirige vers les parties métalliques, et évite les étoffes isolantes. Pendant un temps orageux, une dame étend la main pour fermer une fenêtre, la foudre part et le bracelet que porte la dame disparaît si complétement qu'on n'en trouve plus aucun vestige. Une autre fois, suivant Bridone, pendant que madame Douglas regardait par une fenêtre, la foudre frappa le fil de fer qui sou-

tenait le bord de son chapeau, le fondit et brûla le chapeau sans atteindre la dame. A ces exemples on pourrait ajouter de nombreux récits de faits qui se produisent tous les jours et qui prouvent invariablement la même tendance du tonnerre à choisir, pour les frapper, les conducteurs métalliques. Je ne citerai plus qu'une seule observation, mais elle est concluante.

En 1759, un détachement qui conduisait, du Fort-Royal à Saint-Pierre, le capitaine anglais Dibden, prisonnier de guerre, à la Martinique, s'arrêta pour se garantir de la pluie au pied du mur d'une petite chapelle. Un violent coup de tonnerre le surprit dans cette position et tua deux soldats; du même coup, la foudre ouvrit dans le mur, derrière les deux victimes, une ouverture d'environ 4 pieds de haut et de 3 pieds de large. Toute vérification faite, il se trouva qu'à la portion du mur démolie, sur laquelle les deux soldats foudroyés s'appuyaient, correspondait exactement à l'intérieur de la chapelle un ensemble de barres de fer massives destinées à supporter un tombeau. Ceux qui n'eurent pas le malheur de s'être ainsi placés fortuitement devant des pièces métalliques n'éprouvèrent aucun mal.

II. SUR LES CORPS ISOLANTS. — La foudre peut percer des trous dans les matières non-conductrices, les briser en fragments et les disperser au loin; elle peut les fondre sur les points qu'elle frappe.

Franklin eut l'occasion d'examiner les effets d'un coup de tonnerre extraordinaire. En 1754, à Newbury, la foudre tomba sur un clocher terminé par une charpente en bois qui avait 21 mètres de hauteur; cette pyramide fut rasée et dispersée au loin. Mais en arrivant à la base, la foudre rencontra un fil de fer qui réunissait le marteau d'une cloche aux rouages de la sonnerie située plus bas, elle le réduisit en fumée et le projeta contre les murs sous la forme d'une traînée noire. Ainsi, dans les parties supérieures, la tour en bois avait été détruite, et un simple fil de la grosseur d'une aiguille à tricoter avait suffi pour ensuite offrir un passage à la foudre et éviter tous dégâts; mais au-dessous de l'horloge, la communication métallique venant à manquer, la foudre continua sa route dans la maçonnerie et les dégâts recommencèrent.

Près de Manchester, à Swinton, un petit bâtiment en briques servant à emmagasiner du charbon de terre, et terminé à sa partie supérieure par une citerne, était adossé contre une maison. Les murs avaient 3 pieds d'épaisseur et 11 de hauteur. Le 6 août 1809, à 2 heures après midi, une explosion épouvantable se fit entendre; elle fut immédiatement suivie de torrents de pluie, et pendant quelques minutes une vapeur sulfureuse enveloppa la maison. Le mur extérieur du petit bâtiment fut *arraché* de ses fondations et *soulevé* en masse; l'explosion le porta verticalement, sans le *renverser*, à quelque distance de la place qu'il occupait d'abord; l'une de ses extrémités avait marché de 9 pieds, l'autre de 4. Le mur ainsi soulevé et transporté se composait, sans compter le mortier, de 7,000 briques et pouvait peser environ 26 tonnes.

Ce qu'il y a de plus remarquable dans ces actions mécaniques, c'est qu'elles se produisent presque exclusivement aux points de réunion des métaux avec le bois ou la pierre. On trouve dans le récit d'un coup de tonnerre observé à Illes (Pyrénées-Orientales), en 1842, de très-nombreux exemples de ce fait. Le tonnerre tomba dans une maison occupée par un serrurier-mécanicien : elle était remplie de masses de fer, de rouages de cuivre et d'outils de toute espèce; elle était, de plus, garnie sur sa façade de balcons, espagnolettes, gonds de fer, etc. C'est à travers chacune de ces pièces métalliques que la foudre se fit plusieurs passages et, sans aucune exception, elle déchaussa toutes les parties scellées en projetant des éclats dans tous les sens.

La foudre tomba, en 1764, sur le clocher de Saint-Brindes, à Londres. C'est une flèche en pierres reliées par des crampons; les dernières assises sont massives et traversées par une tige de fer de 6 mètres qui en forme l'axe et qui se termine par une croix. C'est sur cette tige que la foudre arriva d'abord. Elle la suivit jusqu'à sa base sans laisser aucune trace ni sur le métal, ni sur aucun point de la maçonnerie environnante: mais dès qu'un métal continu lui manqua, les dégâts commencèrent. La grosse pierre qui soutenait l'extrémité inférieure de la barre offrait des éclats et des fentes dirigées dans tous les sens; une très-large ouverture s'était formée du dedans en dehors de la flèche, et la descente se continua par bonds, de

crampon en crampon. Sans se borner à ceux qui étaient à l'extérieur, la foudre se porta sur tous les morceaux de fer placés dans l'intérieur de la maçonnerie pour unir les pierres entre elles. A tous les scellements, les pierres furent fendues, pulvérisées, lancées au loin; partout ailleurs que ces points de suture, les dégâts étaient nuls ou sans gravité, comme si la foudre ne parvenait à s'échapper par les bouts des pièces métalliques qu'elle a envahies qu'à l'aide d'un violent effort qui détruit tout aux environs.

Ce n'est pas à des phénomènes de rupture que se bornent les effets de la foudre sur les corps peu conducteurs. Quand elle les frappe en des points qui ne sont pas dans le voisinage de métaux, elle laisse sur leur surface des traces fondues. C'est ce qui permet d'expliquer certains faits observés depuis longtemps. Saussure dans les Alpes, Ramond au Pic-du-Midi, de Humboldt en Amérique, ont trouvé sur les rochers élevés des places vitrifiées où se voyaient des globules fondus; ils ont tous unanimement attribué ces apparences à l'action du tonnerre. C'est encore à la même origine que l'on rapporte la formation des fulgurites : ce sont des tubes vitrifiés qui s'enfoncent verticalement dans le sol; ils ont été découverts en 1711, en Silésie, par Hermann, et on les a retrouvés dans presque toutes les localités où le sol est couvert d'une couche de sable au-dessous de laquelle il y a de l'eau. On suppose que le tonnerre tombant sur ces sables y fait un trou, et qu'il échauffe les parois du canal qu'il creuse jusqu'au point de les vitrifier et d'agglutiner contre elles, en les soudant, les portions de sable qui sont autour. Cette explication n'a été pendant longtemps qu'une simple conjecture, mais plusieurs faits sont venus la confirmer; je n'en citerai qu'un, dans lequel la nature a été prise sur le fait.

Le 17 juillet 1823, le tonnerre tomba sur un bouleau près du village de Rauschen (le long de la mer Baltique). Les habitants étant accourus virent, auprès de l'arbre, deux trous étroits et profonds; l'un d'eux, malgré la pluie, leur parut, au tact, à une température élevée. M. le professeur Hagen, de Kœnigsberg, fit creuser avec soin autour de ces trous; l'un d'eux, celui qui fut trouvé chaud, n'offrit rien de particulier; le second, jusqu'à une profondeur d'un tiers de mètre, ne présenta non plus rien

de remarquable, mais un peu plus bas commençait un tube vitrifié. La fragilité de ce tube ne permit de le retirer que par petits fragments de 4 à 5 centimètres de long. L'enduit vitré intérieur était très-luisant, couleur gris de perle, et parsemé de points noirs dans toute son étendue.

FOUDRE GLOBULAIRE. — Quand on possède une théorie d'un phénomène, on est conduit trop fréquemment à vouloir y faire rentrer tous les faits particuliers qu'on observe et à passer sous silence les circonstances qui la contredisent. C'est ce qui est arrivé pour l'électricité atmosphérique. Nous n'avons guère eu jusqu'à présent d'autre préoccupation que de montrer l'identité probable de la foudre avec l'étincelle, et nous l'avons confirmée par de nombreux exemples. Nous devons maintenant chercher avec la plus scrupuleuse attention si à côté des faits précédents il y en a quelques autres qui puissent signaler une différence entre les deux ordres de phénomènes que nous comparons, et c'est ce que nous allons trouver dans des exemples nouveaux que l'on avait négligés, les croyant peu probables, jusqu'au moment où Arago appela l'attention sur les circonstances qu'ils accusent.

Tout le monde a entendu raconter que la foudre arrive quelquefois sous la forme d'une boule de feu, marchant avec assez de lenteur pour qu'on en puisse reconnaître la forme et s'arrêtant quelquefois pendant plusieurs secondes dans un même lieu avant d'éclater pour produire tous les dégâts du tonnerre: c'est ce que l'on nomme la *foudre globulaire*. Les récits suivants démontrent ce fait, bien qu'il soit en opposition avec tout ce que nous savons de l'électricité ordinaire.

I. En 1718, à Couesson, près de Brest, sur les décombres d'une église entièrement détruite par la foudre, on s'accordait à attribuer la catastrophe à trois globules de feu de 3 $\frac{1}{2}$ pieds de diamètre chacun qui, s'étant réunis, avaient pris leur direction vers l'église d'un cours très-rapide.

II. En mars 1720, pendant l'orage le plus violent, un globe de feu tomba à terre près de Horn. Après avoir *rebondi*, ce globe alla frapper le dôme de la tour et y mit le feu.

III. Le 3 juillet 1725, un orage ayant fondu sur le territoire d'Aynho, dans le Northamptonshire, le tonnerre tua un berger

ı moutons. Au plus fort de la bourrasque, le révérend 'asse vit un globe de feu gros comme la lune et entendit ement qu'il produisait dans l'atmosphère en passant ısus de son jardin. Une autre personne, située en plein , aperçut pendant le même orage un globe de feu gros e la tête d'un homme qui éclata en quatre morceaux près ;lise.

Un coup de foudre endommagea fortement une maison ·king (Surrey), le 16 juillet 1750. Tous les témoins de ement déclarèrent qu'ils avaient vu dans l'air de *grosses de feu* autour de la maison foudroyée. En arrivant à terre les toits, ces boules se partagèrent en un nombre pro- x de parties qui se dispersèrent dans toutes les direc- ›ossibles.

ι la suite d'un violent orage observé près de Wakefield, nars 1774, lorsqu'il ne restait plus dans tout le ciel que ıuages peu élevés au-dessus de l'horizon, M. Nicholson à chaque instant des météores semblables à des étoiles s descendre du nuage supérieur au nuage inférieur.

uis l'époque où Arago signalait dans sa Notice ces sin- ; phénomènes, on s'est occupé de les mieux observer, :i quelques exemples récents qu'il est impossible de ré- r en doute. Le premier est raconté par madame Espert, liot, n° 1 :

ıssant devant ma fenêtre, qui est très-basse, je fus étonnée : comme un gros ballon rouge, absolument semblable à : lorsqu'elle est colorée et grossie par les vapeurs. Ce descendait lentement et perpendiculairement du ciel sur re des terrains Beaujon. Ma première idée fut que c'était ;cension de M. Grimm, mais la couleur du ballon et : (6h 30m) me firent penser que je me trompais, et pen- ue mon esprit cherchait à deviner ce que cela pouvait : vis le feu prendre au bas de ce globe suspendu à 15 ou ls au-dessus de l'arbre. On aurait dit du papier qui brû- ucement avec de petites étincelles ou flammèches; puis, l'ouverture fut grande comme deux ou trois fois la main, coup une détonation effroyable fit éclater toute l'enve- et sortir de cette machine infernale une douzaine de de foudre en zigzag qui allèrent de tous les côtés et dont

l'un vint frapper une des maisons de la cité, où il fit un trou dans le mur, comme l'aurait fait un boulet de canon : ce trou existe encore ; enfin un reste de matière électrique se mit à brûler avec une flamme blanche, vive et brûlante, et à tourner comme un soleil de feu d'artifice. »

Je termine ce sujet par un dernier fait raconté par M. Babinet : « .... Voici en peu de mots le récit de l'ouvrier dans la chambre duquel le tonnerre en boule descendit pour remonter ensuite. Après un assez fort coup de tonnerre, mais non immédiatement après, cet ouvrier, dont la profession est celle de tailleur, étant assis auprès de sa table et finissant de prendre son repas, vit tout à coup le châssis garni de papier qui fermait la cheminée s'abattre, comme renversé par un coup de vent assez modéré, et un globe de feu gros comme la tête d'un enfant sortir doucement de la cheminée et se promener lentement par la chambre à peu de hauteur des briques du pavé. L'aspect du globe de feu était encore, suivant l'expression de l'ouvrier tailleur, celui d'un jeune chat de grosseur moyenne pelotonné sur lui-même et se mouvant sans être porté sur ses pattes. Le globe de feu était plutôt brillant et lumineux qu'il ne semblait chaud et enflammé, et l'ouvrier n'eut aucune sensation de chaleur. Ce globe s'approcha de ses pieds, comme un jeune chat qui vient jouer et se frotter aux jambes suivant l'habitude de ces animaux : mais l'ouvrier écarta les pieds et par plusieurs mouvements de précaution, mais tous exécutés suivant lui, très-doucement, il évita le contact du météore. Celui-ci paraît être resté plusieurs secondes autour des pieds de l'ouvrier assis qui l'examinait attentivement penché en avant et au-dessus. Après avoir essayé quelques excursions dans divers sens sans cependant quitter le milieu de la chambre, le globe de feu se leva verticalement à la hauteur de la tête de l'ouvrier qui, pour éviter d'être touché au visage et en même temps pour suivre des yeux le météore, se redressa en se renversant sur sa chaise. Arrivé à la hauteur d'environ 1 mètre au-dessus du pavé, le globe de feu s'allongea un peu et se dirigea obliquement vers un trou percé dans la cheminée environ à 1 mètre au-dessus de la tablette de cette cheminée.

» Ce trou avait servi à faire passer le tuyau d'un poêle qui

pendant l'hiver avait servi à l'ouvrier. Mais, suivant l'expression de ce dernier, le tonnerre ne pouvait le voir, car il était fermé par du papier qui avait été collé dessus. Le globe de feu alla droit à ce trou, décolla le papier sans l'endommager et remonta dans la cheminée; alors, suivant le dire du témoin, après avoir pris le temps de remonter dans la cheminée *du train dont il allait*, c'est-à-dire assez lentement, le tonnerre arrivé au haut de la cheminée, qui était au moins à 20 mètres du sol de la cour, produisit une explosion épouvantable qui détruisit une partie du faîte de la cheminée et en projeta les débris dans la cour.... »

PARATONNERRES. — Malgré les quelques faits que nous venons de citer, et qui ne prouvent que la tendance de l'électricité à prendre un état que nous ne pouvons ni expliquer ni réaliser, nous sommes autorisés à maintenir que la cause qui produit le tonnerre est la même que celle qui électrise nos machines. Dès lors, pour en détruire les effets, il faut fournir aux nuages une électricité contraire, et Franklin y a réussi en armant les édifices de tiges métalliques en communication avec le sol, tiges qui prennent à leur sommet une électricité contraire à celle de l'air et qui, étant terminées en pointe, la laissent échapper sous forme d'auréole ou d'aigrette vers le nuage superposé qu'elles ramènent à l'état naturel. Il est clair, d'après cette théorie si simple, que l'effet permanent d'un paratonnerre est de diminuer l'intensité des manifestations électriques des nuages; c'est aussi ce que toutes les statistiques viennent prouver, et il n'est pas moins évident que si une étincelle se forme entre l'édifice et la nuée, c'est sur le paratonnerre qui est le plus chargé d'électricité contraire qu'elle viendra aboutir. L'efficacité d'un paratonnerre est démontrée dans chaque lieu par la comparaison que l'on fait entre les nombres de coups de tonnerre qui ont frappé l'édifice avant et après l'établissement de la tige métallique, comparaison qui est dans tous les cas en faveur de la dernière période. On a agité la question de savoir jusqu'à quelle distance autour du paratonnerre s'étend la vertu préservatrice : on n'a sur ce point que des données vagues. Généralement on admet qu'elle se prolonge jusqu'à un rayon double de la hauteur.

Les détails de la construction de ces appareils ont été réglés par des instructions rédigées à plusieurs reprises par les corps savants (1). Sans entrer à ce sujet dans aucun détail technique, nous dirons que la tige terminale doit être amincie en pointe, et, pour éviter l'oxydation qui se ferait à la longue si la pointe était en fer, on la fait en platine ou en cuivre. A la base de la tige on fixe le conducteur, qui est le plus souvent une barre de fer de 20 millimètres de côté, que l'on fait régner d'une manière continue sur le faîte des édifices, en la soutenant de distance en distance par des tiges d'appui et en la faisant soigneusement communiquer avec toutes les pièces métalliques des édifices. Enfin elle arrive au sol, où elle plonge. Pour qu'un paratonnerre soit efficace, il doit être en communication parfaite avec la terre, et il faut pour cela qu'il se rende dans des puits profonds, qu'il s'y ramifie en plusieurs branches, qu'il soit toujours entouré d'eau et de corps conducteurs, comme la braise de boulanger, qui a le double avantage d'empêcher l'oxydation et de conduire l'électricité. C'est à ces conditions qu'un paratonnerre est utile; s'il était isolé du sol ou discontinu, il deviendrait un danger.

ORIGINE DE L'ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — Il y a une question que nous n'avons pas encore traitée et qui se présente nécessairement à l'esprit : on se demande comment se produit l'électricité de l'atmosphère. On a imaginé à ce sujet bien des explications, et probablement on ne connaît pas aujourd'hui toutes les causes qui la développent; mais il y en a au moins une dont l'effet ne peut être révoqué en doute : c'est l'évaporation.

Pouillet plaça sur le plateau collecteur de l'électromètre condensateur un creuset de platine rougi, et il y versa de l'eau. Pendant qu'elle bouillait, il tenait le doigt sur le plateau condensateur, et quand l'évaporation était terminée, il séparait les deux conducteurs pour reconnaître s'il y avait de l'électricité produite et quelle était sa nature. Or l'expérience lui prouva

(1) Instruction sur les paratonnerres, *Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, t. XXVI. — Supplément d'instruction, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XLIII.

que dans la plupart des cas le creuset prend une électricité, et la vapeur formée l'électricité opposée. Quand le liquide est de l'eau pure, la vapeur est à l'état naturel; quand il est chargé d'acide, elle est positive, et s'il est mélangé d'un alcali, elle devient négative. Pouillet examina particulièrement l'eau salée, et sa vapeur fut positive.

On peut dès lors admettre que pendant l'évaporation de la mer les vapeurs emportent de l'électricité positive en se formant, qu'elles en chargent l'atmosphère et que les vents la transportent sur les continents, où les électroscopes en accusent l'existence, et c'est elle qui développe ensuite les effets de la foudre.

MAGNÉTISME.

VINGT-HUITIÈME LEÇON.

FAITS GÉNÉRAUX.

Aimants naturels et artificiels. — L'action attractive paraît concentré vers les extrémités des barreaux. — Première idée des pôles. — Direction d'un barreau aimanté sous l'action de la terre. — Action réciproque des pôles de deux aimants. — Dénomination des pôles. — Phénomènes d'influence. — Action d'un aimant sur un barreau de fer doux. — Action sur un barreau d'acier. — Force coercitive. — Effets de la rupture d'un barreau aimanté. — Définition précise des pôles. — Idées théoriques sur la constitution des aimants.

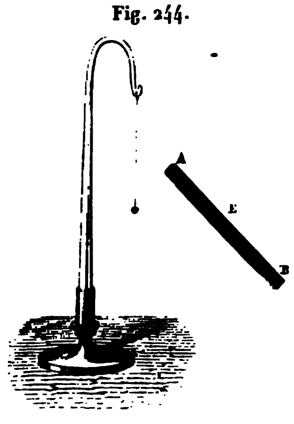
AIMANTS NATURELS ET ARTIFICIELS. — On trouve parmi les minerais de fer un oxyde mixte représenté chimiquement par la formule Fe^3O^4. Les fragments de cette substance ont une propriété remarquable que les anciens connaissaient : c'est celle d'attirer le fer. On les nomme des *aimants*, et l'on désigne sous le nom de *magnétisme* ou la cause de cette attraction ou l'ensemble des phénomènes qui en résultent.

Il n'y a rien de régulier dans la forme de ces aimants naturels, et il n'y a rien de fixe dans la manière dont la vertu attractive se distribue sur leur surface. Quand on les plonge dans de la limaille de fer et qu'on les en retire ensuite, ils la retiennent adhérente, mais en proportions très-inégales sur leurs divers points. Ne voyant rien de constant dans cette distribution, on ne connut rien de précis sur la constitution des aimants avant d'avoir découvert la propriété que possède l'acier d'être aimanté. Alors on put communiquer le magnétisme à des barreaux allongés dont la forme est celle d'un prisme ou d'un

cylindre, et l'on obtient des effets réguliers distribués suivant une loi simple sur la surface extérieure; ce sont ces *aimants artificiels* que nous allons spécialement étudier, sauf à voir dans la suite comment on les prépare.

I. PREMIÈRE IDÉE DES POLES. — Suspendons à l'extrémité d'un fil un petit morceau de fer, approchons un aimant AB de ce morceau, et nous verrons une attraction se produire; le pendule se fixera sur l'aimant, et pour l'en détacher il faudra exercer un effort considérable (*fig.* 244).

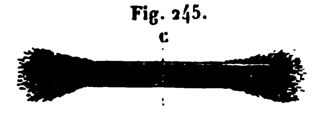
Fig. 244.



Cet effort ne sera pas le même quand l'adhérence se fera sur divers points du barreau; il sera très-grand en A, diminuera en s'approchant du milieu E où il sera nul, puis il croîtra de E en B comme il avait diminué de A en E.

On voit cette variation d'effets se manifester clairement et sous un seul coup d'œil, si l'on plonge l'aimant dans la limaille de fer; elle s'attache particulièrement aux extrémités et s'y dispose comme une chevelure, chaque grain de limaille soutenant les suivants qui forment une chaîne; mais vers le milieu il n'y a aucun effet (*fig.* 245).

Fig. 245.



Ces actions se transmettent à travers tous les corps qui ne sont point magnétiques; par exemple, on peut placer un carton mince sur un aimant et y semer de la limaille fine par le moyen d'un tamis; elle est spécialement attirée par les extrémités, très-peu par le milieu, et se dispose sur le carton sous la forme de chaînes courbes qui vont d'une extrémité à l'autre, comme on le voit dans la *fig.* 246.

Pour exprimer ces divers résultats, on a imaginé qu'il y avait vers les deux extrémités des barreaux aimantés des centres particuliers d'action que l'on a nommés *pôles;* et comme il ne se manifeste aucun effet au milieu, on a désigné sous le nom

de *ligne neutre* la section à égale distance des extrémités où l'on ne voit aucune attraction.

Il faut maintenant remarquer que les pierres d'aimant naturelles ne possèdent pas toujours la vertu attractive et qu'elle

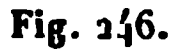
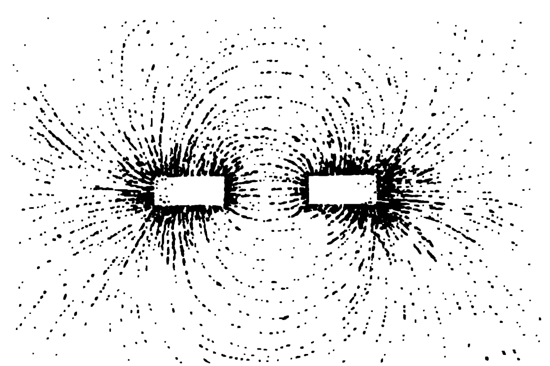


Fig. 246.



peut leur être donnée ou enlevée par des actions que nous ferons connaître dans la suite. Il faut également reconnaître que dans l'acier cette propriété n'est qu'accidentelle, et que, sans changer le poids qu'il possède, on peut faire un aimant d'un barreau ordinaire ou le ramener à l'état naturel s'il était aimanté. La vertu magnétique n'est donc point inhérente à la matière même des corps qui la manisfestent; elle n'est qu'un accident, et l'on a imaginé qu'elle était produite par un *fluide magnétique*, fluide analogue à ceux qui expliquent l'électricité, aussi peu défini que le sont ces derniers et qui est comme eux impondérable. Ainsi, dès les premiers pas que nous faisons dans cette branche de la science, nous recourons à une hypothèse pour expliquer les premiers phénomènes que nous découvrons.

II. **DIRECTION D'UN AIMANT PAR LA TERRE.** — Dans ces expériences, les deux extrémités du barreau se comportent de la même façon; toutes deux attirent en égale proportien et de la même manière la limaille dans laquelle on les plonge; les deux pôles paraissent donc identiques. Mais voici une expérience qui va établir entre eux une différence radicale.

On suspend un barreau par son centre de gravité dans une chape de papier ou de cuivre attachée à un fil, de façon qu'il puisse se tourner dans toutes les directions possibles (*fig.* 247), ou bien on le soutient sur un pivot pointu qui s'enfonce dans

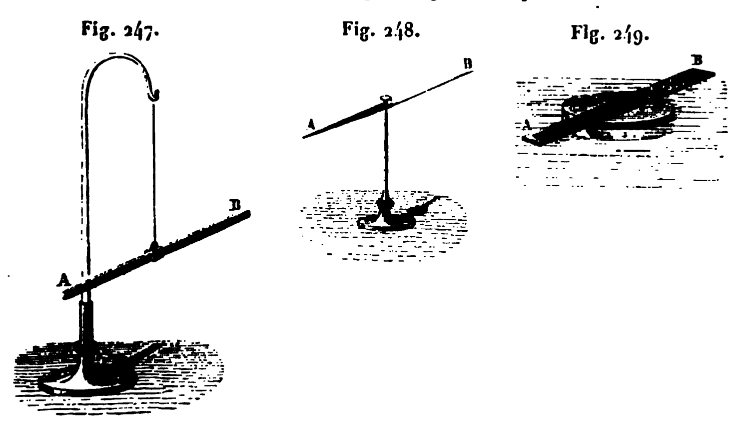


Fig. 247. Fig. 248. Fig. 249.

une cavité creusée en son milieu (*fig.* 248), ou enfin on le dépose sur un liége rond qui flotte sur l'eau (*fig.* 249); en un mot, on le place dans des conditions telles, qu'il puisse s'orienter dans l'espace s'il est sollicité naturellement par des forces parallèles et contraires appliquées à ses deux bouts. Dans tous ces cas, on voit l'aimant se tourner dans une direction fixe, et l'une des extrémités se diriger vers le nord, pendant que l'autre pointe vers le midi.

On a cru pendant longtemps que cette direction était celle du méridien géographique; avec plus d'attention on a reconnu qu'il n'en est pas ainsi : mais comme en général la direction du barreau diffère peu de celle qui va du nord au sud, on a appelé *méridien magnétique* le plan vertical qui passe par l'aiguille; et pour le fixer dans l'espace on a mesuré l'angle que les deux méridiens font entre eux; on l'a nommé *angle de déclinaison* ou simplement *déclinaison*. On dit qu'elle est orientale quand le pôle qui se dirige vers le nord est dévié du côté de l'orient, et occidentale dans le cas contraire.

Il y a donc une différence caractéristique entre les deux pôles, puisqu'ils se placent vers des points opposés, et l'on a dû les distinguer par des noms différents, qui se rapportent

aux points géographiques vers lesquels ils se dirigent. Le pôle *nord* est celui qui pointe vers le nord de la terre et le pôle *sud* celui qui va vers la direction contraire.

Cela nous oblige à compléter l'hypothèse que nous avons faite précédemment.

Nous avons imaginé *un fluide* pour nous expliquer la cause des attractions magnétiques; maintenant que nous découvrons dans les deux pôles des propriétés opposées, nous sommes naturellement conduits à admettre *deux fluides* au lieu d'un seul : l'un qui prédominera vers le pôle nord, l'autre qui agira avec plus d'intensité au pôle sud. Nous expliquons ainsi deux propriétés différentes en imaginant deux causes distinctes, et nous ne faisons rien autre chose que de traduire par une deuxième hypothèse le deuxième fait général que nous découvrons.

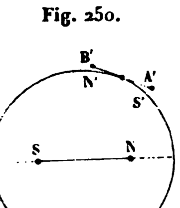
III. **ACTION RÉCIPROQUE DES POLES DE DEUX AIMANTS.** — Prenons maintenant les divers aimants qui, dans l'expérience précédente, se sont orientés dans l'espace, marquons par les lettres N et S, écrites sur les extrémités, les directions nord et sud qu'elles ont prises; puis, laissant l'un d'eux suspendu librement, approchons de ses pôles ceux d'un autre aimant. Si les pôles mis en présence sont marqués des mêmes lettres, c'est-à-dire s'ils se dirigent spontanément vers le même côté de l'espace, ils se repousseront; s'ils sont marqués par des lettres différentes N, S, ils s'attireront. De là une loi fondamentale : *Les pôles de même nom se repoussent, les pôles de nom contraire s'attirent.*

Après la loi physique, il faut chercher la raison théorique qui doit l'expliquer, et comme, dans les pôles de même nom, nous avons supposé des fluides de même nature et, dans les pôles contraires, des fluides d'espèces différentes, il vient tout naturellement à l'esprit d'imaginer que les fluides de même nom se repoussent et de nom contraire s'attirent; c'est-à-dire qu'après avoir imaginé deux fluides pour expliquer les phénomènes précédents, on leur suppose les propriétés qui conviennent pour rendre raison de ceux que l'on découvre maintenant.

Avant d'aller plus loin, il convient de mettre en regard deux

des faits précédents pour les rapporter tous deux à une même explication. Imaginons que l'on fixe au centre d'un globe un aimant énergique NS (*fig.* 250) et qu'en un point de sa surface on place une aiguille aimantée mobile N'S'; il est clair que son pôle sud S' se dirigera du côté du pôle nord N de l'aimant central, et qu'inversement son pôle nord N' sera attiré du côté de l'extrémité S. Par conséquent, l'aimant N'S' aura une direction fixe sur le point du globe qu'il occupe. On expliquerait donc l'orientation d'une aiguille aimantée sur la terre si l'on supposait que cette planète contient à son centre un aimant énergique. Cette hypothèse, Gilbert l'a faite, et ses successeurs l'ont adoptée. Nous la développerons dans la suite, et dès ce moment nous la considérons comme probable.

Fig. 250.

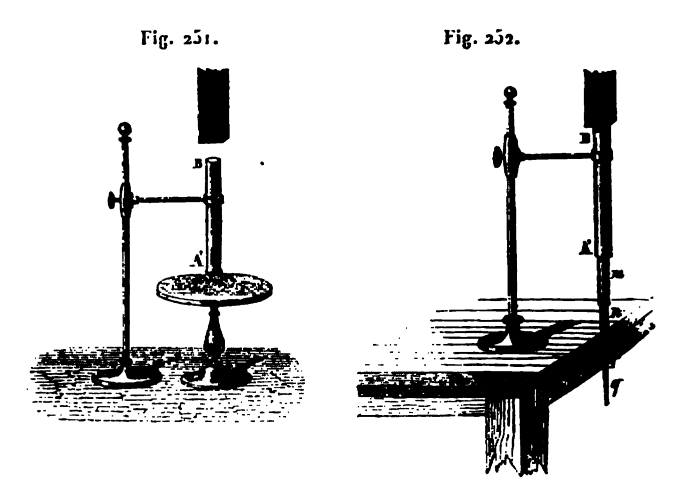


Dès lors il faut s'entendre sur le sens des mots que nous employons; appelons *fluide boréal* celui dont l'action domine dans l'hémisphère boréal terrestre; le fluide qui existe dans la partie N' de l'aiguille tournée vers le nord sera de nom contraire, puisqu'il est attiré; ce sera donc du *fluide austral*, et par la même raison le fluide dominant dans l'extrémité sud de l'aiguille sera du *fluide boréal*. De là résulte que l'on donne indifféremment deux noms à chacun des pôles d'un aimant; on appelle l'un d'eux pôle *nord*, pour indiquer qu'il se dirige vers le pôle géographique nord de la terre, et pôle *austral*, pour rappeler la nature du fluide qu'il renferme. Par la même raison, on désigne le pôle opposé sous les deux noms de pôle *sud* ou *boréal*.

IV. **PHÉNOMÈNES D'INFLUENCE. — ACTION D'UN AIMANT SUR UN BARREAU DE FER DOUX.** — La première expérience que nous avons faite nous a appris que le fer était attiré par les deux pôles d'un aimant; nous allons y revenir pour essayer d'analyser plus complétement cet effet. Il faut d'abord remarquer que la limaille de fer en s'attachant à un pôle y forme une chevelure allongée, et qu'en considérant l'un des filets dont elle est composée, on y trouve une succession de grains de limaille juxtaposés, le premier adhérant à l'aimant, le second au premier,

le troisième au second, tous formant une chaîne continue, et les choses se passent absolument comme si chaque parcelle était devenue un aimant véritable qui exercerait son attraction sur la suivante. Une fois cette idée émise, il est aisé de la vérifier. Suspendons un morceau de fer BA′ (*fig.* 251) au-dessus d'un vase contenant de la limaille et à une petite distance de celle-ci;

Fig. 251. Fig. 252.

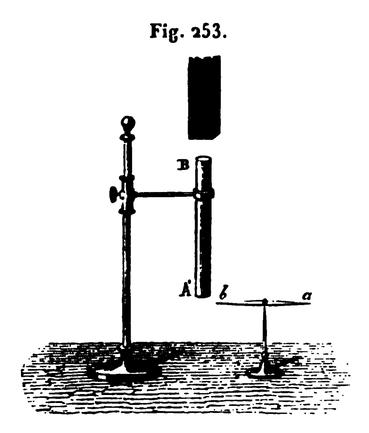


puis, approchons de la partie supérieure B le pôle A d'un aimant. Au moment où le contact se fera entre A et B, la limaille sera soulevée et attirée par A′ où elle se suspendra comme si BA′ était aimanté. Pour varier la même expérience, nous pourrons (*fig.* 252), après le contact de A avec B, approcher de A un petit morceau de fer *m*, il y adhérera; puis à *m* nous en suspendrons un autre *n*, et nous pourrons y en soutenir un grand nombre si nous avons soin de les prendre de moins en moins lourds. Nous réalisons ainsi une succession d'aimants qui nous expliquent fort bien la chaîne des parcelles de limaille que nous avions d'abord décrite.

Enfin, si nous voulons reconnaître la nature des pôles dans les aimants ainsi placés en succession, nous n'avons qu'à approcher de l'extrémité A′ (*fig.* 253) une petite aiguille aimantée *ab*; elle pirouettera sur elle-même et son pôle boréal *b* sera attiré par A′. Conséquemment, nous devons admettre que le morceau de fer A′B s'aimante lui-même quand il est soumis à l'action

d'un aimant, qu'il prend au point de contact un pôle B de nom contraire à A et, à l'extrémité opposée, un pôle A' de même nom que A. Ce sont là les phénomènes de l'*influence* magnétique, et l'on voit toute l'analogie qui existe entre cette action et l'influence électrique qui nous a précédemment occupés.

Fig. 253.



Supposons que les morceaux de fer employés dans ces diverses expériences soient bien recuits et bien purs, qu'ils soient formés en *fer doux*, comme l'on dit. Dans ce cas, aussitôt que nous enlèverons le pôle A de l'aimant inducteur, tout signe de magnétisme disparaîtra dans les fers soumis à son action; alors on verra tomber la limaille (*fig.* 251) ou la chaîne des petits barreaux se rompre (*fig.* 252), et l'aiguille *ab* de la *fig.* 253 montrera que le barreau A'B est ramené à l'état naturel. Aussitôt que la cause cesse, l'aimantation qu'elle avait développée disparaît.

Reste à savoir qu'elle idée théorique nous allons accepter pour expliquer ces phénomènes; ce sera encore au moyen d'une nouvelle hypothèse que nous essayerons d'en rendre compte. Nous admettrons que le fer doux contient les deux fluides magnétiques combinés entre eux et détruisant leurs effets par suite de leur réunion. Mais au moment où nous approcherons un pôle qui attire le fluide boréal et repousse le fluide austral du barreau, il y aura une décomposition du fluide neutre par influence, et le barreau s'aimantera. Il faut bien remarquer que notre procédé d'explication reste invariablement le même : à chaque fait que nous découvrons, nous faisons correspondre une hypothèse qui le traduit.

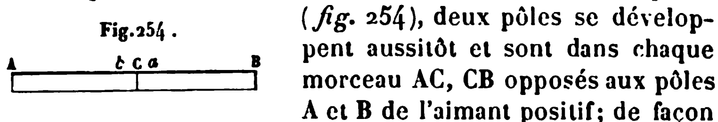
V. ACTION SUR UN BARREAU D'ACIER. — FORCE COERCITIVE. — Recommençons ces dernières expériences en y employant non plus de la limaille et des barreaux de fer doux, mais de la limaille et des barreaux d'acier trempé; l'influence développera

les mêmes pôles et ils seront placés de la même manière; mais nous verrons entre ce nouveau cas et le précédent deux différences essentielles : la première, c'est que le magnétisme ne se produira dans les barreaux d'acier soumis à l'influence que lentement et qu'il faudra les frotter contre l'aimant A pendant quelque temps avant qu'ils puissent y adhérer; la deuxième, c'est qu'une fois développé, le magnétisme de ces barreaux persistera indéfiniment après qu'on les aura soustraits à l'action de l'aimant A. Il y a donc entre le fer et l'acier cette différence essentielle, que le premier prend et perd instantanément son magnétisme, pendant que le second l'acquiert péniblement et ne le perd plus une fois qu'il l'a reçu.

Alors on a imaginé de dire qu'il existe dans l'acier une force *coercitive* qui n'existe pas dans le fer, et par cette expression qui n'est rien qu'un mot, on exprime à la fois et cette difficulté à la séparation des fluides, et cette difficulté à leur recomposition. Ce n'est point là une explication, c'est un fait que l'on constate et que l'on nomme. Si on voulait rendre cette *force coercitive* plus rationnelle, il faudrait dire que l'acier n'est point conducteur des fluides; que pour les séparer quand ils sont réunis, il faut non-seulement vaincre leur attraction réciproque, mais encore une résistance spéciale que le métal lui-même oppose à leur séparation : cette résistance est *la force coercitive*. De plus, une fois qu'ils ont été séparés, ces fluides tendent à se recombiner en s'attirant, mais la résistance que l'acier oppose à leur mouvement s'oppose aussi à cette réunion; c'est encore *la force coercitive*, et l'on voit qu'à tout prendre elle exprime une résistance spécifique qui s'oppose au transport des fluides : c'est l'idée que nous nous en ferons à l'avenir.

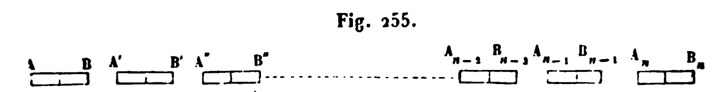
VI. **EFFETS DE LA RUPTURE D'UN BARREAU AIMANTÉ.** — L'influence magnétique, tout comme l'influence électrique, fait prédominer, quand elle s'exerce, l'action de l'un des fluides à une des extrémités, et l'action de l'autre fluide au bout opposé. Quand il s'agissait de l'électricité et d'un corps bon conducteur, le fluide positif se transportait sur l'un des bouts, le fluide négatif sur l'autre; de façon qu'en coupant le conducteur en deux parties, l'un des morceaux conservait l'électricité négative, et l'autre la positive. Or, si un aimant est constitué de la même manière, il

faut qu'en le coupant en son milieu il garde du fluide austral sur la première partie, et du fluide boréal sur la seconde; mais ce n'est pas là ce qui se voit. Au point C, où se fait la rupture (*fig.* 254), deux pôles se développent aussitôt et sont dans chaque morceau AC, CB opposés aux pôles A et B de l'aimant positif; de façon qu'au lieu d'un seul aimant, on en a deux qui sont le prolongement l'un de l'autre, qui ont les mêmes pôles tournés dans le même sens : dès lors, l'aimant n'est pas assimilable sous le rapport de la distribution des fluides aux conducteurs électriques, et si nous voulons nous rendre compte de ces nouveaux faits, nous sommes conduits naturellement à une dernière hypothèse.



Nous admettrons que le fluide mixte naturel est uniformément réparti sur chaque molécule de l'acier ou du fer quand ces métaux ne sont point aimantés, et qu'au moment où on les soumet à une force qui tend à séparer les deux fluides, ceux-ci se portent chacun à l'une des deux extrémités opposées de la molécule qui les contient, mais sans la quitter. Cette action se produisant sur chaque atome du métal et dans le même sens, une file de molécules AB, A′B′,... (*fig.* 255) doit alors

Fig. 255.



former une chaîne d'aimants élémentaires opposés pôle à pôle, et dans ce cas les deux extrémités A et B_n ont des fluides libres, tandis qu'en chaque intervalle BA′, B′A″,..., compris entre deux molécules voisines, les fluides opposés qui se regardent détruisent leurs effets à peu près complétement. Il résulte de là que l'effet des deux fluides prédomine aux extrémités d'un aimant; il en résulte aussi qu'au moment où on le casse en deux parties, les points séparés contiennent, à l'état de liberté, les fluides contraires qui se détruisaient pendant le contact, et c'est là ce qui fait naître deux pôles à chaque bout des deux fragments.

Nous allons maintenant développer cette idée. Supposons d'abord une molécule unique dans laquelle les fluides aient été

séparés aux deux points opposés A et B (*fig.* 255); d'une part, ils tendront à se réunir; de l'autre, ils en seront empêchés par cette résistance à leur transport qu'oppose le corps et que nous avons nommée *force coercitive*. L'équilibre aura lieu quand les quantités des fluides séparés seront telles, que leur attraction équilibrera la force coercitive. Plaçons dans le voisinage une deuxième molécule A′B′ décomposée comme la première, il y aura alors deux espèces de forces réciproques : 1° les répulsions de A sur A′ et de B sur B′, elles se détruiront; 2° l'attraction de B′ sur A qui tendra à recomposer les fluides, et celle de B sur A′ qui agira pour les séparer; et comme cette dernière attraction est plus grande que la première à cause de la distance moindre, l'effet définitif de la molécule A′B′ est d'augmenter la quantité de fluide séparée sur AB. Une troisième molécule A″B″ agira de même sur AB, mais moins énergiquement puisqu'elle est plus loin, et il en sera de même de toutes les autres jusqu'à l'extrémité B_n.

Sur la deuxième molécule A′B′, les mêmes effets se produisent; seulement, elle a à sa suite une molécule de moins que AB, ce qui fait qu'elle devrait avoir moins de fluide qu'elle: mais en avant de A′B′ se trouve AB qui est très-rapprochée et qui agit plus énergiquement; de là il résulte que la proportion de fluide que renferme A′B′ sera plus grande que celle de AB. Continuant ainsi en marchant de A vers B_n, et étudiant successivement chaque molécule, on voit que l'effet exercé sur elle par toutes les autres se déduit de l'effet éprouvé par la précédente en transportant une molécule de B_n en A, ce qui fait augmenter cette action depuis A jusqu'au milieu du barreau, car la molécule que l'on transporte se rapproche; mais cette action diminue du milieu jusquà B_n, car on remplace une molécule plus rapprochée par une autre qui est plus loin. Il est donc évident qu'au moment de l'équilibre entre la force coercitive et les actions des molécules entre elles, les proportions de fluides séparées dans ces molécules augmentent à partir des extrémités jusqu'au milieu des barreaux.

Il résulte de là que dans les intervalles moléculaires, il y aura d'un côté les quantités suivantes de fluide austral libre

$$A,\quad (A'-B),\quad (A''-A'),\quad (A'''-B''),\ldots,$$

et du côté opposé, les quantités de fluide boréal

$$B_n, \quad (B_{n-1} - A_n), \quad B_{n-2} - A_{n-1}), \ldots.$$

L'expérience prouve que ces différences décroissent rapidement depuis les extrémités jusqu'au milieu, bien que les quantités totales de fluide accumulées aux deux bouts de chaque molécule augmentent.

Définition précise des poles. — Si nous acceptons cette explication, il nous faut revenir sur le sens que nous devons attacher au mot *pôle* et le bien préciser. Imaginons un aimant AB (*fig.* 256), et supposons en A' une molécule de fluide magnétique austral; elle attirera toutes les masses magnétiques libres disséminées aux points B, q, p, n, m depuis B jusqu'au milieu du barreau, et toutes ces forces donneront une résultante unique βP qui sera appliquée en un point β voisin de B : ce point β est le pôle dans le sens le plus général du mot. Il y a de même un pôle austral en α, et il est déterminé de la même manière.

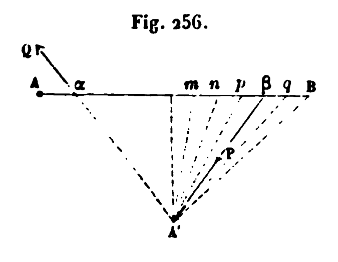


Fig. 256.

On conçoit maintenant que suivant la position que l'on donnera au point A', la grandeur et la direction de cette résultante βP varieront, et aussi son point d'application β, c'est-à-dire le pôle : les pôles d'un aimant ne sont donc point fixes. Mais si, d'une part, on considère la loi suivant laquelle varient les intensités du magnétisme libre dans la longueur d'un barreau, on verra, comme nous le montrerons dans la suite, qu'elles sont à peu près nulles depuis le milieu jusqu'à une petite distance de l'extrémité B, après quoi elles croissent très-énergiquement jusqu'à l'extrémité même. Si, d'un autre côté, on suppose que le point A' est placé très-loin, alors toutes les lignes joignant le point A' à chaque masse magnétique libre sont sensiblement parallèles entre elles, et le point d'application de leur résultante devient fixe et se place en un point β invariable.

C'est dans ce sens que l'on considère le pôle des aimants : il

n'est fixe que si l'on observe leur action sur un point très-éloigné ; il cesse de l'être si ce point est très-près.

Pour terminer cette Leçon, je dois résumer les lois générales qui viennent d'être découvertes, car ce sont les propriétés fondamentales du magnétisme, et le reste en découlera comme conséquence ; ces faits généraux se résument à six.

1° Attraction du fer ; 2° direction des aimants ; 3° attraction et répulsion des pôles ; 4° phénomène d'influence ; 5° différence entre l'acier et le fer ; 6° phénomènes de rupture d'un barreau. Après l'exposé des expériences qui nous ont conduits à ces phénomènes, nous nous sommes proposé de les expliquer, et après chaque loi générale nous avons fait une hypothèse pour nous en rendre compte ; ainsi nous avons admis : 1° un fluide magnétique ; 2° un fluide austral et un autre boréal ; 3° que les fluides de même nom se repoussent et de nom contraire s'attirent ; 4° qu'il y a dans l'état naturel un fluide mixte formé par la réunion des deux précédents ; 5° qu'il y a dans l'acier une force coercitive ; 6° que, dans leur séparation, les fluides ne quittent point les molécules, mais y demeurent attachés ; à quoi il faut ajouter encore cette autre supposition que la terre est un aimant.

Toutes ces hypothèses se présentent avec un tel degré de simplicité, qu'il est difficile de ne point les admettre provisoirement, et elles se prêteront si heureusement dans la suite à l'explication de tous les faits, que nous ne trouverons aucune raison pour les abandonner absolument. Mais elles ne sont que des explications conjecturales, et si on disait qu'elles se démontrent par l'accord qu'elles établissent entre leurs conséquences et les faits observés, on ferait une véritable pétition de principe, puisqu'elles sont imaginées uniquement en vue d'établir cette concordance. Que les deux fluides soient *possibles*, c'est ce que nous ne voulons pas contester, mais qu'ils soient autre chose que des êtres d'imagination inventés pour le besoin de la cause, c'est ce que personne aujourd'hui ne pourrait nier. Aussi ne devrons-nous point être étonnés quand, dans la suite de nos études, nous verrons apparaître à côté de la théorie des deux fluides un système différent fondé sur d'autres suppositions, et peut-être plus probable. Il serait facile de démontrer que la théorie des fluides électriques est due

a même méthode d'invention et qu'elle n'a pas plus de réa-
;. Il faut donc, avant d'aller plus loin, que l'on sache exacte-
:nt discerner ces hypothèses des faits et l'imagination de la
ılité, et c'est pour le faire mieux sentir que nous avons rap-
›ché, dans l'exposition que nous en avons faite, chaque hy-
thèse de chaque loi physique qui l'a suggérée. Mieux in-
uits maintenant sur le degré de confiance qu'il faut accorder
ı théorie, nous continuerons de l'admettre sans la discuter
vantage.

VINGT-NEUVIÈME LEÇON.

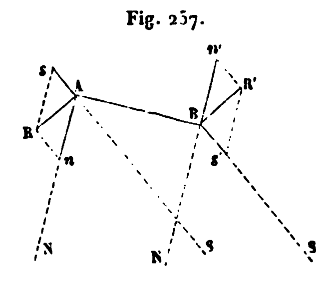
DU MAGNÉTISME TERRESTRE.

Action de la terre. — Elle se réduit à un couple. — Définition de la déclinaison et de l'inclinaison. — *Mesure de la déclinaison. — *Mesure de l'inclinaison. — *Intensités magnétiques. — *Hypothèse de l'aimant terrestre. — *Équateur magnétique. — *Méridiens magnétiques. — *Parallèles magnétiques. — *Lignes sans déclinaison. — *Variations de la déclinaison. — *Variations de l'inclinaison.

COUPLE TERRESTRE. — En voyant l'aiguille aimantée prendre spontanément une direction fixe dans l'espace, nous avons précédemment supposé que la terre agit sur cette aiguille comme le ferait un aimant. Avant d'admettre définitivement cette hypothèse, il faut en chercher théoriquement toutes les conséquences et examiner si l'experience les justifie : c'est ce dont nous allons nous occuper aujourd'hui.

Imaginons donc que la terre contienne dans son intérieur un aimant dont les pôles soient situés près du centre; menons des pôles A et B de l'aiguille (*fig.* 257) deux lignes AN, BN, dirigées vers le pôle nord N de cet aimant terrestre. Ces lignes étant sensiblement parallèles entre elles, puisqu'elles doivent ne se rencontrer qu'à une distance extrêmement éloignée, le pôle nord exercera sur A une force attractive An et sur B une action répulsive égale Bn', et produira un couple. Menons de la même manière par les points A et B, vers le pôle sud S du globe, deux lignes AS, BS, qui seront encore parallèles entre elles; ce pôle exercera à son tour deux actions égales, As, Bs', la première répulsive, la deuxième attractive, qui constitueront un second

Fig. 257.



couple; et en composant en une seule les forces appliquées à chacun des pôles A et B, l'effet total se réduira à un couple unique AR, BR'. Par conséquent, si le globe fonctionne comme un aimant, toute aiguille aimantée placée à sa surface sera soumise à un couple, et si elle est librement suspendue par son centre de gravité, elle prendra la direction des deux lignes AR, BR', sans être sollicitée par aucune force accélératrice à se transporter dans l'espace.

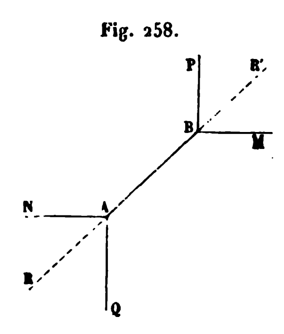
Cette première conséquence doit d'abord être confirmée par l'expérience, et comme nous savons déjà que l'aiguille aimantée se dirige, c'est-à-dire qu'elle obéit à un couple, la seule chose que nous ayons à étudier, c'est de rechercher si elle ne tend pas en outre à prendre un mouvement de translation. Pour cela, nous allons d'abord la fixer à un flotteur de liége nageant sur l'eau; elle se dirigera, mais, une fois tournée dans le méridien magnétique, elle restera immobile. Il n'y a donc pas de force motrice horizontale. En second lieu, nous pèserons une aiguille dans une balance très-délicate avant de l'avoir aimantée, nous lui donnerons ensuite un magnétisme énergique et, la remettant dans le plateau, nous trouverons que son poids n'a pas changé. Par conséquent l'aiguille n'est soumise à aucune force motrice verticale autre que la gravité. Ces deux épreuves réussissent également bien quelle que soit la direction de l'aiguille, et puisque, dans tous les cas, les composantes horizontale et verticale de la force motrice du magnétisme sont nulles, l'aiguille est uniquement sollicitée par un couple qui lui donne dans l'espace une orientation déterminée.

DÉFINITION DE L'INCLINAISON ET DE LA DÉCLINAISON. — Si la terre est un aimant, le couple qu'elle détermine doit avoir des directions différentes suivant le point du globe où l'aiguille est située; il faut donc que nous mesurions ces directions dans les divers lieux, afin d'en pouvoir déduire la position de l'aimant terrestre. Pour faire cette mesure, on comprend qu'il n'y aurait qu'à suspendre exactement l'aiguille par son centre de gravité sur un système d'axes qui lui permît de prendre toutes les positions possibles; alors elle se tiendrait en équilibre quand elle aurait pris la direction des forces AR, BR' qui agissent sur elle. Mais la difficulté de réaliser ce système de

suspension est telle, qu'il n'y faut point songer, et l'on a divisé le problème en deux parties.

Décomposons les forces terrestres AR, BR' (*fig.* 258) en composantes horizontales AN, BM, et verticales AQ, BP; si l'aiguille est soutenue sur un axe vertical qui lui permette de se déplacer seulement horizontalement, le couple vertical des deux forces P et Q sera sans action sur elle; elle ne sera dirigée que par le couple horizontal des deux forces M et N et se placera dans le plan vertical du couple total. Nous pouvons donc commencer par ce cas simple, qui n'est point difficile à réaliser, prendre une aiguille horizontale posée sur un pivot, et nous serons assurés que le plan vertical qui passe par sa position d'équilibre contient le couple terrestre. Ce plan est celui que nous avons déjà appelé le *méridien magnétique*, et, pour le fixer, nous chercherons l'angle qu'il forme avec le méridien géographique: c'est l'angle de *déclinaison*.

Fig. 258.



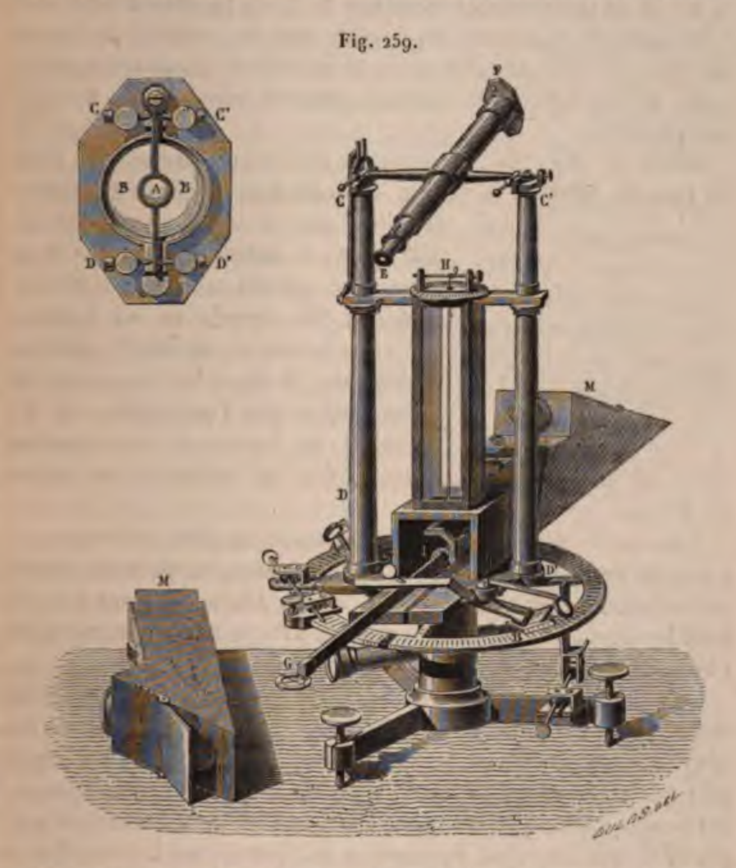
Quand cela sera fait, nous emploierons une deuxième aiguille soutenue par un axe horizontal et mobile dans un plan vertical, contre un cercle dont elle parcourra les divisions. Nous dirigerons ce cercle dans le méridien magnétique, et à ce moment l'aiguille, obéissant à l'action du couple vertical, prendra la véritable direction RABR' qu'elle devrait avoir dans l'espace si elle était libre. Elle fera alors avec l'horizontale un certain angle, et c'est ce que l'on nomme l'*inclinaison*. En résumé, nous chercherons en chaque lieu, d'abord la trace horizontale du méridien magnétique, puis l'inclinaison de l'aiguille dans ce plan, et nous aurons complétement déterminé la situation du couple terrestre.

* **MESURE DE LA DÉCLINAISON.** — On emploie, pour mesurer la déclinaison, divers modèles de boussoles; nous ne décrirons ici que celle de Gambey (*fig.* 259).

Elle est portée sur un trépied à vis calantes surmonté d'un cercle azimutal fixe AB très-soigneusement divisé. Dans le

pied s'engage un axe vertical qui supporte toutes les parties supérieures CDC'D'; elles peuvent ainsi tourner autour de cet axe et leurs positions se mesurent sur le cercle au moyen de

Fig. 259.



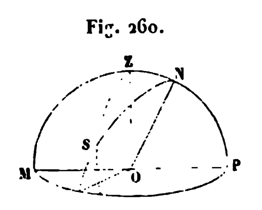
deux verniers opposés A et B que l'on observe à l'aide de loupes. On règle la verticalité de l'axe au moyen d'un niveau, absolument comme nous l'avons indiqué pour le cathétomètre.

Les pièces mobiles supportées par l'axe ont deux buts différents : les unes servent à supporter l'aimant, les autres à faire des observations astronomiques et à trouver la direction du méridien géographique du lieu; ce sont celles-ci que nous allons d'abord décrire. Deux colonnes en cuivre CD, C'D' sou-

tiennent à leur sommet une lunette EF qui se meut dans un plan vertical. On dirige cette lunette vers un astre connu, et quand il passe sous le réticule des fils on note l'heure vraie et on lit la position des verniers A, B sur le cercle azimutal. A ce moment la lunette se trouve dans le vertical de l'astre observé, et son plan fait avec le méridien géographique un angle qu'il est facile de calculer, comme nous allons le faire comprendre.

Soient O (*fig.* 260) la position de l'observateur, ON l'axe du monde, MNP la direction du méridien du lieu. Le soleil, entraîné par le mouvement diurne, passe dans le méridien à un moment déterminé qui est celui du midi vrai. Il décrit 360 degrés en 24 heures, 15″ en 1 seconde, et 15.S″ pendant S secondes. Si donc le temps vrai de l'observation que l'on a faite est S″, le soleil se trouve à ce moment dans un plan horaire faisant avec le mériden un angle $15.S'' = \alpha$.

Fig. 260.



D'un autre côté, les Tables astronomiques font connaître, au moment de l'observation, l'angle des plans horaires du soleil et de l'astre observé. Soit β cet angle. Alors, pendant que le plan horaire du soleil fait un angle α avec le méridien, celui de l'astre SNO fait un angle MNS qui est $\alpha - \beta$.

Cela posé, soient Z le zénith, OZS le vertical de l'astre. On connaît, dans le triangle sphérique ZNS, 1° ZN ou la distance du zénith au pôle ; 2° SN ou la distance de l'étoile au pôle ; 3° l'angle ZNS qui vient d'être obtenu et qui est $\alpha - \beta$. Par conséquent, le triangle sphérique est déterminé, et l'on peut calculer l'angle SZN, qui est celui du vertical de l'astre avec le méridien : soit γ cet angle. On sait maintenant que le plan vertical de la lunette faisait un angle γ avec le méridien au moment de l'observation ; et, en tournant l'alidade du cercle divisé de cet angle γ, on amène la lunette dans le méridien MNP. Cette position correspond à une situation des verniers que nous prendrons pour point de départ.

Nous achevons maintenant la description de l'appareil. Les deux colonnes CD, C′D′ soutiennent un treuil H sur lequel on

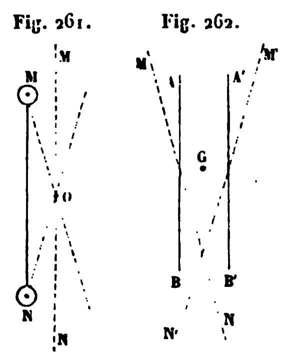
enroule un paquet de fils de cocon. Ils supportent un étrier I à la partie inférieure, et dans cet étrier on place le barreau aimanté GM; celui-ci se dirige sous l'action de la terre et prend un équilibre fixe. On tourne alors le système autour de l'axe vertical mobile, jusqu'au moment où, en regardant avec la lunette, on voit les deux extrémités du barreau G sous le réticule. A ce moment la lunette est dans le plan du méridien magnétique, et l'angle dont il a fallu faire tourner l'appareil mesure la déclinaison.

Mais, pour faire cette observation, il y a beaucoup de difficultés à surmonter et d'erreurs à corriger. D'abord, il fallait, pour viser l'astre, pointer la lunette à l'infini; ensuite, pour viser les extrémités du barreau, il faut que l'on change l'objectif pour voir très-près. Gambey a usé d'un stratagème pour satisfaire à ce double besoin (*fig.* 259). Il y a à l'extrémité de la lunette un premier objectif BB large et peu convexe avec lequel on voit à l'infini; mais, au milieu de cet objectif BB, il y en a un second A qui est beaucoup plus petit et qui lui est superposé. L'ensemble de ces deux verres étant beaucoup plus convergent que la lentille unique BB, la lunette vise très-près par la partie centrale A et très-loin par la partie annulaire BB, de façon que si l'on veut observer l'astre, on bouche A, et, quand on veut viser l'aiguille, on couvre la partie annulaire BB en laissant arriver la lumière par la partie centrale A.

Pour observer avec précision les extrémités du barreau, il faut y tracer des repères très-déliés. Gambey y a adapté des armatures en cuivre terminées par des anneaux évidés G dans lesquels sont tendus deux fils qui se coupent à angle droit (*fig.* 259); c'est le croisement de ces fils que l'on vise. S'il arrivait, 1° que le plan vertical dans lequel se meut l'axe de la lunette passât à la fois par les deux croisements des fils, 2° que la ligne des pôles du barreau fût confondue avec celle qui joint les deux points de croisement, il n'y aurait qu'une seule mesure à faire; mais ces deux conditions ne sont pas généralement remplies.

Soient MN (*fig.* 261) une coupe horizontale du barreau, et O la projection horizontale de l'axe vertical de l'instrument. Pour viser le point M, il faudra diriger le vertical de la lunette dans

la direction MO, et, pour voir N, il faudra mettre ce vertical dans la direction NO. Mais on voit qu'en prenant la moyenne des observations, on a la vraie direction M'N' de la ligne des croisements.



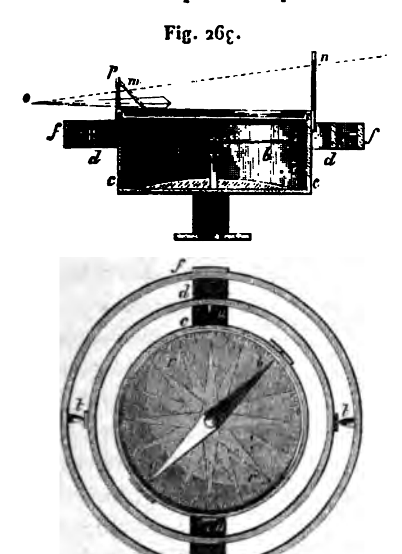
Représentons toujours par MN la ligne des fils croisés (*fig.* 262), par G le centre de gravité du barreau suspendu, et supposons que la ligne des pôles soit quelconque et figurée par AB. Ce que l'on mesure c'est la direction MN, ce qu'il faudrait mesurer c'est celle de AB. Mais si, laissant tout dans la même position, on retourne seulement le barreau sur lui-même de manière à mettre vers la terre la face qui était tournée vers le ciel, le centre de gravité G reprendra la même position; la ligne des pôles sera A'B' parallèle à AB, et la ligne des croisements deviendra M'N'; mais la moyenne des positions MN, M'N' sera parallèle à AB et à A'B'.

Il faudra donc faire quatre observations, deux avant et deux après le retournement du barreau. Il sera convenable ensuite de retourner la boussole de 180 degrés, d'enlever le barreau pour changer les pôles de place et de recommencer les mêmes opérations. Enfin, pour éviter les agitations de l'air, on enferme le barreau dans deux caisses en acajou M, M (*fig.* 259), munies de fenêtres fermées par des glaces à travers lesquelles on vise les extrémités. L'une de ces caisses est dessinée en place dans la figure, l'autre est démontée et déposée sur le sol.

Quand on veut recueillir un grand nombre de mesures de la déclinaison en divers points du globe, il faut savoir opérer en mer, et là il n'est pas possible d'employer la boussole que nous venons de décrire. On se sert de la boussole marine. Cet appareil, représenté en coupe et en plan (*fig.* 263), est enfermé dans une cuve *cc* lestée au fond par une masse de plomb. La cuve est suspendue à la Cardan par sa partie supérieure, elle est soutenue par un axe *uu* dans un premier anneau *d*, et celui-ci lui-même est compris dans un deuxième anneau *f* où il se suspend par deux tourillons *t*, *t* perpendiculaires aux pre-

miers. L'appareil étant ainsi mobile autour de deux axes perpendiculaires et étant lesté à sa base, se tient toujours horizontalement quelles que soient les oscillations du vaisseau.

Fig. 269.



Outre cela, l'anneau extérieur est porté par un axe perpendiculaire au pont du navire et autour duquel on peut faire tourner la boussole pour la placer dans un azimut quelconque.

Au centre de la cuve s'élève le pivot qui soutient l'aiguille *ab*. Contre celle-ci est fixé un cercle de mica doublé d'un carton mince sur lequel on a dessiné la rose des vents et tracé une division en degrés dont le zéro correspond à la ligne marquée NS sur la rose. L'aiguille dirige et entraîne ce carton avec elle, de façon que si elle a été primitivement fixée de manière à faire avec NS un angle égal à la déclinaison du lieu où l'on est, elle se place dans le méridien magnétique, elle dirige NS dans le méridien géographique, et elle place la rose des vents dans sa situation vraie, quelles que soient la direction du navire et ses oscillations : c'est par ce moyen que l'on se dirige en mer.

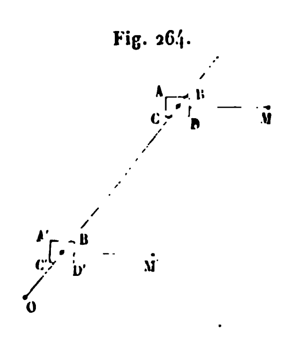
Mais avant de pouvoir fixer le carton sur l'aiguille dans la situation convenable, il faut connaître la déclinaison. La boussole porte pour la mesurer diverses pièces que nous allons décrire : nous supposerons que l'aiguille soit mise en coïncidence avec le zéro de la division du cercle.

Sur la cuve centrale sont deux pinnules, l'une *n* où est tendu un fil vertical, l'autre *p* percée d'une fente mince, et l'on peut diriger un rayon visuel *omn* à travers ces pinnules de manière à rencontrer un astre connu. On note l'heure et on trouve comme précédemment l'angle formé par le vertical des pinnules avec le méridien géographique; soit α cet angle.

Il y a contre la pinnule oculaire une glace m qui laisse voir l'étoile à travers sa partie supérieure, mais qui, étant étamée à sa base, donne, par réflexion, l'image du cercle porté par l'aiguille et aussi celle d'une ligne tracée dans la boîte sur le prolongement de la pinnule et qu'on nomme la *ligne de foi*. Soit β la division du cercle dont l'image coïncide avec la ligne de foi. Alors le vertical, passant par les pinnules, fait un angle α avec le méridien et un angle β avec l'aiguille; par suite, la déclinaison est $\alpha \pm \beta$, suivant que l'aiguille est dirigée d'un côté ou de l'autre de la ligne de foi.

Cette manière de mesurer la déclinaison est extrêmement imparfaite, elle est d'ailleurs soumise à une cause d'erreur qui peut être très-grave, car il y a sur un vaisseau de nombreuses pièces de fer et toutes concourent pour dévier l'aiguille. Cette action perturbatrice est d'ailleurs très-complexe, parce que les fers du vaisseau, continuellement soumis à l'action du globe, s'aimantent temporairement et différemment suivant la direction du navire. Il est donc essentiel de reconnaître avant tout quelle est l'énergie de cette perturbation et de la corriger si cela est possible. Voici le procédé dû à Barlow : on amène le navire en rade, dans le voisinage de côtes; on place la boussole dans l'habitacle sur un support en bois, et deux observateurs placés l'un sur le navire en ABCD (*fig.* 264), l'autre sur la terre en A′B′C′D′, mesurent l'angle formé par l'aiguille aimantée, et la ligne OB qui les joint tous les deux; en même temps, on note la direction de l'axe M du navire par rapport à cette ligne. On répète ces observations en faisant progressivement tourner le vaisseau sur lui-même. Cela fait, on reconnaît, en comparant les observations sur terre et sur mer, les différences de direction des deux aiguilles : elles ont été déterminées par le fer du vaisseau dans toutes les positions qu'on lui a données.

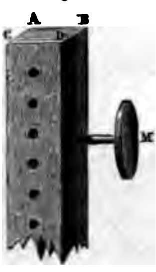
Fig. 264.



On transporte alors sur la côte la boussole qui était sur le navire : on la place en A′B′C′D′, sur son support primitif, en notant exactement la direction M′ qu'avait l'axe du vaisseau par

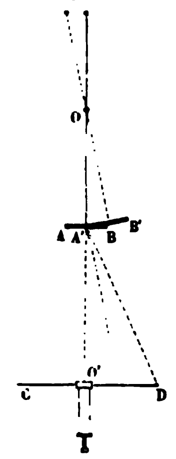
rapport à ce support, et on s'assure que les deux boussoles sont devenues identiques. Ensuite on adapte sur le support une pièce de fer M (*fig.* 265) en forme de plateau que l'on enfonce dans des trous disposés à cet effet : ce plateau dévie l'aiguille, et, en tâtonnant, on cherche à le placer dans une situation telle, qu'il produise à lui seul sur la boussole, quand on fait tourner le support, les mêmes effets de perturbation que le vaisseau lui-même quand on faisait tourner son axe de la même manière. Poisson a démontré théoriquement que l'on peut toujours y parvenir, et l'expérience lui a donné raison. Quand cela est fait, on reporte la boussole sur le navire, on la remet dans sa situation première, et, toutes les fois qu'on veut mesurer la déclinaison, on fait deux observations : la première sans le compensateur de Barlow, la deuxième en l'ajoutant, ce qui double l'erreur; alors on retranche de la première mesure l'effet perturbateur que le compensateur a produit.

Fig. 265.



Dans les observatoires, on établit des boussoles à poste fixe afin de mesurer les variations que l'aiguille peut éprouver, avec le temps, dans sa direction. Là on doit se préoccuper surtout de faire les mesures avec tout le degré de précision possible. On a, dans ces dernières années, fait usage d'une méthode beaucoup plus parfaite que les précédentes; elle est due à Gauss : nous allons en donner une idée.

Fig. 266.



On suspend un fort barreau aimanté à un paquet de fils de cocon non tordus. Soit OO′ (*fig.* 266) l'axe magnétique de ce barreau. On fixe perpendiculairement à la direction de cet axe un miroir AB, et l'on place à une certaine distance, en avant et dans la direction de l'axe, la lunette O′ d'un théodolite et une règle divisée CD perpendiculaire à la lunette. Le barreau étant fixe, on voit en regardant dans la lunette l'image de la règle réfléchie par le miroir AB et la division centrale O′ coïncider avec le réticule. Si les pièces sont bien réglées, la position de l'image réfléchie

ne change pas quand on retourne le barreau sur lui-même, ce dont on peut s'assurer. Supposons maintenant que le barreau se déplace d'un très-petit angle α, le miroir se déplacera d'autant, et c'est le point D dont l'image réfléchie se verra en coïncidence avec le réticule de la lunette. L'angle DA'O' sera la somme des angles d'incidence et de réflexion, et égal à 2α. Or on a

$$\tan 2\alpha = \frac{O'D}{O'A'};$$

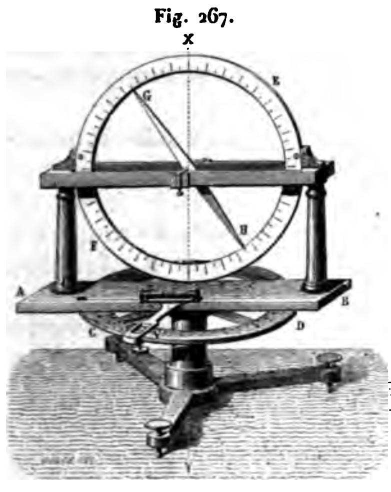
on connaît O'D puisque la règle est divisée, et O'A' qui se mesure à l'avance, et par conséquent on peut calculer α. Il est évident que ce procédé de mesure atteint une sensibilité d'autant plus grande que CD est plus finement divisé et O'A' plus grand. Si l'on veut avoir la valeur absolue de la déclinaison à un moment donné, il suffira de connaître l'angle que fait le vertical de la lunette avec le méridien du lieu, et on mesurera cet angle par le procédé que nous avons indiqué précédemment. Cette nouvelle méthode est tellement sensible, que le barreau aimanté ne paraît jamais immobile : il oscille perpétuellement, et ce n'est qu'en prenant des moyennes que l'on obtient sa direction à un moment donné.

***MESURE DE L'INCLINAISON.** — Pour mesurer l'inclinaison, on se rappelle qu'après avoir suspendu une aiguille aimantée, par son centre de gravité, sur un axe horizontal, il faut : 1° diriger cet axe perpendiculairement au méridien magnétique, de manière que le plan d'oscillation de l'aiguille soit dans ce méridien; 2° mesurer l'angle que la ligne des pôles fait avec l'horizon. On fait cette mesure avec la boussole *d'inclinaison;* elle porte un cercle azimutal immobile CD sur un pied à vis calantes (*fig.* 267), et dans le pied, au centre du cercle, tourne un axe vertical sur lequel est fixé un limbe divisé FEX, qui peut être amené dans tous les azimuts possibles et dont on mesure les positions au moyen d'un vernier V. C'est au centre de ce limbe que l'aiguille GH est soutenue par un pivot qui passe à son centre de figure et de gravité, et qui tourne sur deux arêtes d'acier où il est déposé.

Supposons d'abord que le limbe FE étant fixé dans le plan

du méridien magnétique on veuille faire une observation : il suffira de lire les divisions vis-à-vis desquelles s'arrêtent les extrémités de l'aiguille; elles donneront l'angle que l'aimant fait avec le diamètre horizontal, lequel est marqué o — 180. On trouvera généralement une différence entre les valeurs de cet angle mesuré par les deux pointes G et H, différence qui tient à toutes les imperfections de l'aiguille et des divisions : on prendra la moyenne des deux mesures.

Fig. 267.



Il se peut que la ligne o — 180 ne soit pas horizontale, et cela augmente ou diminue l'inclinaison trouvée; mais on corrige l'erreur en retournant le limbe de 180 degrés, ce qui change le sens de l'inclinaison de la ligne o — 180 et aussi le sens de l'erreur; on prend donc la moyenne des observations faites avant et après ce retournement du plan.

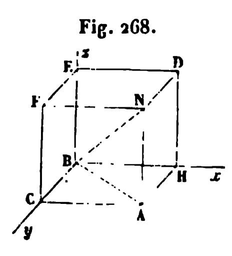
Il arrive pour l'aiguille d'inclinaison, comme pour celle de déclinaison, que l'axe de figure qui joint les deux pointes n'est pas toujours confondu avec la ligne des pôles. Il faut alors enlever l'aiguille, la retourner sur elle-même de façon à changer les deux faces de place, et recommencer, quand elle a pris cette nouvelle position, les quatre observations qui ont été faites quand elle occupait la précédente.

Mais l'aiguille d'inclinaison comporte une cause d'erreur de plus que l'aiguille de déclinaison. Il faut en effet que son axe de suspension passe exactement par son centre de gravité, car, si cela n'est pas, le poids de l'aiguille appliqué à ce centre agit pour augmenter ou diminuer l'inclinaison. Comme il est impossible de réaliser absolument cette condition, on change l'aimantation de signe afin de changer le sens de l'erreur qui résulte d'une suspension mal équilibrée; à cet effet, on désai-

mante l'aiguille après les premières observations, on la réaimante en sens opposé avec de forts aimants et on recommence toutes les mesures : on obtient ainsi une compensation suffisante de toutes les causes d'erreur. On voit en définitive qu'il faut faire huit observations pour obtenir une mesure exacte de l'inclinaison.

Il reste à savoir comment on peut ou bien faire coïncider exactement le limbe vertical avec le méridien magnétique, ou bien se passer de cette condition si on le peut. Désignons par NB l'intensité et la direction de l'une des forces du couple terrestre appliquée au pôle B (*fig.* 268); cette direction est celle que prend l'aiguille d'inclinaison, le vertical zBA est le méridien magnétique et l'angle NBA mesure cette inclinaison que nous appellerons i. On peut décomposer la force en trois composantes rectangulaires : l'une verticale z, qui est $F \sin i$; les deux autres horizontales, qui s'expriment par $x = F \cos i \cos \alpha$, $y = F \cos i \sin \alpha$, α étant l'angle que fait le plan des zx avec le méridien magnétique.

Fig. 268.



On voit dès lors que si le limbe du cercle était placé dans le plan zx, l'aiguille serait soumise à l'action de deux composantes x et z, et l'on aurait une inclinaison exprimée par

$$\tang i' = \frac{z}{x} = \frac{\sin i}{\cos i \cos \alpha} = \frac{\tang i}{\cos \alpha}.$$

Si α est égal à zéro, cette inclinaison est minimum ; elle augmente progressivement avec α et devient égale à 90 degrés pour $\alpha = 90$ degrés. Par conséquent, si l'on fait tourner dans divers azimuts le limbe vertical de l'appareil, l'aiguille aura la plus petite inclinaison possible dans le plan du méridien et sera verticale dans le plan perpendiculaire. On peut se servir de ces deux conditions pour fixer le méridien magnétique. Comme il est toujours difficile de mesurer exactement un minimum, il ne sera pas facile de trouver le méridien par la première condition, mais on pourra le déterminer par la seconde ; on tournera ensuite le limbe de 90 degrés, et il sera placé dans le méridien.

Toutefois il ne faut pas trop compter sur cette méthode, par la raison qu'on n'est pas sûr de l'équilibrage parfait de l'aiguille. On n'est pas certain non plus que le diamètre 0 — 180 du limbe soit bien horizontal, et il en résulte que la ligne des pôles peut n'être pas exactement verticale quand on voit les extrémités de l'aiguille se placer aux divisions 90 et 270. Il vaut mieux opérer de la manière suivante :

Dans les deux plans zx et zy, la valeur de l'inclinaison est donnée par les formules

$$\tang i' = \frac{\tang i}{\cos\alpha}, \quad \tang i'' = \frac{\tang i}{\sin\alpha},$$

de là on tire

$$\cot i' = \cos\alpha \cot i, \quad \cot i'' = \sin\alpha \cot i,$$

et, par suite,

$$\cot^2 i' + \cot^2 i'' = \cot^2 i.$$

Par conséquent, on pourra mesurer les valeurs particulières i', i'' de l'inclinaison dans deux plans rectangulaires quelconques et, par la formule précédente, calculer l'inclinaison vraie i. C'est la seule méthode à laquelle on doive s'arrêter.

* **INTENSITÉS MAGNÉTIQUES.** — Ayant montré comment on peut trouver dans chaque lieu les valeurs de l'inclinaison et de la déclinaison, ce qui définit la direction du couple terrestre, il faut maintenant chercher à mesurer les variations de son intensité.

Je suppose que l'on ait une aiguille d'inclinaison bien équilibrée et qu'elle soit mobile dans le plan du méridien magnétique; elle sera sollicitée à ses deux pôles par les deux forces du couple terrestre, et, si on la dérange de sa position d'équilibre, elle y reviendra par une suite d'oscillations qui suivront la même loi que celles du pendule. Par conséquent, la force qui agit à chaque pôle et qui est proportionnelle à l'intensité du magnétisme terrestre est proportionnelle aussi au carré du nombre N d'oscillations effectuées pendant un temps donné. Si, après avoir fait osciller l'aiguille en un point du globe, on la transporte ensuite dans un autre lieu et qu'on répète les mêmes

opérations, on trouvera un autre nombre N′ d'oscillations, et comme rien ne sera changé que le lieu, les carrés de ces nombres N, N′ seront proportionnels aux intensités I, I′ du magnétisme terrestre aux deux stations. On aura par conséquent

$$\frac{I}{I'} = \frac{N^2}{N'^2}.$$

Il est difficile de faire ces déterminations, parce que l'aiguille d'inclinaison éprouve des frottements qui sont assez considérables pour diminuer et détruire rapidement les oscillations, et aussi parce que, si elle n'est pas équilibrée d'une manière parfaite, l'action de la pesanteur intervient pour altérer la durée de l'oscillation. Pour ces raisons, on préfère opérer avec l'aiguille horizontale, et comme dans ce cas c'est la composante horizontale seulement qui met l'aiguille en mouvement, il faut dans la formule précédente remplacer I et I′ par $I \cos i$ et $I' \cos i'$, i et i' étant les valeurs de l'inclinaison aux deux stations :

$$\frac{I \cos i}{I' \cos i'} = \frac{N^2}{N'^2}.$$

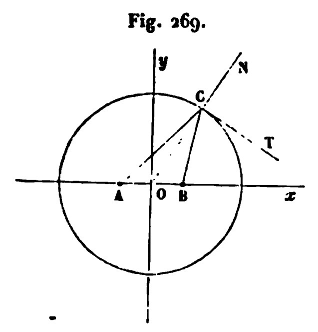
Il est bien entendu que ces observations ne peuvent être exactes qu'autant que les aiguilles possèdent le même magnétisme aux époques des diverses observations, et l'on ne peut jamais répondre qu'il en soit ainsi. Pourtant si, après un voyage, l'aiguille ramenée au point de départ donne le même résultat qu'avant le départ, il y a probabilité qu'elle n'a pas été altérée. Il y a encore une cause d'erreur qui provient de la température; nous verrons que le magnétisme de l'aiguille diminue quand elle s'échauffe, mais nous indiquerons une formule pour faire les corrections.

***HYPOTHÈSE DE L'AIMANT TERRESTRE.** — Avec ces instruments et par ces méthodes, un grand nombre d'observateurs ont mesuré les constantes magnétiques dans beaucoup de points du globe, et les déterminations qu'ils ont faites, bien qu'elles ne soient pas encore assez nombreuses pour faire connaître complétement l'état magnétique de chaque lieu, sont cependant déjà suffisantes pour que l'on sache d'une manière générale

omment agit le globe terrestre. Toutes les observations ont été réunies, et nous allons voir à quoi elles ont conduit. Mais, pour bien comprendre la valeur des conclusions auxquelles elles mènent, nous allons commencer par rechercher théoriquement quel devrait être l'état magnétique à l'extérieur du globe s'il y avait à son intérieur un aimant dirigé suivant l'un de ses diamètres et dont les pôles fussent peu éloignés de son centre. Après avoir étudié cet état hypothétique, nous verrons si la terre le réalise ou si elle s'en écarte.

Soient A et B (*fig.* 269) les deux pôles de l'aimant supposé. Désignons par a les distances de chacun d'eux au centre; rapportons tout à deux axes x et y, et examinons l'action des pôles sur un élément magnétique austral placé en un point quelconque C de la surface. Cette action sera, comme nous le démontrerons, en raison inverse du carré de la distance; elle pourra se représenter par deux forces, l'une $\frac{1}{\overline{CB}^2}$ attractive, l'autre $\frac{1}{\overline{AC}^2}$ répulsive, et toutes deux se réduiront à deux autres forces, la première N, agissant suivant la normale CN, et la deuxième T, dirigée suivant la tangente CT. On aura

Fig. 269.



$$N = \frac{1}{\overline{BC}^2}\cos OBC - \frac{1}{\overline{AC}^2}\cos OCA,$$

$$T = \frac{1}{\overline{BC}^2}\sin OBC + \frac{1}{\overline{AC}^2}\sin OCA;$$

or on a

$$\cos OCB = \cos(B - O) = \frac{x-a}{BC}\frac{x}{r} + \frac{y}{BC}\frac{y}{r} = \frac{r^2 - ax}{BC.r},$$

$$\sin OCB = \sin(B - O) = \frac{y}{BC}\frac{x}{r} - \frac{x-a}{BC}\frac{y}{r} = \frac{ay}{BC.r}.$$

On trouverait de même

$$\cos OCA = \frac{r^2 + ax}{AC.r}, \quad \sin OCA = \frac{ay}{AC.r},$$

et, remplaçant dans N et T,

$$N = \frac{1}{\overline{BC}^2}\frac{r^2 - ax}{BC.r} - \frac{1}{\overline{AC}^2}\frac{r^2 + ax}{AC.r}$$

$$= \frac{1}{r}\frac{r^2(\overline{AC}^3 - \overline{BC}^3) - ax(\overline{AC}^3 + \overline{BC}^3)}{\overline{AC}^3 . \overline{BC}^3},$$

$$T = \frac{1}{\overline{BC}^2}\frac{ay}{BC.r} + \frac{1}{\overline{AC}^2}\frac{ay}{AC.r} = \frac{ay}{r}\frac{\overline{BC}^3 + \overline{AC}^3}{\overline{AC}^3 . \overline{BC}^3}.$$

Il faudrait maintenant remplacer AC et BC par leurs valeurs générales, mais nous allons supposer que a est assez petit pour qu'on puisse négliger son carré; or nous avons

$$AC^2 = y^2 + (x+a)^2 = r^2 + 2ax + a^2,$$
$$BC^2 = y^2 + (x-a)^2 = r^2 - 2ax + a^2,$$

et en extrayant la racine approximativement, puis élevant au cube,

$$AC = r + \frac{ax}{r}, \quad BC = r - \frac{ax}{r};$$

$$\overline{AC}^3 = r^3 + 3arx, \quad \overline{BC}^3 = r^3 - 3arx;$$

puis, remplaçant dans les valeurs de N et de T et réduisant,

$$N = \frac{4a}{r^3}\frac{x}{r}, \quad T = \frac{2a}{r^3}\frac{y}{r},$$

et enfin, en remarquant que $\frac{x}{r}$ et $\frac{y}{r}$ sont le sinus et le cosinus de l'angle COy que nous désignerons par λ,

$$N = \frac{4a}{r^3}\sin\lambda, \quad T = \frac{2a}{r^3}\cos\lambda.$$

De ces deux valeurs on déduit d'abord l'inclinaison au point L, car N et T sont les deux composantes verticale et horizontale de cette inclinaison, et l'on a

(1) $$\tang i = \frac{N}{T} = 2\tang\lambda;$$

λ se nomme la *latitude magnétique*.

Enfin, si l'on veut avoir l'intensité de la force qui agit en L,

il faudra faire la somme des carrés des deux composantes, ce qui conduit à

$$F^2 = \frac{4a^2}{r^6}(4\sin^2\lambda + \cos^2\lambda) = \frac{4a^2}{r^6}(1 + 3\sin^2\lambda),$$

et, si l'on prend pour unité l'intensité quand $\lambda = 0$,

$$(2) \qquad F = \sqrt{1 + 3\sin^2\lambda}.$$

Résumons maintenant les propriétés que nous offrirait le globe s'il était constitué comme nous venons de le supposer.

I. On pourrait mener un grand cercle perpendiculaire au milieu de AB (*fig.* 270) et pour lequel λ serait nul : ce serait l'*équateur magnétique*, et en tous ses points l'aiguille aimantée serait 1° horizontale, 2° parallèle à AB et perpendiculaire à la direction de la courbe tracée; 3° l'intensité magnétique serait égale à l'unité et plus petite sur cet équateur que sur tous les autres points du globe.

Fig. 270.

II. L'axe prolongé de l'aimant AB viendrait couper la surface du globe en deux points A', B', qui seraient les *pôles* de l'équateur magnétique. En ces points, λ serait égal à 90 degrés, les actions magnétiques exercées par A et B seraient toutes deux verticales, et, par conséquent, 1° l'inclinaison serait égale à 90 degrés; 2° l'aiguille de déclinaison ne serait sollicitée par aucune force et se mettrait en équilibre dans toutes les directions; 3° enfin l'intensité calculée par la formule (2) serait maxima et égale à $\sqrt{4}$ ou à 2.

III. On pourrait mener par l'axe magnétique AB une série de grands cercles tels que B'CA'; ils seraient les *méridiens magnétiques;* leur trace marquerait sur le globe les directions de l'aiguille horizontale, et la déclinaison serait en chaque point égale à l'angle des méridiens géographique et magnétique se coupant en ce point.

IV. Pour marquer les latitudes magnétiques, on pourrait tracer des *parallèles magnétiques* comme on trace des parallèles géographiques, en menant une série de plans perpendi-

culaires à AB, et λ demeurant constant dans toute l'étendue de chacun d'eux, ils satisferaient aux trois conditions suivantes: 1° ils seraient perpendiculaires aux méridiens magnétiques en chaque lieu; 2° l'inclinaison serait constante dans toute leur étendue et ils seraient des courbes d'égale inclinaison ou *isocliniques;* 3° l'intensité serait la même en tous les points de chacun d'eux et ils seraient des courbes *isodynamiques.*

V. Enfin, parmi tous les méridiens magnétiques, il y en aurait deux qui contiendraient à la fois l'axe magnétique AB et l'axe géographique NS, et la déclinaison serait nulle dans toute leur étendue; il y aurait donc deux lignes *sans déclinaison,* allant du pôle nord au pôle sud, toutes deux situées dans le même plan mené par AB et NS.

Nous allons maintenant chercher si ces diverses circonstances sont réalisées sur le globe terrestre; nous n'aurons besoin pour cela que de résumer les observations des voyageurs. C'est un travail qui a été exécuté par M. Duperrey, et nous allons en faire connaître les résultats.

***ÉQUATEUR MAGNÉTIQUE.** — Il y a réellement une courbe sur laquelle l'inclinaison est nulle. Sans être d'une régularité parfaite, elle est très-sensiblement figurée par un grand cercle qui coupe l'équateur terrestre en deux points que l'on nomme les *nœuds;* ils sont situés, le premier auprès de l'île San-Tomé, par 30°20' de longitude orientale; le second, moins bien déterminé, se trouve entre 166°25' de longitude occidentale et 175°44' de longitude orientale. Si l'on cherche le plan moyen de cette courbe, on trouve qu'il fait un angle de 10°49' avec l'équateur et que son axe percerait la surface du globe en deux points situés dans les régions polaires :

L'un par............	79°11' N.	et	78°20' O.,
L'autre par..........	79°11' S.	et	101°40' E.

Mais l'équateur magnétique ainsi déterminé par la première condition ne satisfait pas à la seconde, c'est-à-dire que l'aiguille aimantée est horizontale en chacun de ses points, mais elle n'est pas perpendiculaire à son plan et parallèle à une direction fixe AB. Toutefois il ne s'éloigne pas beaucoup de cette condition, car M. Duperrey ayant tracé une courbe assujettie

à être en chaque lieu normale aux méridiens et à les couper en parties égales, trouva qu'elle se confond sensiblement avec un cercle dont les pôles seraient placés :

L'un par.............	79° 6′ N.	et	70° 31′ O.,
L'autre par...........	79° 6′ S.	et	108° 18′ E.

On voit que réellement l'équateur magnétique de notre cas hypothétique n'est point réalisé absolument, mais qu'on peut le remplacer par deux lignes qui le dédoublent : l'une étant caractérisée par une inclinaison nulle, l'autre par la condition d'être normale aux méridiens magnétiques et de les couper en parties égales; mais les deux lignes sont extrêmement voisines l'une de l'autre.

Depuis que l'on a recueilli quelques observations relatives aux intensités, il n'est plus possible d'admettre que l'équateur magnétique ait une intensité minima et égale en tous ses points. Il y aurait lieu, par conséquent, de construire une troisième courbe qui ne serait probablement pas éloignée des précédentes et qui serait l'équateur d'intensité minima; mais on possède trop peu d'observations pour la déterminer.

* **MÉRIDIENS MAGNÉTIQUES.** — La propriété qui caractérise les méridiens magnétiques est qu'une aiguille de déclinaison qui les parcourrait serait toujours contenue dans leur plan du nord au sud; on peut donc les construire graphiquement d'après cette propriété. C'est ce qu'a fait M. Duperrey, et, les ayant tracés sur une carte, il reconnut qu'ils n'étaient point des grands cercles de la sphère, ni même des courbes planes, mais que cependant ils ne sont pas d'une grande irrégularité. A mesure que l'on s'éloigne de l'équateur, ils tendent à se rapprocher et viennent enfin concourir en deux points extrêmes. Là il n'y a plus de déclinaison, et l'inclinaison est de 90 degrés; ce sont les pôles magnétiques de la terre. Leur position géographique est :

Pour l'un............	70° 5′ N.	et	90° 12′ O.,
Pour l'autre.........	75° 20′ S.	et	130° 10′ E.

En comparant ces points avec ceux où les axes des deux équateurs magnétiques percent l'enveloppe terrestre, on voit

qu'il n'y a pas une très-grande différence de position entre eux, bien qu'il y en ait une, et on pourrait l'expliquer en admettant que l'axe de l'aimant ne passe pas par le centre de l'équateur magnétique, mais qu'il est situé sur une ligne perpendiculaire à son plan et peu éloignée de ce centre.

* **PARALLÈLES MAGNÉTIQUES.** — M. Duperrey a également tracé les parallèles magnétiques d'après la condition qu'ils soient perpendiculaires aux méridiens en chaque point. Dans notre hypothèse, ces lignes doivent jouir de deux autres propriétés. D'abord elles doivent avoir la même latitude magnétique et par conséquent la même inclinaison; mais cela ne se réalise pas. Ensuite elles doivent avoir la même intensité magnétique, et l'on trouve qu'il n'en est rien. On a encore été conduit conséquemment à les dédoubler ou plutôt à tracer en même temps que ces parallèles des lignes d'égale inclinaison ou *isocliniques*, et des lignes d'égale intensité ou *isodynamiques*.

Les lignes isocliniques répondent à une idée complexe, car on rapporte l'inclinaison à l'horizon, et comme la direction de l'horizon change d'un point à un autre, ce seraient des lignes qui marqueraient des inclinaisons égales sur un plan variant avec chacun de leurs points; aussi a-t-on renoncé à les construire.

Mais on s'est occupé avec plus de raison et avec plus de soin de tracer les courbes isodynamiques; M. Hansteen a commencé ce travail et M. Duperrey l'a continué. Les intensités augmentent notablement de l'équateur magnétique jusqu'à deux espaces terminés vers les pôles où elles sont maxima.

Nous avons trouvé théoriquement la formule

$$\tang i = 2 \tang \lambda,$$

de façon que si elle se vérifiait, on pourrait calculer la valeur de l'inclinaison sur chaque parallèle magnétique, ou bien, après avoir mesuré l'inclinaison i, conclure la latitude λ ou la distance à l'équateur magnétique. Ce que nous venons de dire montre que cette expression n'est pas rigoureusement vraie. Cependant elle est satisfaite à de petites distances de cet équateur, et l'on s'en sert pour fixer les points exacts de cette ligne après avoir fait des observations dans son voisinage; c'est surtout par ce moyen qu'on a pu la déterminer.

* **LIGNES SANS DÉCLINAISON.** — Dans l'hypothèse de l'aimant central, le plan qui contient les axes magnétique et géographique doit dessiner sur la surface du globe un grand cercle sur lequel la déclinaison est nulle, puisque les deux méridiens magnétique et géographique sont confondus. Les observations montrent effectivement qu'il existe deux lignes sans déclinaison qui se rencontrent aux deux pôles magnétiques; mais loin d'être situées dans un même plan, elles se montrent très-irrégulières. L'une traverse aujourd'hui l'Amérique du Nord. Partant de la baie d'Hudson, elle coupe vers New-York la côte orientale du continent et continue sa route à travers l'Atlantique jusqu'au cap Saint-Roch, qu'elle traverse pour se plonger de nouveau dans la mer et se diriger du nord au sud vers le pôle magnétique sud. L'autre ligne est moins régulière et moins connue; on la trouve à l'est du Spitzberg et dans la mer Blanche, après quoi elle se perd dans la Russie d'Asie où on ne l'a pas suivie; mais elle doit s'incliner considérablement vers l'est, car on la retrouve sur la côte orientale de l'Asie dans la mer d'Okhotsk. On la suit le long du Japon jusqu'au-dessus de Canton, après quoi elle traverse l'Inde de l'est à l'ouest, passe auprès de Bombay, et, revenant une seconde fois vers l'orient, elle longe Java et coupe l'Australie du nord au sud.

Nous trouvons, en résumé, sur le globe terrestre toutes les circonstances générales que la théorie avait prévues; mais nous les retrouvons modifiées notablement. Il y a un équateur et deux pôles; il y a des méridiens et des parallèles magnétiques, et une intensité qui augmente de l'équateur aux pôles; mais à l'équateur l'aiguille n'est ni parallèle à l'axe magnétique, ni perpendiculaire à la courbe sans déclinaison, et l'intensité n'est pas constante; mais les méridiens ne sont pas plans; mais l'inclinaison n'est pas égale en tous les points d'un même parallèle, ni l'intensité magnétique constante; et enfin les deux lois mathématiques

$$\tan i = 2 \tan\lambda \quad \text{et} \quad I = \sqrt{1 + 3\sin^2\lambda}$$

ne se justifient pas assez exactement pour qu'on les puisse admettre.

S'il n'y avait que ces différences, toutes notables qu'elles

sont, entre la réalité observée et l'idée préconçue que l'on a admise, on n'en serait aucunement embarrassé. Les particularités locales, la présence en chaque lieu de roches plus ou moins ferrugineuses, suffiraient pour expliquer des perturbations auxquelles on devrait s'attendre; mais il y a une circonstance dont il nous reste à parler qui ne peut se concilier avec l'idée d'un aimant terrestre : c'est que le magnétisme de la terre n'est point fixe; il est dans un état perpétuel de fluctuation, et, en chaque point du globe, déclinaison, inclinaison et intensité changent d'heure en heure, de mois en mois, d'année en année; de façon que l'état magnétique que nous avons précédemment décrit, et qui était vrai vers 1825, n'a pas toujours été celui de la terre et qu'il se modifie tous les jours de plus en plus. On ne sait pas les lois générales de cette transformation, mais on en connaît quelques détails que nous allons exposer.

* **VARIATIONS DE LA DÉCLINAISON.** — Quand on a commencé à observer à Paris l'aiguille de déclinaison, son extrémité nord était pointée à l'est du méridien; la déclinaison était donc orientale. Peu à peu elle a diminué; elle était nulle en 1663, puis elle a changé de signe et l'aiguille s'est déviée de plus en plus vers l'ouest jusqu'en 1814. Elle paraît avoir accompli aujourd'hui son excursion occidentale et semble commencer à rétrograder vers l'orient. Voici le tableau des observations:

Valeurs de la déclinaison à Paris.

ANNÉES.	DÉCLINAISONS.	ANNÉES.	DÉCLINAISONS.	ANNÉES.	DÉCLINAISONS.
1580	11°.30′ Est	1814	22°.34′ max.	1828	22°. 6
1618	8.00	1816	22.25	1829	22.12
1663	0.00	1817	22.19	1832	22. 3
1678	1.30 Ouest	1818	22.22	1835	22. 4
1700	8.10	1819	22.29	1849	20.34
1767	19.16	1822	22.11	1850	20.31
1780	19.55	1823	22.23	1851	20.25
1785	22.00	1824	22.23	1858	19.41
1805	22. 5	1825	22.22	1861	19.26
1813	22.28	1827	22.20		

Des changements semblables se sont produits dans tous les

États de l'Europe, et il est constant que la ligne sans déclinaison qui passe maintenant à travers l'Amérique se trouvait sur Paris en 1663. Vraisemblablement l'autre ligne qui traverse aujourd'hui l'Asie, l'Inde et l'Australie viendra dans la suite des temps la remplacer. Il est facile de voir que ces changements, en déplaçant l'aiguille en chaque point, changent aussi la direction de tous les méridiens magnétiques, et que les cartes dressées par M. Duperrey ne représentent l'état du globe que pour les années voisines de 1825, époque où elles ont été dressées.

Ce n'est pas seulement d'année en année que la déclinaison change, c'est encore d'heure en heure. Tous les matins, à Paris, le pôle nord marche vers l'ouest et continue de s'avancer jusqu'à 2 heures; après quoi il rétrograde, revient vers l'est jusqu'à 10 heures et reste stationnaire pendant la nuit. L'amplitude de ces variations est de 13 à 15 minutes pendant l'été, mais elle tombe à 8 ou 10 pendant l'hiver.

Outre cela, les positions moyennes des divers mois ne sont point constantes, la déclinaison diminue et l'aiguille marche vers l'est du printemps au solstice d'été, mais elle repasse à l'ouest de cette dernière époque à la précédente : ces variations annuelles sont moins régulières que les mouvements diurnes. D'après M. Wolf, les variations moyennes de chaque année dépendent sensiblement de la fréquence des taches solaires. Enfin l'aiguille éprouve des perturbations accidentelles pendant les aurores boréales : nous ne nous y arrêterons pas.

***VARIATIONS DE L'INCLINAISON.** — En même temps que l'on a suivi les variations de l'aiguille de déclinaison, on a étudié celles de l'inclinaison, et à Paris les résultats ont été les suivants :

Années.	Inclinaisons.
1671	75° 0'
1775	72.15
1798	69.51
1806	69.12
1811	68.50
1820	68.20
1832	67.40
1840	67.12
1851	66.37
1858	66.16
1861	66. 7

On voit que l'inclinaison a constamment diminué à Paris; il en a été de même à Londres, et on peut en conclure que l'équateur magnétique ne peut pas être fixe. On a cherché à connaître son déplacement séculaire, mais les observations ne sont point assez nombreuses pour qu'on ait pu y parvenir.

Il est certain que l'inclinaison éprouve aussi des variations diurnes et annuelles; elles sont peu connues. Il est probable que l'intensité en un lieu n'est pas elle-même constante; mais toutes ces questions ne sont point résolues, par la raison qu'elles sont posées depuis fort peu de temps et que le temps seul peut les résoudre. Mais si les lois de ces oscillations sont inconnues, il est certain que des transformations magnétiques s'accomplissent dans le globe, et cette variabilité suffit pour qu'on ne puisse rapporter à la présence d'un aimant central permanent les phénomènes que nous venons d'étudier. On peut, il est vrai, résumer ces phénomènes en disant que la terre agit à peu près comme le ferait un aimant; mais il faut alors admettre qu'il serait variable. Il est probable que cet aimant n'existe pas, mais que des circonstances que nous aurons à apprécier dans la suite donnent à la terre des propriétés analogues à celles qu'elle aurait s'il existait réellement, et, ces circonstances changeant avec le temps, la place et l'intensité de cet aimant fictif paraissent varier. Quant aux expériences qui peuvent seules fixer cet état magnétique, elles ont été si rares jusqu'à présent, que les rudiments du magnétisme terrestre sont à peine entrevus.

TRENTIÈME LEÇON.

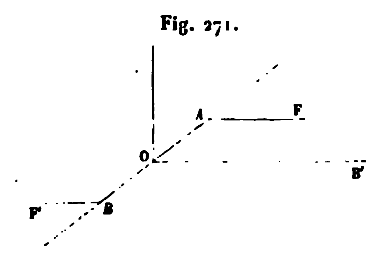
DE LA MESURE DES FORCES MAGNÉTIQUES.

Loi des attractions et des répulsions magnétiques déterminée par la méthode des oscillations. — *Méthode de la torsion. — Méthode de Gauss. — *Distribution du magnétisme dans les aimants. — Procédés d'aimantation. — Points conséquents. — Influence de la trempe, — de la chaleur. — Aimantation par l'action de la terre. — Faisceaux magnétiques. — Armatures. — Métaux magnétiques.

De même que nous avons mesuré les actions électriques, nous allons chercher les lois de l'attraction ou de la répulsion magnétique. Les mêmes méthodes vont se représenter, avec quelques différences dans les conditions de l'expérience.

MÉTHODE DES OSCILLATIONS. — Prenons une aiguille aimantée AB (*fig.* 271), choisissons-la parmi les plus courtes et suspendons-la par son centre de gravité à un fil de cocon d'un seul brin assez long pour qu'on puisse négliger sa réaction élastique. Soumise à l'action de la terre, cette aiguille sera sollicitée par deux forces F, F′ égales entre elles, appliquées à ses pôles A et B à une distance l de son milieu et dont les moments seraient Fl si elles agissaient normalement. Fl est ce qu'on nomme le *moment magnétique* de l'aiguille. Quand cette aiguille aura été écartée de sa position d'équilibre, elle oscillera comme un pendule.

Fig. 271.



On peut appliquer ici la formule du pendule composé que nous avons démontrée dans la sixième Leçon. Nous aurons

donc, pour la durée de N oscillations, l'expression

$$T = N\pi \sqrt{\frac{MK^2}{Fl}},$$

MK^2 étant le moment d'inertie de l'aiguille.

Si l'on a mesuré ce temps T par l'observation, on en déduira le moment magnétique Fl par la formule

$$(1) \qquad Fl = \frac{N^2\pi^2 MK^2}{T^2}.$$

Après avoir fait osciller l'aiguille sous la seule action de la terre, plaçons en B′ (*fig.* 271), dans la direction OB′ du méridien magnétique, et à une distance connue $OB' = d$, le pôle boréal d'un aimant très-allongé et dressé verticalement de façon que son pôle austral placé au-dessus ou au-dessous du plan d'oscillation soit assez éloigné pour qu'on puisse négliger son effet. B′ agira par attraction sur A et par répulsion sur B; il en résultera sur l'aiguille un système de deux forces opposées et appliquées aux deux pôles A et B; nous admettrons qu'elles sont égales entre elles, et à celles qui agiraient si la distance de B′ aux pôles A et B était constante et toujours égale à OB′; nous les désignerons par F′. Cette égalité et cette constance des deux forces ne sont point absolument réalisées dans l'expérience, mais elles approchent d'autant plus de l'être que l'aiguille est plus courte et le pôle B′ plus éloigné.

L'aiguille sera maintenant soumise à l'action de la terre et à celle du pôle B′, ou à deux forces F + F′ appliquées en chaque pôle; on la fera osciller sous cette double influence, on trouvera N′ oscillations pendant le temps T, et l'on aura l'équation

$$(2) \qquad (F + F')l = \frac{N'^2\pi^2 MK^2}{T^2},$$

et en retranchant l'équation (1) de celle-ci, il viendra

$$F'l = (N'^2 - N^2)\frac{\pi^2 MK^2}{T^2};$$

ensuite on changera de place le pôle B′ et on le placera à une distance d', puis, recommençant les mêmes mesures, on trou-

vera N″ oscillations pendant le temps T, et l'on aura

$$F''l = (N''^2 - N^2)\frac{\pi^2 MK^2}{T^2},$$

et en divisant

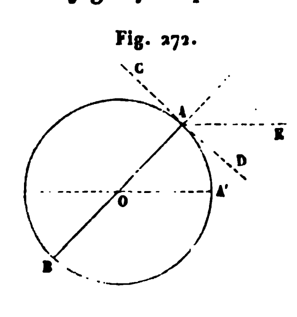
$$\frac{F'}{F''} = \frac{N'^2 - N^2}{N''^2 - N^2}.$$

Ayant trouvé le rapport des forces F′ et F″, Coulomb l'a comparé au rapport inverse du carré des distances $\frac{d'^2}{d^2}$; et il a trouvé les mêmes nombres : d'où l'on conclut que deux pôles magnétiques s'attirent ou se repoussent en raison inverse du carré de leurs distances.

* **MÉTHODE DE LA TORSION.** — Avant de discuter les conclusions que l'on peut tirer de ces expériences, nous allons faire connaître la deuxième méthode expérimentale dont Coulomb fit usage : il se servait de la balance de torsion que nous avons décrite dans l'Électricité (*fig.* 199, p. 371); seulement il prit un fil de suspension plus gros, parce que les forces d'attraction et de répulsion magnétiques sont plus considérables. Au lieu de l'aiguille de gomme laque mobile, ce fil portait un barreau aimanté très-léger et très-long, et de plus il se prolongeait par un étrier qui servait de poids tenseur et qui plongeait dans un vase plein d'eau afin d'amortir les oscillations sans empêcher cependant le barreau de prendre sa direction voulue.

La *fig.* 272 représente une coupe de l'instrument : AB est l'aimant mobile, le fil se projette en O, OA′ est la direction du méridien magnétique. Comme il fallait placer le barreau dans la direction OA′ sans que le fil fût tordu, Coulomb suspendit d'abord, au lieu de cet aimant, une tige de cuivre de même poids et fit tourner le treuil qui porte le fil, jusqu'à diriger cette tige en OA′, puis il la remplaça par le barreau AB qui prit la même position sans torsion du fil.

Fig. 272.



Avant de commencer les expériences, il fallait préalablement mesurer l'effort que fera la terre pour ramener le barreau dans le méridien quand on l'en aura écarté d'un angle quelconque α; voici comment fit Coulomb : il tordit le fil de deux circonférences de A′ vers A, et l'aimant fut dévié de 20 degrés. A ce moment il était soumis à deux forces qui se faisaient équilibre, l'une agissant de A en C, qui se mesure par l'angle de torsion $2(360^\circ) - 20^\circ = 700^\circ$; l'autre, dirigée de A en D, qui est la composante tangentielle de l'action terrestre F dirigée suivant AE et qui a pour valeur $F \cos EAD = F \sin 20^\circ$. On peut donc poser

$$F \sin 20^\circ = 700^\circ, \quad F = \frac{700^\circ}{\sin 20^\circ},$$

et si ensuite le barreau vient à être écarté d'un autre angle quelconque α, l'effort de la terre pour le ramener sera $F \sin \alpha$, et l'on aura

$$F \sin \alpha = 700^\circ \frac{\sin \alpha}{\sin 20^\circ},$$

ou, en prenant les sinus comme étant proportionnels aux arcs,

$$F \sin \alpha = 700^\circ \frac{\alpha}{20^\circ} = 35.\alpha,$$

ce qui revient à dire que l'effort de la terre équivaut à 35 degrés de torsion pour chaque degré de déviation du barreau.

Après cette détermination préliminaire, voici comment Coulomb étudia les répulsions magnétiques. Il mit en A′ le pôle austral d'un aimant fixe et dirigea cet aimant verticalement pour que l'on pût considérer son pôle boréal comme éloigné à l'infini. Une répulsion se produisit et le barreau s'écarta de 24 degrés. Coulomb ramena l'écart d'abord à 17 degrés et ensuite à 12 degrés en tordant le fil d'abord de 3 et ensuite de 8 circonférences. Dans ces trois cas, les écarts étaient

$$24^\circ, \quad 17^\circ, \quad 12^\circ,$$

les torsions

$$24^\circ, \quad 3(360^\circ) + 17^\circ, \quad 8(360^\circ) + 12^\circ.$$

Pour avoir les forces répulsives totales, il fallait ajouter à ces

angles l'action de la terre qui équivaut à 35 degrés de torsion par degré de déviation. Cela donnait

$$24^\circ + 24.35^\circ,\quad 3(360^\circ) + 17^\circ + 17.35^\circ,\quad 8(360^\circ) + 12^\circ + 12.35^\circ.$$

En réduisant, on a pour les forces répulsives

$$864^\circ,\quad 1692^\circ,\quad 3312^\circ.$$

Ces nombres devant être en raison inverse des carrés des distances, 24, 17, 12, doivent être égaux à

$$(3312)\left(\frac{12}{24}\right)^2,\quad (3312)\left(\frac{12}{17}\right)^2,\quad 3312,$$

et l'on trouve, en faisant le calcul,

$$828^\circ,\quad 1650^\circ,\quad 3312^\circ.$$

On voit donc que les répulsions des deux aimants sont en raison inverse des carrés des distances.

Nous devons maintenant discuter les résultats et chercher quelles sont les conséquences qui peuvent légitimement s'en déduire. S'il n'y avait à chaque extrémité des deux barreaux qu'un centre unique d'action ou qu'un pôle réduit à un point matériel, la loi précédente exprimerait la répulsion de deux masses magnétiques. En réalité, l'effet que nous avons mesuré est beaucoup plus complexe, car tous les points du barreau fixe agissaient sur tous les points du barreau mobile. Mais on commencera par remarquer que l'angle AOA′ étant très-petit, la deuxième moitié OB de l'aiguille est toujours assez éloignée pour que l'effet de A′ sur elle soit négligeable, surtout si elle est très-longue. En second lieu, la moitié supérieure du barreau fixe qui était très-allongée n'agissait que très-obliquement et de loin sur AB, et c'est encore une action dont il est permis de ne pas tenir compte. Tout se réduisait donc à l'effet exercé sur OA par la partie la plus voisine de l'aimant fixe. L'expérience suivante va nous montrer comment ces parties agissent. Après avoir placé l'extrémité de l'aimant fixe en A′, Coulomb tordit le fil de suspension jusquà ramener OA en contact avec A′, puis il fit descendre l'aimant fixe peu à peu et vit que la torsion nécessaire pour maintenir le contact allait

en augmentant jusqu'à 2 lignes de l'extrémité, et qu'elle diminuait ensuite si rapidement, qu'elle se réduisait au quart de sa valeur quand le point de recoupement était à 3 pouces de l'extrémité. Au delà elle devenait à peu près nulle. Cela nous apprend d'abord que pour bien faire les mesures et obtenir l'effet maximum, il faut placer le point de recoupement à 2 lignes des deux extrémités en regard, et cela nous montre ensuite que l'action réciproque des deux barreaux se limite très-sensiblement à celle qu'exercent les trois premiers pouces de l'un sur les trois premiers pouces de l'autre. Même en la réduisant à cela, c'est encore une action très-complexe, et nous n'avons mesuré qu'une résultante de forces élémentaires inconnues. On va beaucoup plus loin dans les conclusions que l'on tire de ces expériences; car on admet que des points magnétiques isolés s'attirent ou se repoussent en raison inverse du carré des distances. Cette loi est probable, mais elle ne serait démontrée que si les espaces dans lesquels l'action magnétique est concentrée étaient infiniment petits par rapport à la distance qui les sépare; ce n'est point le cas des expériences précédentes.

En remarquant l'identité de cette loi et de celle de l'électricité ou de la gravitation, on est porté à la compléter et à dire que les attractions et répulsions magnétiques sont proportionnelles aux quantités de fluide mises en regard. Mais il n'a été fait aucune expérience sur ce point.

MÉTHODE DE GAUSS. — Nous avons trouvé pour l'expression du moment magnétique d'une aiguille

$$Fl = \frac{\pi^2 MK^2}{T^2} N^2.$$

Soient φ l'action de la terre sur une masse de fluide magnétique égale à l'unité et μ la masse de magnétisme de l'aiguille, on aura $F = \varphi\mu$, et par conséquent

$$\varphi\mu l = \frac{\pi^2 MK^2}{T^2} N^2.$$

N et T étant connus ainsi que l, on pourra calculer $\varphi\mu$. On voit que la méthode des oscillations ne donne que le pro-

$\varphi\mu$; elle ne permet pas de trouver séparément la masse ıagnétisme d'un barreau et l'action de la terre sur l'unité ıasse magnétique, c'est-à-dire l'intensité du magnétisme ıstre en un lieu déterminé.

méthode suivante, due à Gauss, conduit à une seconde ıtion qui, ajoutée à la première, permet de calculer séparément φ et μ. Nous admettrons que le magnétisme d'un barreau est concentré aux deux pôles et que l'action réciproque de deux pôles est en raison inverse du carré de leurs distances.

Fig. 273.

Soit ab (*fig.* 273) un court barreau aimanté suspendu par son milieu c' sous l'action de la terre, il se dirige dans le méridien magnétique. Plaçons, perpendiculairement à ab, un gros barreau aimanté AB dont le milieu C soit sur le prolongement de ab. Appelons l la demi-longueur du barreau AB, a la demi-longueur arreau ab et R la distance Cc qui sera toujours consible.

ient μ la masse de magnétisme concentrée en chacun des ; a, b du barreau mobile ab, et m celle qui est concentrée ıôles A, B du barreau fixe. Le pôle austral A agissant sur ıle austral a produit une force répulsive aE égale à $\frac{m\mu}{d^2}$, ıpelant d la distance Aa. De même le pôle boréal B exerce : une attraction aD égale à $\frac{m\mu}{d^2}$. Si l'on compose ces deux s, on obtient une résultante aF perpendiculaire à ab et : à $\frac{2m\mu l}{d^3}$, ce qu'on déduit de la similitude des deux gles FDa et BaA.

ıction des deux pôles A et B sur le pôle b du barreau moıroduira de même une résultante perpendiculaire à ab, dien sens contraire de aF et égale à $\frac{2m\mu l}{d'^3}$.

Si l'on remplace d et d' par leur valeur en fonction de R, a et l, on aura pour l'action sur a

$$\frac{2\mu ml}{[(R-a)^2+l^2]^{\frac{3}{2}}}$$

et pour l'action sur b

$$\frac{2\mu ml}{[(R+a)^2+l^2]^{\frac{3}{2}}}.$$

Si R est assez grand pour que l'on puisse négliger a et l, on pourra dire que l'action du barreau fixe sur le barreau mobile se réduit à un couple résultant des deux forces égales à $\frac{2\mu ml}{R^3}$ et appliquées aux pôles a et b.

D'un autre côté, le barreau ab est soumis à l'action de la terre, il se placera donc dans une certaine position d'équilibre faisant avec le méridien magnétique un angle α (*fig.* 274). Cet angle α sera très-petit, on pourra donc supposer que la résultante $a'F'$ des actions du barreau fixe n'a pas sensiblement changé en grandeur et en direction. Pour l'équilibre il faut que l'action de la terre $a'T'$ et la résultante $a'F'$ des actions du barreau se composent en une force $a'f$ dirigée suivant le prolongement du barreau ab. On aura donc

Fig. 274.

$$a'F' = a'T' \operatorname{tang} \alpha,$$

et, comme l'action de la terre est représentée par $\varphi\mu$,

$$\frac{2\mu ml}{R^3} = \varphi\mu \operatorname{tang} \alpha,$$

d'où

$$R^3 \operatorname{tang} \alpha = \frac{2ml}{\varphi}.$$

Plaçons maintenant le barreau AB (*fig.* 275) perpendiculairement à ab, mais de manière que son prolongement passe par le centre c du barreau mobile.

L'action de A sur a sera $\frac{m\mu}{d^2}$, et la composante de cette force perpendiculaire B au barreau

$$\frac{m\mu}{d^3}\cos \mathrm{D}a\mathrm{D}' = \frac{m\mu(\mathrm{R}-l)}{d^3}.$$

De même l'action de B sur a est $\frac{m\mu}{d'^2}$, et sa composante perpendiculaire à ab est

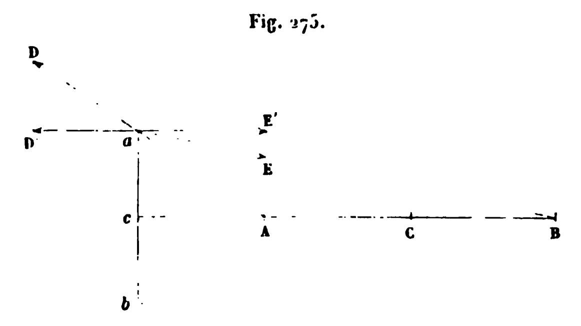
$$\frac{m\mu(\mathrm{R}+l)}{d'^3}.$$

La résultante de ces deux forces est

$$\mu m\left[\frac{\mathrm{R}-l}{d^3}-\frac{\mathrm{R}+l}{d'^3}\right],$$

elle doit faire équilibre à l'action de la terre.

Fig. 275.



Remplaçons d et d' par leurs valeurs il viendra

$$\mu m\left[\frac{\mathrm{R}-l}{[a^2+(\mathrm{R}-l)^2]^{\frac{3}{2}}}-\frac{\mathrm{R}+l}{[a^2+(\mathrm{R}+l)^2]^{\frac{3}{2}}}\right].$$

Si R est assez grand pour qu'on puisse négliger a, cette expression prendra la forme

$$\mu m\left[\frac{1}{(\mathrm{R}-l)^2}-\frac{1}{(\mathrm{R}+l)^2}\right].$$

Chassons les dénominateurs et supprimons l au dénomina-

teur comme étant négligeable à côté de R, il viendra définitivement

$$\frac{4\mu ml}{R^3}.$$

Soit α' la déviation du barreau *ab*, nous pourrons écrire comme précédemment

$$\frac{4\mu ml}{R^3} = \varphi\mu \tang \alpha',$$

d'où

$$R^3 \tang \alpha' = \frac{4ml}{\varphi}.$$

Remarquons d'abord que si R est le même dans les deux expériences, on doit avoir $\tang \alpha' = 2 \tang \alpha$, c'est une vérification de la loi des attractions et des répulsions magnétiques.

Nous avons supposé que a et l pouvaient être négligés à côté de R, de sorte que nos formules sont seulement approchées; dans ce cas la valeur $R^3 \tang \alpha$ se réduit à un seul terme Si l'on veut une approximation plus grande on peut développer $R^3 \tang \alpha$ en série, et il est facile de voir que le développement sera de la forme

$$R^3 \tang \alpha = A + \frac{B}{R^2} + \frac{C}{R^4} + \cdots.$$

Bornons-nous aux deux premiers termes et prenons

$$R^3 \tang \alpha = A + \frac{B}{R^2}.$$

Deux expériences avec des valeurs différentes de R permettront de calculer les deux constantes A et B, et A ainsi déterminé n'est pas autre chose que le premier terme de la série: $\frac{2ml}{\varphi}$.

Nous avons donc entre la masse de magnétisme du barreau et l'action de la terre sur l'unité de magnétisme la relation

$$(1) \qquad A = \frac{2ml}{\varphi},$$

dans laquelle A est donné par l'expérience.

Faisons maintenant osciller le barreau AB en le suspendant dans une chape en papier à un faisceau de fils de soie sans torsion, nous aurons l'équation

$$(2) \qquad \varphi ml = \frac{\pi^2 MK^2 N^2}{T^2}.$$

De ces deux équations, on peut tirer φ et m.

Il est nécessaire de connaître le moment d'inertie MK^2 du barreau. S'il a une forme géométrique simple, on peut l'obtenir facilement par le calcul.

D'ailleurs, on peut aussi le déterminer par l'expérience. Faisons d'abord osciller le barreau seul, nous aurons, pour la durée d'une oscillation,

$$(3) \qquad t = \pi\sqrt{\frac{MK^2}{\varphi lm}};$$

puis faisons-le osciller après y avoir suspendu deux poids égaux p à la distance r de l'axe; le moment d'inertie sera maintenant $MK^2 + 2pr^2$, et l'on aura, pour la durée d'une oscillation,

$$(4) \qquad t' = \pi\sqrt{\frac{MK^2 + 2pr^2}{\varphi ml}}.$$

De ces deux équations on tirera le moment d'inertie MK^2, après avoir éliminé φml.

Dans ce qui précède, nos barreaux étaient suspendus comme des aiguilles de déclinaison, φ représente donc la composante horizontale de l'action de la terre sur l'unité de magnétisme. On prendra pour unité une masse de magnétisme qui agissant sur une masse égale produit, à la distance 1, une force égale à l'unité; et l'on prendra pour unité de force celle qui, agissant sur la masse d'un milligramme, lui donne une accélération de un millimètre.

Au moyen de cette méthode et employant ces unités, Gauss et Weber ont obtenu pour intensité du magnétisme terrestre à Gœttingue en 1845

$$\varphi = 1,77.$$

Dans leurs expériences, ils avaient à mesurer des angles très-petits; ils employaient à cet effet la méthode que nous avons décrite à la page 517.

***DISTRIBUTION DU MAGNÉTISME DANS LES AIMANTS.** — D'après les idées théoriques que nous avons admises, nous devons nous attendre à trouver dans des aimants d'une grande longueur et d'une section très-petite des quantités de fluide libre croissant depuis la ligne moyenne jusqu'aux extrémités. Il faut maintenant chercher un procédé expérimental pour comparer la distribution des fluides en chaque point. Voici comment opérait Coulomb.

Il suspendait, comme de coutume, dans la balance de torsion, une aiguille aimantée qui se dirigeait dans le méridien magnétique : soit A (*fig.* 276) la section de cette aiguille par un plan perpendiculaire. Ensuite il descendait dans la cage un aimant rectiligne *ab*, formé d'un fil d'acier, et l'opposait par le pôle de même nom à l'aiguille A ; celle-ci était repoussée, mais il la ramenait en tordant le fil, et, pour la replacer toujours à la même distance de l'aimant fixe, il avait appliqué sur celui-ci une règle mince de bois CD, d'épaisseur constante, contre laquelle il mettait l'aiguille en contact. La torsion qu'il fallait imprimer au fil pour établir ce contact augmentait quand le point de recoupement *m* s'approchait de l'extrémité *a*, et nous allons montrer que dans chaque cas elle était proportionnelle à l'intensité du magnétisme de ce point *m*.

Fig. 276.

b C p m q a D

D'abord le point *m* exerce sur A une répulsion qui est proportionnelle à la quantité μ de fluide qu'il contient et en raison inverse du carré de la distance r qui est l'épaisseur de la règle, c'est donc $\frac{\mu}{r^2}$. Ensuite si nous prenons deux tranches infiniment petites p et q situées au-dessus et au-dessous, et à une distance égale d de m, elles contiendront l'une $\mu - x$, l'autre $\mu + x$ de fluide, car on peut considérer la courbe des intensités comme étant rectiligne entre p et q, et les répulsions totales qu'elles exercent seront

$$\frac{\mu - x}{r^2 + d^2} \quad \text{et} \quad \frac{\mu + x}{r^2 + d^2}.$$

D'ailleurs elles agissent obliquement sur A, et ce sont leurs

composantes horizontales seules qui produiront la répulsion; il faudra donc multiplier les forces précédentes par le cosinus de MAp qui est $\frac{\sqrt{r^2+d^2}}{r}$, d'où il suit que la somme de ces composantes sera

$$\frac{2\mu r}{(r^2+d^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Si nous faisons le même calcul pour la série des tranches telles que p et q qui sont placées au-dessus et au-dessous de m à des distances croissantes d, d', d'',..., nous aurons

$$\mu\left[\frac{1}{r^2}+\frac{2r}{(d^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}+\frac{2r}{(d'^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}+\cdots\right].$$

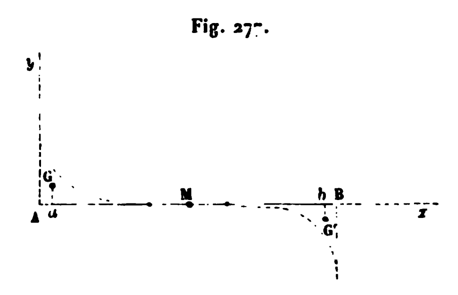
Or on voit d'abord que si r est très-petit, ce qui est le cas de l'expérience, puisque la règle est très-mince, les termes de la série décroîtront très-rapidement quand les distances d, d',... augmenteront, et que l'action réelle sera limitée à une très-petite distance de m. Nous voyons ensuite qu'elle sera toujours proportionnelle à la quantité μ de fluide qui se trouve en ce point, et si nous changeons le point de recoupement en enfonçant plus ou moins le barreau fixe, nous ne changerons dans l'expression précédente que la valeur du facteur μ. On doit donc admettre que les répulsions observées seront proportionnelles à la quantité de fluide libre du point de recoupement, et il suffira de comparer ces répulsions pour avoir le rapport des quantités de fluide libre répandues sur les diverses sections du barreau ab.

Mais ce raisonnement et cette conclusion ne peuvent s'appliquer qu'autant qu'il y a le même nombre de tranches actives au-dessus et au-dessous du point m, et cela n'a pas lieu si l'extrémité a est placée en face de A. Dans ce cas, l'action ne se produit plus que d'un seul côté et se réduit à la moitié de ce qu'elle serait si l'aimant était prolongé au-dessous de A: Coulomb doublait la répulsion mesurée. Cette correction n'est qu'approximative, mais elle suffit.

Les mesures prises, Coulomb construisit la courbe des in-

tensités en élevant en chaque point de la ligne AB qui représente le barreau (*fig.* 277) des ordonnées proportionnelles aux répulsions mesurées en ces points, et, pour distinguer les deux

Fig. 277.



fluides, il prit les ordonnées positivement à une extrémité et négativement à l'autre. Biot chercha ensuite une équation empirique de cette courbe et trouva qu'elle était représentée fidèlement par la relation suivante, dans laquelle $2l$ est la longueur de l'aiguille :

$$y = A(\mu^x - \mu^{2l-x}).$$

En effet elle donne :

A l'extrémité pour $x = 0$,	$y = A(1 - \mu^{2l})$;
Au milieu pour $x = l$,	$y = 0$;
A l'autre bout pour $x = 2l$,	$y = A(\mu^{2l} - 1)$.

On voit de plus, en discutant complétement la formule, que les ordonnées sont à peu près nulles sur tous les points du barreau, à l'exception des extrémités, et qu'elles croissent très-rapidement en approchant de A et de B. Coulomb étudia successivement plusieurs aiguilles de diverses longueurs extraites d'un même fil d'acier, et qu'il avait aimantées toutes jusqu'à la saturation, et il trouva, ce qui est un point important, que les deux branches de la courbe y sont sensiblement les mêmes aux extrémités, ne faisant que s'éloigner ou se rapprocher l'une de l'autre quand la longueur des aimants augmente ou diminue.

Une fois que l'on a trouvé ces courbes et que l'on a l'équation, il devient possible de calculer la position des pôles. Ceux-ci ne sont, en effet, que les points d'application des résultantes des actions exercées par un point magnétique situé à l'infini sur tous les éléments magnétiques de chaque moitié du barreau; et comme toutes ces actions sont parallèles et proportionnelles aux ordonnées de la courbe en chaque point de AB, on trouvera ces pôles en cherchant les centres de gravité G, G' des aires de chaque moitié de la courbe et les projetant en *a* et *b* sur l'axe de l'aimant. Comme on a l'équation de la courbe, ceci n'est plus qu'une affaire de calcul, et l'on a trouvé que dans les aiguilles de Coulomb les pôles étaient à 41 millimètres des extrémités.

Il faut bien remarquer que ce point est fixe pour toutes les aiguilles de même section et aimantées jusqu'à la saturation. Cela est évident, puisque les deux branches de la courbe des intensités sont les mêmes dans tous ces aimants. Cependant, quand les longueurs diminuent indéfiniment, les courbes en se rapprochant finissent par s'altérer et par devenir deux triangles opposés à leur sommet, et leur centre de gravité étant au tiers de leur hauteur, les pôles se trouvent au tiers de chaque demi-longueur de l'aimant.

La position des pôles dans les fils cylindriques aimantés n'est plus la même quand les diamètres changent : leurs distances à l'extrémité paraissent être proportionnelles aux diamètres de ces fils.

Ainsi M. Becquerel, ayant aimanté un fil d'acier qui avait 128 millimètres de longueur et $\frac{1}{11}$ de millimètre de diamètre, trouva les pôles à $8^{mm},5$ des extrémités; ils étaient donc plus rapprochés des bouts que dans les expériences de Coulomb.

Le moment magnétique d'une aiguille soumise à l'action de la terre étant égal au produit de la force F appliquée au pôle par la distance de ce pôle au centre, si L et R expriment la demi-longueur et le rayon de cette aiguille, et K un facteur constant, $(L - KR)F$ sera le moment magnétique. On peut le déterminer ou par la méthode des oscillations ou par la balance de torsion. On voit que si les longueurs changent, le diamètre restant constant, la distance du pôle seule varie, et le moment magnétique est proportionnel à $(L - KR)$, ou

simplement à L si le barreau est assez long pour qu'on puisse négliger KR.

En prenant des barreaux dont les longueurs et les diamètres étaient différents, mais qui étaient semblables, Coulomb trouva que les moments magnétiques sont proportionnels aux cubes des dimensions homologues. Soient L et R la longueur et le rayon pour l'un de ces barreaux. $L\alpha$ et $R\alpha$ les mêmes quantités pour l'autre; on aura, d'après la loi précédente,

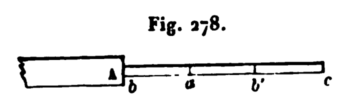
$$\frac{(L\alpha - KR\alpha)F'}{(L - KR)F} = \alpha^3.$$

Ce qui exige que $\frac{F'}{F} = \alpha^2$, c'est-à-dire que les forces magnétiques soient proportionnelles au carré des dimensions homologues ou proportionnelles aux sections des deux barreaux; et comme ces forces gardent la même intensité quand la longueur varie sans que le diamètre change, on peut dire que, dans deux barreaux quelconques de diamètre inégal, les forces magnétiques sont proportionnelles à leur section.

PROCÉDÉS D'AIMANTATION. — Nous allons maintenant examiner comment on peut développer le magnétisme dans des barreaux d'acier; c'est toujours en faisant agir sur eux des aimants énergiques qui décomposent leur fluide neutre, et les procédés que l'on a proposés ne diffèrent que dans la manière dont on produit cette action. L'expérience a montré que l'on peut donner à un barreau un magnétisme d'autant plus énergique que les aimants employés sont plus forts; mais ce magnétisme ne se conserve pas tout entier, il diminue peu à peu avec le temps jusqu'à une limite qui est fixe, et à laquelle il se maintient ensuite indéfiniment. On dit alors que le barreau est *saturé* ou *aimanté à saturation*. Ce résultat peut d'ailleurs se concevoir; car une fois séparés, les fluides tendent à se réunir, et quand la force qui les attire est devenue égale à celle qui s'oppose à leur réunion, c'est-à-dire à la force coercitive du métal, alors l'équilibre est atteint et l'aimant est saturé. Il faudra donc chercher à développer toujours dans les barreaux plus de magnétisme qu'ils n'en peuvent conserver, afin qu'ils reviennent ensuite d'eux-mêmes à leur état permanent de saturation.

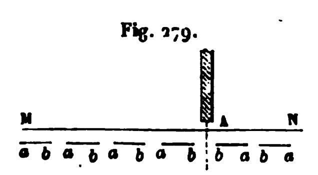
SIMPLE TOUCHE. — La simple influence, par le contact d'un aimant sur un barreau, suffit pour aimanter ce dernier, mais lentement et irrégulièrement. Si le barreau n'est pas trop long, il se forme un pôle de nom contraire *a* au contact de A, puis un pôle de même nom en *c* (*fig.* 278), mais la ligne neutre est plus rapprochée de *b* que de *c*. L'action s'accélère d'ailleurs si l'on fait vibrer le barreau ou qu'on le frotte avec un corps non magnétique, et c'est un résultat qu'on ne peut expliquer. Quand le barreau influencé est très-long, l'action de B est plus irrégulière; il se forme un pôle *b* au contact de A et un pôle de même nom en *a*, un peu plus loin, dans l'intérieur même du barreau; c'est ce que l'on nomme un *point conséquent*. Souvent même on en voit un second en *b'*, qui est alors de signe contraire à A. Avec le temps, cette distribution irrégulière change; ces points conséquents s'éloignent de *a* vers *c*, et, après une action assez prolongée ils finissent par atteindre l'extrémité où ils se réunissent en un pôle de même nom que A.

Fig. 278.



Pour augmenter les effets de cette influence, on frotte l'aimant sur le barreau en le promenant d'abord de M en N (*fig.* 279); puis on l'enlève, on le ramène en M et on recommence à le faire marcher de M en N. Voici alors comment on peut concevoir l'action. Quand il est en A, l'aimant décompose en sens inverse les fluides des deux parties AM, AN en formant un point conséquent au-dessous de lui; mais à mesure qu'il dépasse une molécule en se transportant, il lui donne un état magnétique fixe dans lequel le fluide austral est vers M et le fluide boréal vers N. Après que l'aimant a atteint le point N, le barreau est déjà aimanté. En recommençant, on augmente la décomposition. Ce procédé est appelé la méthode de la *simple touche*.

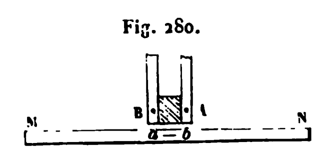
Fig. 279.



DOUBLE TOUCHE. — Au lieu d'un seul aimant, Mitchell en prend deux qui sont opposés par leurs pôles A et B (*fig.* 280)

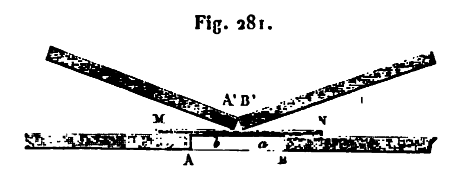
et séparés l'un de l'autre par une cale non magnétique. Il est évident que dans cette condition ils produissent des actions contraires sur les molécules qui les précèdent ou les suivent, ce qui ne change presque pas le magnétisme de ces molécules; mais il est évident aussi que sur une molécule *ab*, placée entre les deux pôles A et B, les deux actions sont concourantes et que *ab* s'aimante. On promène les aimants sur toute la longueur du barreau et l'on aimante ainsi successivement toutes les molécules en les plaçant successivement entre les deux pôles. Généralement on fait la friction, d'abord en allant de M vers N, ensuite revenant de N vers M. L'action est plus complète et plus prompte quand on a le soin de placer deux fers doux contre les deux bouts M et N du barreau, car ces fers conservent par leur réaction le magnétisme que la friction développe.

Fig. 280.



Æpinus modifia cette méthode et la perfectionna. Il plaçait le barreau MN (*fig.* 281) sur les pôles opposés A et B de deux

Fig. 281.



aimants qui déjà tendaient à l'aimanter par influence, puis il promenait au-dessus deux autres aimants, opposés comme précédemment par leurs pôles contraires et séparés par une cale de bois, mais qui étaient inclinés de 15 à 20 degrés sur l'horizontale; cette inclinaison avait pour but de rapprocher les pôles du barreau et de les faire agir de plus près sur les molécules comprises entre eux. Quand le barreau est gros, on répète l'opération successivement sur les quatre faces.

TOUCHE SÉPARÉE. — Knight, Duhamel et Coulomb ont employé un procédé qui diffère du précédent en ce que les deux pôles A' et B', au lieu de rester réunis et de recevoir un mou-

rement commun, sont d'abord posés ensemble sur le milieu le MN, puis séparés l'un de l'autre en glissant l'un vers M, 'autre vers N; après quoi on les enlève tous deux pour les eplacer sur le milieu et recommencer l'opération. Dans ette manière d'agir, Coulomb inclinait les aimants de 20 à 30 degrés.

INFLUENCE DE LA TREMPE. — Tous les barreaux ne prennent point le même état de saturation, ce qui est évident, puisque eur force coercitive est inégale, et nous devons chercher à quelles conditions elle devient la plus forte possible. On rouve d'abord que l'écrouissement, la torsion, le battage au marteau donnent au fer et à l'acier une force coercitive qu'ils n'ont pas quand ils sont recuits; mais la plus énergique des nfluences est la trempe. Coulomb prit un même barreau l'acier et le trempa dans l'eau après l'avoir successivement porté à des températures de plus en plus élevées; il l'aimantait ensuite à saturation après chaque trempe; il le faisait osciller et il comptait la durée de dix oscillations. Comme on pouvait admettre qu'à chaque fois la position des pôles était sensiblement la même, les forces magnétiques du barreau étaient en raison inverse des carrés des temps observés; voici ce qu'il obtint :

Température au moment de la trempe.	875°,	975°,	1075°,	1187°;
Durée de dix oscillations............	93ˢ,	78ˢ,	64ˢ,	63ˢ.

La force coercitive augmente donc quand le barreau est trempé plus raide.

Voulant vérifier ces résultats par une méthode inverse, Coulomb reprit ce barreau d'acier trempé très-raide, puis l le fit recuire successivement à des températures croissantes; après chaque recuit il le réaimantait à saturation, et l obtint les nombres suivants, qui prouvent la diminution que a force coercitive éprouve quand la température du recuit ugmente :

Température du recuit......	15°,	267°,	512°,	1122°;
Durée de dix oscillations.....	63ˢ,	64ˢ,5,	70ˢ,	93ˢ.

INFLUENCE DE LA CHALEUR. — L'augmentation de température produit toujours une diminution du moment magnétique. Il peut arriver d'abord qu'un aimant subisse des variations de température faibles, comme celles qui résultent des changements atmosphériques; dans ce cas, l'aimant ne s'altère pas d'une manière permanente, mais seulement temporaire; le nombre des oscillations qu'il fait dans un temps donné diminue si on l'échauffe, augmente si on le refroidit, et redevient toujours le même à une température constante, et on a entre les nombres n_t et n_0 à t° et à 0°, la relation

$$n_t = n_0(1 - ct),$$

c étant une constante qui dépend de l'aimant considéré.

Cette formule, qui est due à M. Kupffer, est très-importante, car dans la mesure des intensités magnétiques du globe on mesure n_t à des températures variables, et on calcule n_0 pour ramener les résultats à la température de la glace fondante.

Mais quand le barreau est échauffé beaucoup plus, la diminution de son moment magnétique devient permanente, et, quand il a été rougi, il est désaimanté. Voici encore des expériences de Coulomb analogues aux précédentes; c'est encore un barreau trempé raide que l'on a aimanté d'abord, que l'on a progressivement recuit ensuite, et que l'on a fait osciller après chaque recuit :

Température du recuit...	15°,	50°,	100°,	264°,	425°,	637°,	850°;
Temps de dix oscillations.	93ˢ,	97ˢ,	104ˢ,	147ˢ,	215ˢ,	290ˢ,	très-grand.

On voit donc qu'après avoir été porté à une température suffisamment élevée, un barreau d'acier a perdu son aimantation et se retrouve à l'état naturel. M. Pouillet a été plus loin; il a étudié le fer pendant tout le temps qu'il était maintenu à une température élevée, et il a vu qu'au rouge cerise ce fer ne conservait plus la propriété d'être attiré par un aimant énergique placé dans son voisinage; il était alors analogue au cuivre et à toutes les substances non magnétiques. On voit donc qu'une élévation de température produit sur le fer trois actions qu'il faut distinguer : quand elle est faible, elle diminue le magnétisme sans l'altérer d'une manière permanente; quand elle est plus forte, elle le diminue sans que le barreau

puisse revenir à son état primitif en se refroidissant; et enfin, quand on le maintient au rouge, l'acier cesse d'être attirable par l'aimant.

AIMANTATION PAR LA TERRE. — Il résulte de tout ce que nous avons dit précédemment que toutes les fois qu'un morceau de fer est placé dans le voisinage d'un aimant, il s'aimante. Or la terre, agissant comme le fait un aimant, doit aussi aimanter un barreau de fer doux. Cette conséquence se vérifie très-aisément. Plaçons une barre de fer dans la direction de l'aiguille d'inclinaison, sa partie inférieure devra être un pôle austral et sa partie supérieure un pôle boréal. Pour s'en assurer, il suffit de présenter une aiguille aimantée aux extrémités de la barre et l'on voit, dans notre hémisphère, le pôle boréal attiré par le bout inférieur et repoussé par le bout supérieur.

Si, pendant qu'une tige de fer est dans cette situation, on réussit à lui donner de la force coercitive, elle conserve le magnétisme que lui donne la terre, et comme on sait que la torsion, l'écrouissage, le choc produisent cet effet, on pourra disposer un paquet de fil de fer recuit, le diriger suivant l'aiguille d'inclinaison et le tordre dans cette position, il recevra et conservera du magnétisme austral en bas et boréal en haut. On pourra prendre une barre de fer et la frapper avec un marteau de manière à l'écrouir, elle acquerra et gardera du magnétisme : c'est pour cette raison que la plupart des instruments de serruriers sont aimantés.

FAISCEAUX MAGNÉTIQUES. — On a cherché à obtenir par tous les moyens possibles des aimants très-énergiques, et l'on a été conduit naturellement à augmenter leur dimension, mais il y a alors une très-grande difficulté à les aimanter. Ensuite on a imaginé de réunir en un même paquet ou faisceau plusieurs tiges ou plusieurs lames aimantées séparément jusqu'à saturation. Cette méthode n'a pas beaucoup mieux réussi que la première. Par exemple Coulomb a coupé dans une tôle d'acier seize lames allongées, égales entre elles, et il les a aimantées à saturation : elles avaient le même moment magnétique. Après quoi il en a formé des faisceaux qu'il plaçait dans sa balance, et il mesurait la torsion qu'il fallait communiquer au fil pour

les écarter jusqu'à 30 degrés; cette torsion était proportionnelle aux moments magnétiques.

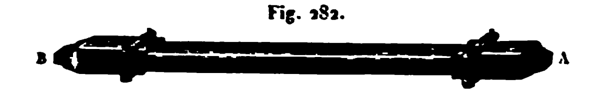
Voici les résultats qu'il obtint :

Nombre des lames.	Torsions.
1	82
2	125
4	150
16	229

Or si les moments magnétiques des aimants s'ajoutaient quand on les réunit, la torsion pour 16 lames devrait être $16 \times 82 = 1312$ au lieu de 229 que l'expérience donne. On voit donc que l'action des lames superposées ne s'ajoute pas. Pour se rendre compte de cette singularité, Coulomb sépara les lames du faisceau et trouva qu'elles avaient été tout à fait altérées par leur réunion; les extérieures avaient gardé leur magnétisme primitif à peu près sans altération; mais celles qui étaient dans le milieu du faisceau, ou n'avaient plus d'aimantation, ou en avaient pris une autre qui était contraire : il est évident, en effet, et nous aurions pu le prévoir, que les lames extérieures agissent par influence sur les lames centrales, de manière à leur donner un magnétisme contraire.

ARMATURES. — Pour obvier à ces décompositions, on a imaginé de garnir les pôles des faisceaux avec des pièces de fer que l'on nomme *armatures* (*fig.* 282). On engage chaque extrémité des lames aimantées dans une masse de fer doux qui devient par influence un véritable aimant et qui maintient par

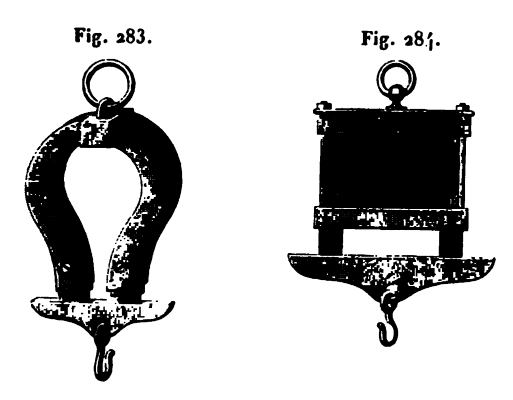
Fig. 282.



réaction le magnétisme des lames. Coulomb a recommandé de ne pas mettre au même alignement les extrémités de ces lames, et pour qu'elles s'influencent moins réciproquement, il les échelonne de façon que les lames centrales soient plus avancées que les lames extérieures.

Souvent on juge de la force des aimants par les poids qu'ils peuvent soulever : c'est ce que l'on a nommé la force *porta-*

tive des aimants. Elle dépend évidemment de la quantité et de la distribution des fluides que contiennent les barreaux, et, pour la rendre plus énergique, on recourbe les aimants en forme de fer à cheval, de manière que les pôles opposés soient terminés par des facettes situées sur le même plan (*fig.* 283 et 284), puis on adapte contre elles une lame de fer doux dont


Fig. 283. Fig. 284.

les deux extrémités viennent adhérer aux deux extrémités du fer à cheval. Cette pièce se nomme le *contact*. Il est clair qu'elle s'aimante sous l'influence des deux pôles et qu'elle est maintenue en adhérence avec une grande énergie; elle porte un crochet auquel on suspend des poids, et ce qu'elle peut porter est très-supérieur au double de ce que soutiendrait un seul pôle.

Il y a ici un phénomène que tout le monde peut observer et que personne ne peut expliquer : c'est que, le contact étant placé, on peut lui faire porter un poids maximum, après lequel il se détache; mais si on le laisse en adhérence pendant un jour, on peut lui ajouter un nouveau poids sans le faire tomber; le lendemain on peut en ajouter un second, et ainsi de suite successivement; de façon que la force portative augmente à mesure que le temps s'accroît. Il arrive pourtant un moment où le contact tombe, et, si l'on essaye de le replacer, la force portative est redevenue ce qu'elle était au premier moment.

On peut s'étonner de voir que le fer ait été jusqu'à présent le seul métal dont nous ayons parlé comme ayant des propriétés magnétiques. Mais ce n'est point le seul qui les pos-

sède : le nickel et le cobalt sont magnétiques, et aussi, mais à un degré moindre, le chrome et le manganèse. Nous verrons même dans la suite que d'autres métaux doivent être rangés dans la même classe, bien qu'il soit assez difficile de le constater. Ce qu'il faut noter, c'est qu'on ne fait point d'aimants avec ces métaux; ils sont attirables, mais il est impossible de leur donner des pôles contraires et persistants. Cette question des métaux magnétiques sera reprise dans le troisième volume de cet Ouvrage.

FIN DU PREMIER VOLUME.

THÉORIE

DES

PHÉNOMÈNES ÉLECTRIQUES,

PAR M. BOUTY.

COURS
DE PHYSIQUE
DE
L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

SUPPLÉMENT AU TOME PREMIER.

THÉORIE
DES
PHÉNOMÈNES ÉLECTRIQUES.

CHAPITRE PREMIER.
DU POTENTIEL.

Loi de Coulomb. — Quantités d'électricité. — Points électrisés. — Composantes de la force exercée sur un point électrisé. — Potentiel. — Propriété des dérivées secondes de la fonction V. — Action d'un corps électrisé sur un point intérieur. — Potentiel d'une couche sphérique homogène en un point intérieur ou extérieur. — Attraction d'une sphère sur un point intérieur. — Propriété des dérivées secondes de la fonction V pour un point placé à l'intérieur d'un corps électrisé. — Électricité en équilibre sur un corps conducteur. — Tension électrique. — Surfaces équipotentielles, ou surfaces de niveau électriques. — Lignes de force. — Théorème de Green. — Conséquences du théorème de Green. — Diagrammes électriques.

LOI DE COULOMB. — Toute théorie physique s'appuie sur une loi expérimentale dont elle n'est que la traduction et le développement analytiques. La théorie de l'électricité a pour base la loi de Coulomb.

Considérons deux sphères électrisées A et B, et supposons la distance AB de leurs centres très-grande par rapport à leurs rayons. L'expérience enseigne que l'action de ces deux sphères est dirigée suivant AB, qu'elle est répulsive quand elles sont électrisées dans le même sens (positif ou négatif), attractive quand elles sont électrisées en sens contraire; quand on fait varier AB sans modifier les charges des deux sphères, leur action varie en raison inverse du carré de la distance, pourvu que celle-ci demeure assez grande par rapport aux rayons. Tels sont les faits d'expérience résumés par Coulomb dans l'énoncé de la loi à laquelle son nom est attaché.

QUANTITÉS D'ÉLECTRICITÉ. — On dit que deux corps A et B de petites dimensions, mais de forme arbitraire, possèdent des charges électriques égales quand, placés successivement à la même distance d'un troisième corps C, électrisé dans le même sens, ils exercent sur celui-ci la même force répulsive. Si la répulsion exercée par A est double, triple, etc. de la répulsion exercée par B, la distance à laquelle ils agissent sur C demeurant invariable, on dit que la charge de A est double, triple, etc. de la charge de B. Ainsi la notion de quantités d'électricité est fournie par la considération de phénomènes purement mécaniques; et les mesures électriques peuvent être définies, sans que l'on ait à se préoccuper des moyens de produire sur un corps une charge électrique déterminée.

On prendra pour unité de charge électrique, ou unité d'électricité, *la charge qu'il faut communiquer individuellement à deux petites sphères* A *et* B, *pour que, placées à l'unité de distance, elles exercent l'une sur l'autre une force répulsive égale à l'unité de force.* Il convient de choisir comme unités de longueur et de force des quantités qui se correspondent dans notre système métrique, comme le décimètre et le kilogramme, le centimètre et le gramme, le millimètre et le milligramme. Les valeurs numériques assignées à une même quantité d'électricité varieront, avec le choix de ces unités, en raison inverse de l'unité de longueur et de la racine carrée de l'unité de force.

Soient, en général, m et m' les charges électriques de deux

sphères A et B, r leur distance, f la force qu'elles exercent ; on a, d'après la loi de Coulomb,

$$f = -\frac{mm'}{r^2}, \tag{1}$$

et cette expression fournit, en grandeur et en signe, la valeur de la force exercée. Quand elle est négative, les deux sphères se repoussent; quand elle est positive, elles s'attirent.

A priori, la formule (1) ne doit être considérée comme applicable que dans les conditions où la loi de Coulomb a été démontrée expérimentalement, c'est-à-dire quand la distance r est considérable par rapport aux dimensions des corps A et B.

Points électrisés. — Supposons que les charges m et m' de A et de B demeurent constantes, mais que les dimensions de ces corps deviennent de plus en plus petites; l'expression (1) pourra être appliquée à des distances r de plus en plus faibles, et à la limite, c'est-à-dire pour des *points électrisés*, jusqu'à $r = 0$.

Au reste, comme il est pratiquement impossible de communiquer une charge finie m à un corps de dimensions infiniment petites, il n'y a pas à se préoccuper d'interpréter, au point de vue expérimental, le sens de l'expression (1) pour $r = 0$: elle devient alors infinie; mais il n'en serait pas de même si, par exemple, les masses m et m' diminuaient proportionnellement aux volumes des corps A et B. Pratiquement, les actions électriques demeurent toujours finies.

Ces restrictions posées, il n'y a plus d'inconvénient à se servir de l'expression (1) pour représenter l'action réciproque de deux points électrisés.

Composantes de la force exercée sur un point électrisé. — Considérons un point O, possédant une charge électrique μ et soumis à l'action d'une série de points électrisés A, A', ..., possédant des charges m, m', ... et situés d'une manière quelconque.

Prenons trois axes de coordonnées rectangulaires passant par le point O, et soient x, y, z ; x', y', z' les coordonnées des points A, A', ...; r, r', ... leurs distances à l'origine.

La force f, qui s'exerce entre A et O, est $-\frac{\mu m}{r^2}$; elle est dirigée suivant la droite AO, et ses composantes ξ, η, ζ, suivant les trois axes, sont

$$\xi = -\frac{\mu m}{r^2}\frac{x}{r} = -\mu m \frac{x}{r^3},$$

$$\eta = -\frac{\mu m}{r^2}\frac{y}{r} = -\mu m \frac{y}{r^3},$$

$$\zeta = -\frac{\mu m}{r^2}\frac{z}{r} = -\mu m \frac{z}{r^3}.$$

Les forces f', f'', ... provenant des points A', A'', ... donnent les composantes ξ', η', ζ'; ξ'', η'', ζ''; et la résultante F, appliquée au point O, a pour composantes X, Y, Z,

$$(2)\quad \begin{cases} X = -\mu\sum \dfrac{mx}{r^3}, \\ Y = -\mu\sum \dfrac{my}{r^3}, \\ Z = -\mu\sum \dfrac{mz}{r^3}. \end{cases}$$

La somme Σ comprend un nombre de termes égal à celui des points agissants. On remarquera que la force résultante $F = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$ devient infinie quand l'une quelconque des distances r s'annule, et qu'elle se réduit à zéro quand tous les points A sont à une distance infinie de O.

On peut de même calculer l'action exercée sur le point O par un corps ou un système de corps électrisés. A cet effet, on supposera chacun des corps agissants décomposé, par trois systèmes de plans parallèles aux plans coordonnés, en éléments de volume infiniment petits, et l'on exprimera X, Y, Z comme la somme des composantes ξ, η, ζ provenant de chacun de ces éléments. On remarquera : 1° que, quand le volume de l'un des éléments considérés tend vers zéro, on peut, sans modifier l'action lointaine qu'il exerce, supposer sa charge électrique concentrée en son centre de gravité; 2° que, si l'on considère la distribution électrique comme étant continue dans toute la masse de l'un des corps agissants, la charge individuelle de chaque élément de volume de ce corps est infiniment petite,

puisque la charge totale est finie; elle doit être proportionnelle au volume $dx\,dy\,dz$ de l'élément, et à une fonction continue ρ des coordonnées de son centre de gravité. On appelle ρ la densité électrique au point considéré.

On aura donc

$$(3)\quad \begin{cases} X = -\mu \displaystyle\iiint \rho \frac{x\,dx\,dy\,dz}{r^3}, \\ Y = -\mu \displaystyle\iiint \rho \frac{y\,dx\,dy\,dz}{r^3}, \\ Z = -\mu \displaystyle\iiint \rho \frac{z\,dx\,dy\,dz}{r^3}. \end{cases}$$

L'intégration devra être étendue à chacun des corps électrisés, et limitée à leur surface.

S'il arrive, comme c'est le cas pour les corps conducteurs, que l'électricité se trouve répandue sur une surface sans épaisseur, on décomposera celle-ci en éléments de surface $d\sigma$. Un raisonnement analogue à celui qui précède établira que leur charge individuelle peut être représentée par $\rho' d\sigma$, ρ' étant une fonction continue des coordonnées, qu'on appellera *densité superficielle*. On trouvera, pour X, Y, Z, les expressions

$$(4)\quad \begin{cases} X = -\mu \displaystyle\iint \rho' \frac{d\sigma}{r^2} \frac{x}{r}, \\ Y = -\mu \displaystyle\iint \rho' \frac{d\sigma}{r^2} \frac{y}{r}, \\ Z = -\mu \displaystyle\iint \rho' \frac{d\sigma}{r^2} \frac{z}{r}. \end{cases}$$

Potentiel. — Supposons que le point O possède une charge μ égale à l'unité; les équations (2) deviennent

$$(5)\quad \begin{cases} X = \sum -\dfrac{mx}{r^3}, \\ Y = \sum -\dfrac{my}{r^3}, \\ Z = \sum -\dfrac{mz}{r^3}. \end{cases}$$

Posons

$$(6)\qquad V = \sum \frac{m}{r},$$

et transportons l'origine des coordonnées en un point O′ dont les coordonnées sont dx, dy, dz ; V prend un accroissement dV, et $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ varie d'une quantité dr déterminée par les diminutions dx, dy, dz des coordonnées de chacun des points agissants. On a donc

$$(7)\qquad \frac{dV}{dx} = \sum - \frac{m}{r^2}\left(-\frac{x}{r}\right) = \sum \frac{mx}{r^3} = -X,$$

et de même

$$(7)\qquad \begin{cases} \dfrac{dV}{dy} = -Y, \\ \dfrac{dV}{dz} = -Z. \end{cases}$$

Ainsi les trois composantes de la force sont les dérivées partielles d'une seule fonction —V des coordonnées des points agissants. Il suffira de calculer cette fonction pour déterminer, en grandeur et en direction, la force agissant au point O.

Dans le cas des équations (3) et (4), on trouve de même

$$(8)\qquad V = \int\int\int \frac{\rho\, dx\, dy\, dz}{r}$$

et

$$(9)\qquad V = \int\int \frac{\rho'\, d\sigma}{r}$$

X, Y et Z sont toujours les dérivées partielles de —V.

La fonction V, considérée d'abord par Laplace [1] dans les calculs relatifs à l'attraction universelle, a été appliquée par Poisson [2] à l'étude analytique des phénomènes électriques.

---

(1) LAPLACE, *Traité de Mécanique céleste*, Paris, 1799-1825.
(2) POISSON, *Mémoires de l'Institut*, 1811 ; p. 1 et 163.

Green ([1]), qui en a fait un très-bel usage, l'a désignée sous le nom de *fonction potentielle*, tandis que Gauss ([2]) lui a assigné la dénomination de *potentiel*, qui est généralement acceptée aujourd'hui.

Nous remarquerons que le potentiel V d'un système électrisé quelconque demeure fini pour tout point O, dont la distance r à chacun des points agissants est différente de zéro. Il en est de même des composantes X, Y, Z, qui sont les dérivées partielles du potentiel prises en signe contraire. Le potentiel et ses dérivées s'annulent quand toutes les distances r deviennent infinies.

Propriétés des dérivées secondes de la fonction V. — On a

$$(10)\quad \begin{cases} \dfrac{d^2V}{dx^2} = \sum -m\dfrac{1-\dfrac{3x^2}{r^2}}{r^3}, \\[2ex] \dfrac{d^2V}{dy^2} = \sum -m\dfrac{1-\dfrac{3y^2}{r^2}}{r^3}, \\[2ex] \dfrac{d^2V}{dz^2} = \sum -m\dfrac{1-\dfrac{3z^2}{r^2}}{r^3}. \end{cases}$$

En ajoutant ces équations membre à membre, on obtient

$$(11)\quad \left(\frac{d^2V}{dx^2}+\frac{d^2V}{dy^2}+\frac{d^2V}{dz^2}\right)=\sum -\frac{3m}{r^3}\left(1-\frac{x^2+y^2+z^2}{r^2}\right)=0.$$

On représente habituellement la somme des trois dérivées secondes $\dfrac{d^2V}{dx^2}$, $\dfrac{d^2V}{dy^2}$, $\dfrac{d^2V}{dz^2}$ par le symbole ΔV. La propriété exprimée par l'équation (11) s'écrit alors

$$(11\ bis)\qquad \Delta V = 0.$$

([1]) Green, *Essay on the application of mathematical analysis to the theories of electricity and magnetism*, Nottingham, 1828, et *Journal de Crelle*, t. XLIV et XLVII.

([2]) Gauss, *Allgemeine Lehrsätze in Beziehung auf die in verkehrten Verhältnisse des Quadrats der Entfernung wirkenden Anziehungs und Abstossungs kräfte* (*Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins*), 1839.

Action d'un corps électrisé sur un point intérieur. — Jusqu'ici nous avons écarté avec soin le cas où l'un des éléments qui entrent dans les intégrales X, Y, Z, V devient infini. C'est cependant ce qui arrive quand on cherche l'action exercée par un corps électrisé sur un point intérieur à ce corps : on sait que, même dans ce cas, les actions électriques demeurent en général finies; et par suite les composantes X, Y, Z ne sont plus représentées par les intégrales (3), lesquelles n'offrent aucun sens dès qu'un de leurs éléments devient infini.

La difficulté provient de l'action exercée sur le point O, que l'on considère, par les portions du corps électrisé infiniment voisines. En effet, décrivons une sphère du point O comme centre, avec un rayon fini, mais aussi petit qu'on voudra. La surface de cette sphère divise le corps en deux régions, l'une extérieure, à laquelle la loi de Coulomb est applicable, et dont le potentiel en O a une valeur V_1 parfaitement déterminée; l'autre, intérieure à la sphère, dont le potentiel, exprimé par l'équation (8), contiendrait un élément infini, et pour laquelle il n'est nullement évident que l'on ait le droit d'appliquer la loi de Coulomb, démontrée seulement pour des distances finies.

Écartons pour le moment cette dernière difficulté, d'ordre purement physique, et admettons que la loi de Coulomb est toujours applicable. La difficulté analytique provenant de ce que l'un des éléments des intégrales (3) et (8) devient infini tient uniquement à la manière dont nous avons formé les éléments de volume et disparaît quand on opère de la manière suivante.

Nous prendrons la sphère, décrite du point O comme centre, assez petite pour que la densité électrique dans son intérieur puisse être considérée comme constante (1).

Prenons comme coordonnées nouvelles des coordonnées polaires r, θ et ψ. Un élément de volume *abcda'*, déterminé

(1) Analytiquement parlant, cela n'est possible que si la distribution électrique est partout continue; mais, au point de vue de l'expérience, il ne semble pas douteux qu'il en soit toujours ainsi; les distributions électriques discontinues sont plutôt des fictions analytiques que des réalités physiques.

par les accroissements dr, $d\theta$, $d\psi$ attribués aux coordonnées (*fig.* 1), a pour expression

$$r\,d\theta\, r\sin\theta\, d\psi\, dr.$$

Le potentiel V_2 de la sphère sur le point P est donc

$$V_2 = \rho \int\int\int \frac{r^2 \sin\theta\, d\theta\, d\psi\, dr}{r}$$
$$= \rho \int_0^r r\,dr \int_0^{2\varpi} d\psi \int_0^{\varpi} \sin\theta\, d\theta = 2\varpi\rho r^2.$$

L'intégrale exprimée de cette manière ne contient plus d'élément infini, et le potentiel V_2 a une valeur finie et déterminée, qui tend vers zéro avec r. Il suit de là que le potentiel total V au point O est fini et déterminé, et par suite que l'expression générale à laquelle se rapporte l'équation (8) ne devient infinie qu'en apparence, quand on l'applique à un point intérieur.

Fig. 1.

En remplaçant x, y, z par

$$x = r\sin\theta\cos\psi,$$
$$y = r\sin\theta\sin\psi,$$
$$z = r\cos\theta,$$

on trouve pour les dérivées partielles $\frac{dV_2}{dx}$, $\frac{dV_2}{dy}$, $\frac{dV_2}{dz}$ les expressions

$$\frac{dV_2}{dx} = \frac{dV_2}{dr}\frac{dr}{dx} = \frac{dV_2}{dr}\sin\theta\cos\psi$$
$$= \rho \int_0^r dr \int_0^{2\varpi} \cos\psi\, d\psi \int_0^{\varpi} \sin^2\theta\, d\theta$$

et de même

$$\frac{dV_2}{dy} = \rho \int_0^r dr \int_0^{2\varpi} \sin\psi\, d\psi \int_0^{\varpi} \sin^2\theta\, d\theta,$$

$$\frac{dV_2}{dr} = \rho \int_0^r dr \int_0^{2\varpi} d\psi \int_0^{\varpi} \sin\theta\cos\theta\, d\theta.$$

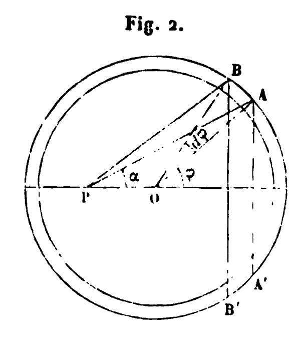
Ces intégrales sont nulles, quel que soit r; par suite :

1° L'action exercée par une sphère électrique homogène sur un point O placé en son centre est nulle.

2° Pour étudier l'action exercée par un corps électrisé sur un point intérieur O, on peut faire abstraction des éléments d'intégrale fournis par une sphère extrêmement petite, entourant immédiatement ce point; il en résulte que l'action d'un corps électrisé sur un point intérieur demeure finie, quelle que soit la distribution électrique à la surface ou dans l'intérieur de ce corps. Les composantes X, Y, Z de cette action sont toujours égales aux dérivées premières du potentiel prises en signe contraire.

POTENTIEL D'UNE COUCHE SPHÉRIQUE HOMOGÈNE, EN UN POINT INTÉRIEUR OU EXTÉRIEUR. — I. Considérons une couche sphérique homogène, infiniment mince, de rayon R et d'épaisseur e, et un point P intérieur (*fig.* 2). Soient ρ la densité électrique en tous les points de cette couche, ABA'B' une zone élémentaire dont l'arc générateur AB sous-tend au centre de la sphère l'angle $d\varphi$; les angles φ sont comptés à partir de la droite PO qui joint le point P au centre de la sphère. Cherchons à déterminer l'élément de potentiel dV fourni par la portion de couche sphérique comprise dans cette zone. La surface ABA'B' est $2\varpi R^2 \sin\varphi\, d\varphi$; le volume correspondant $2\varpi R^2 e \sin\varphi\, d\varphi$; enfin le potentiel dV est

Fig. 2.



$$dV = 2\varpi R^2 e\rho \frac{\sin\varphi\, d\varphi}{PA}.$$

Posons $PO = a$; le triangle AOP donne

$$PA = \sqrt{a^2 + R^2 + 2aR\cos\varphi}.$$

Le potentiel en P de la couche sphérique tout entière est

$$V = 2\varpi R e\rho \int_0^{\varpi} \frac{R\sin\varphi}{\sqrt{a^2 + R^2 + 2aR\cos\varphi}}\, d\varphi.$$

Quand $a < R$, ce qui est le cas de la *fig.* 2, cette dernière intégrale a pour valeur 2; on a donc

$$V = 4\varpi R e\rho. \tag{12}$$

Cette valeur est indépendante de la position du point P à l'intérieur de la couche sphérique. En désignant par m la masse électrique de la couche

$$m = 4\varpi R^2 e\rho,$$

on voit que l'on peut écrire la valeur de V

$$V = \frac{m}{R};$$

c'est la valeur du potentiel au centre O de la sphère.

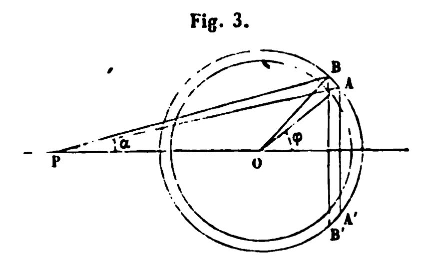
Pour une couche sphérique d'épaisseur finie et de densité uniforme, on aura de même, en faisant la somme des éléments fournis au potentiel par chaque couche infiniment mince,

$$V = \frac{M}{R}, \tag{13}$$

M désignant la charge électrique totale.

Puisque V est constant à l'intérieur de la couche sphérique, les dérivées partielles $\frac{dV}{dx}$, $\frac{dV}{dy}$, $\frac{dV}{dz}$ sont nulles, et, par conséquent, l'action de la couche sur un point électrisé, placé à son intérieur, est identiquement nulle.

Fig. 3.



II. Revenons au cas d'une couche infiniment mince, mais supposons le point P à l'extérieur de la couche (*fig.* 3), nous

conserverons aux lettres la même signification; on a toujours

$$V = 2\varpi R e \rho \int_0^{\pi} \frac{R \sin\varphi}{\sqrt{a^2 + R^2 + 2aR\cos\varphi}},$$

mais cette intégrale a pour valeur $\frac{2R}{a}$, quand on suppose $a > R$, et la valeur de V se réduit à

$$(14) \qquad V = \frac{4\varpi R^2 e\rho}{a} = \frac{m}{a}.$$

Le potentiel est variable avec la position du point P, mais conserve la même valeur que si toute la masse électrique était condensée au centre de la sphère.

La même conclusion est applicable à une couche sphérique d'épaisseur finie ou à une sphère pleine. On a donc, en général,

$$(15) \qquad V = \frac{M}{a}.$$

La force exercée sur le point P est dirigée suivant PO, par raison de symétrie, et sa valeur est

$$(16) \qquad F = \frac{dV}{da} = -\frac{M}{a^2},$$

la même que si toute la masse agissante était concentrée au centre de la sphère.

ATTRACTION D'UNE SPHÈRE SUR UN POINT INTÉRIEUR. — Nous nous proposons actuellement de former le potentiel d'une sphère homogène de rayon R en un point P intérieur, dont la distance au centre O de la sphère est a. A cet effet, nous décrirons du point O comme centre une surface sphérique passant par le point P. Le potentiel V_1 de la couche sphérique extérieure est

$$V_1 = \int_a^R 4\varpi\rho r\,dr = 2\varpi\rho(R^2 - a^2).$$

Le potentiel V_2 du noyau intérieur est

$$V_2 = \tfrac{4}{3}\varpi\rho a^2.$$

Il resterait à tenir compte de la couche sphérique infiniment mince de rayon a qui comprend le point P; mais nous avons déjà démontré que l'élément fourni au potentiel par une sphère de diamètre très-petit, entourant immédiatement le point P, tend vers zéro avec le diamètre de cette sphère : nous admettrons qu'il en est de même de l'action de cette couche. Par suite, le potentiel total est

$$(17) \qquad V = V_1 + V_2 = 2\varpi\rho R^2 - \tfrac{2}{3}\varpi\rho a^2.$$

Le potentiel va en décroissant du centre, où il a pour valeur $2\varpi\rho R^2$, à la surface où il est $\frac{4}{3}\varpi\rho R^2$ (¹).

La force à laquelle le point P est soumis est dirigée suivant le rayon et a pour valeur

$$F = \frac{dV}{da} = -\frac{4}{3}\varpi\rho a;$$

elle est nulle au centre de la sphère.

Prenons trois axes de coordonnées passant par le centre de la sphère; on aura $a^2 = x^2 + y^2 + z^2$,

$$\frac{dV}{dx} = \frac{dV}{da}\frac{da}{dx} = -\frac{4}{3}\varpi\rho x;$$

et de même

$$\frac{dV}{dy} = -\frac{4}{3}\varpi\rho y,$$

$$\frac{dV}{dz} = -\frac{4}{3}\varpi\rho z.$$

Enfin

$$\frac{d^2V}{dx^2} = \frac{d^2V}{dy^2} = \frac{d^2V}{dz^2} = -\frac{4}{3}\varpi\rho.$$

Par suite, on a pour un point placé à l'intérieur d'une sphère homogène

$$(18) \qquad \Delta V = \frac{d^2V}{dx^2} + \frac{d^2V}{dy^2} + \frac{d^2V}{dz^2} = -4\varpi\rho.$$

(¹) L'expression (17) doit être remplacée à l'extérieur de la sphère par la suivante :

$$(17\ bis) \qquad V = \tfrac{4}{3}\varpi\rho\frac{R^3}{a},$$

dont la valeur à la surface de la sphère est $\frac{4}{3}\varpi\rho R^2$, et qui devient nulle pour $a = \infty$.

PROPRIÉTÉ DES DÉRIVÉES SECONDES DE V POUR UN POINT INTÉRIEUR A UN CORPS ÉLECTRISÉ. — Nous allons démontrer que la relation (18) subsiste pour un point P quelconque placé à l'intérieur d'un corps électrisé.

A cet effet, nous traçons à l'intérieur de ce corps une sphère, comprenant le point P, et de rayon assez petit pour qu'on puisse considérer la densité électrique ρ comme constante dans son intérieur. Le potentiel total en P se compose du potentiel V_1, provenant de la portion extérieure à la sphère, et du potentiel V_2 fourni par la portion intérieure. On a

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2;$$

or, d'après ce qui précède, $\Delta V_1 = 0$, $\Delta V_2 = -4\varpi\rho$: donc

(19) $$\Delta V = \Delta V_2 = -4\varpi\rho.$$

La démonstration qui précède ne s'appliquerait pas s'il y avait discontinuité dans la distribution électrique autour du point P; cependant la relation (19) est tout à fait générale.

Il est à remarquer qu'elle comprend, comme cas particulier, la relation (11); car il suffit de faire $\rho = 0$ dans l'équation (19) pour obtenir $\Delta V = 0$.

ÉLECTRICITÉ EN ÉQUILIBRE SUR UN CORPS CONDUCTEUR. — Pour que l'électricité soit en équilibre sur un corps où elle peut se mouvoir librement, il faut que l'action exercée en un point quelconque, intérieur au corps conducteur, soit nulle. On doit donc avoir

$$-X = \frac{dV}{dx} = 0,$$

$$-Y = \frac{dV}{dy} = 0,$$

$$-Z = \frac{dV}{dz} = 0.$$

Il résulte de là que, dans l'intérieur d'un corps conducteur, on a

(20) $$V = \text{const.};$$

on a donc identiquement

$$\frac{d^2V}{dx^2}=0,\quad \frac{d^2V}{dy^2}=0,\quad \frac{d^2V}{dz^2}=0,$$

$$\Delta V=0,$$

et, puisque ΔV a toujours pour valeur $-4\varpi\rho$,

(21) $$\rho=0.$$

La densité électrique à l'intérieur d'un corps conducteur est nulle; par suite, *la totalité de la charge communiquée à un corps conducteur se porte à la surface extérieure de ce corps.*

Cette conclusion est une conséquence de la loi de Coulomb, appliquée comme loi élémentaire des actions électriques et pour des distances infiniment petites. Nous avons fait observer que la loi de Coulomb n'est pas susceptible de vérification expérimentale directe dans ces conditions; mais nous venons de démontrer que l'électricité se porte à la surface des corps conducteurs, et par suite l'application de la loi de Coulomb aux très-petites distances se trouve justifiée *a posteriori.*

TENSION ÉLECTRIQUE. — Une molécule électrique, placée en un point P à la surface d'un conducteur, n'a aucune tendance à se déplacer dans le plan tangent en P; mais elle est sollicitée dans la direction de la normale par une force que nous allons chercher à évaluer.

Le potentiel V, constant dans toute l'étendue du conducteur, est variable à partir de sa surface : c'est une fonction discontinue. Sa dérivée $\frac{dV}{dn}$, prise dans la direction de la normale, est indéterminée au point de discontinuité. Si l'on désigne respectivement par

$$\left(\frac{dV}{dn}\right)_{+\varepsilon},\quad \left(\frac{dV}{dn}\right)_{-\varepsilon}$$

les valeurs de la dérivée $\frac{dV}{dn}$ à une petite distance ε à l'extérieur

ou à l'intérieur du corps, on a, puisque V est constant à l'intérieur,

$$\left(\frac{dV}{dn}\right)_{-1} = 0.$$

Nous démontrerons un peu plus tard que l'on a, en désignant par ρ la densité superficielle au point P,

$$\left(\frac{dV}{dn}\right)_{+1} = -4\varpi\rho.$$

Quelle est la valeur de F sur la surface électrisée elle-même? Il faut bien remarquer que nous ne savons rien de la manière dont se termine un corps conducteur, au voisinage des corps non conducteurs qui l'entourent. Nous ignorons absolument si les propriétés qui caractérisent les corps non conducteurs succèdent brusquement, ou par une gradation continue, aux propriétés des conducteurs. C'est donc grâce à une convention que nous plaçons la charge des conducteurs sur une surface absolument dénuée d'épaisseur, et les conséquences analytiques de cette convention sont d'un intérêt médiocre au point de vue pratique et expérimental. Il est naturel de supposer que $\frac{dV}{dn}$ varie d'une manière continue au voisinage de la surface géométrique du conducteur. Alors cette dérivée est partout égale et de signe contraire à la force exercée, et a pour valeur moyenne, dans l'épaisseur de la couche électrique, $-2\varpi\rho$. Nous poserons donc

$$F = 2\varpi\rho, \tag{22}$$

sans attacher trop d'importance à cette conclusion et sans nous arrêter aux raisonnements analytiques par lesquels on établit rigoureusement cette relation pour le cas d'une surface géométrique.

La force F se rapporte à l'unité d'électricité. Sur un élément de surface $d\sigma$, la masse électrique est $\rho d\sigma$, et la force exercée $F\rho d\sigma = 2\varpi\rho^2 d\sigma$. L'électricité, ne pouvant se déplacer au delà de la surface du conducteur, exerce sur le milieu isolant une pression égale à la force à laquelle elle est soumise : on

convient de la rapporter à l'unité de surface, comme une pression hydrostatique; nous la désignerons par T,

(23) $$T = 2\varpi\rho^2.$$

Elle est toujours dirigée de l'intérieur vers l'extérieur : on l'appelle la *tension électrique* au point considéré.

SURFACES ÉQUIPOTENTIELLES OU SURFACES DE NIVEAU ÉLECTRIQUES. — Le potentiel relatif à un système quelconque de corps électrisés est une fonction continue des coordonnées du point P, auquel il se rapporte, à une exception près que nous venons de signaler : c'est le cas où le point P se déplace de manière à traverser la surface d'un corps conducteur.

En général, l'équation $V = \text{const.}$ définit une famille de surfaces désignées sous le nom de *surfaces équipotentielles* ou *surfaces de niveau électrique*. Elles jouissent de plusieurs propriétés remarquables. En premier lieu, la direction de la force électrique en un point quelconque P est normale à la surface de niveau qui passe par ce point; car, si l'on prend pour axes de coordonnées rectangulaires deux droites Ox, Oy parallèles au plan tangent en P et une droite Oz parallèle à la normale, on a

$$\frac{dV}{dx} = 0, \quad \frac{dV}{dy} = 0,$$

et par suite

$$F = -\frac{dV}{dn}$$

en grandeur et en direction.

Supposons tracées les deux surfaces

$$V = A, \quad V = A + \alpha,$$

α étant une quantité très-petite. Quand le point P passe de la première surface à la seconde, le potentiel subit un accroissement fixe $\delta V = \alpha$; mais les segments δn, interceptés sur les normales à la surface $V = A$, varient suivant la position du point P. Quand α tend vers zéro, le quotient

$$\frac{\delta V}{\delta n} = \frac{\alpha}{\delta n}$$

a pour limite — F, et l'on voit que la force exercée au point P varie en raison inverse de la distance δn de deux surfaces de niveau infiniment voisines, dont l'une passe au point considéré. Si donc on a tracé sur un diagramme deux surfaces équipotentielles très-voisines, on pourra obtenir graphiquement la valeur approchée de la force F aux divers points de l'une de ces surfaces. Là où les deux surfaces sont très-voisines, la force électrique est considérable; là où elles sont éloignées, la force est très-petite.

Lignes de force. — La direction de la force électrique varie d'une manière continue avec les coordonnées du point P; elle est celle des trajectoires orthogonales des surfaces équipotentielles, lignes que nous désignerons, d'après Faraday (¹), sous le nom de *lignes de force*.

Si l'on trace sur un diagramme une série de surfaces équipotentielles se rapportant à des valeurs du potentiel très-rapprochées et croissant en progression arithmétique, et des lignes de force aussi serrées que possible, on obtiendra sans peine la grandeur et la direction approchées de la force, et cela pour un point quelconque P du diagramme. La direction est celle des lignes de force les plus voisines de P, et la grandeur est en raison inverse des segments interceptés sur ces lignes par les deux surfaces équipotentielles qui comprennent dans leur intervalle le point considéré.

Théorème de Green. — Proposons-nous de trouver la valeur de l'intégrale

$$\int \Delta V dv = \int\int\int \left(\frac{d^2V}{dx^2} + \frac{d^2V}{dy^2} + \frac{d^2V}{dz^2}\right) dx\,dy\,dz,$$

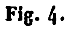
étendue à tout l'espace compris dans une surface fermée S quelconque (*fig.* 4).

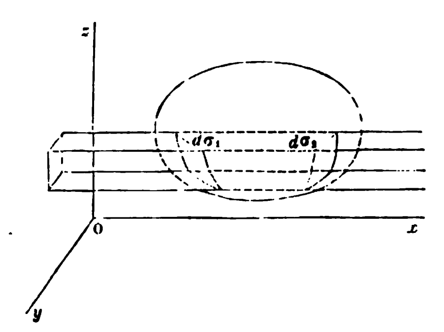
(¹) Faraday (*Experimental researches in Electricity*, t. Iᵉʳ, p. 383 et suiv.) avait été conduit par ses expériences sur l'influence électrique, et indépendamment de toute théorie mathématique, à la considération des *lignes de force*; comme elles s'écartent beaucoup de la forme rectiligne, il fut conduit à dire que la force électrique se propage en ligne courbe.

On a identiquement

$$(24)\qquad \iiint \frac{d^2V}{dx^2}\,dx\,dy\,dz = \iiint \left(d\frac{dV}{dx}\right) dy\,dz.$$

Considérons un prisme élémentaire ayant pour base l'élément $dy\,dz$ dans le plan des yz et ayant son arête parallèle à


Fig. 4.



l'axe des x; ce prisme découpe dans la surface deux éléments $d\sigma_1$ et $d\sigma_2$, dont les centres de gravité ont pour abscisses x_1 et x_2; la portion de l'intégrale (24) fournie par ce prisme est

$$(25)\qquad \iint \left[\left(\frac{dV}{dx}\right)_{x=x_2} - \left(\frac{dV}{dx}\right)_{x=x_1}\right] dy\,dz.$$

Soient α_1 et α_2 les cosinus des angles que la direction, extérieure à la surface, des normales à $d\sigma_1$ et $d\sigma_2$ fait avec l'axe des x, on a

$$dy\,dz = -\alpha_1\,d\sigma_1 = \alpha_2\,d\sigma_2,$$

et la portion d'intégrale (25) prend la forme

$$\iint \left[\left(\frac{dV}{dx}\right)_{x=x_1} \alpha_1\,d\sigma_1 + \left(\frac{dV}{dx}\right)_{x=x_2} \alpha_2\,d\sigma_2\right];$$

par suite, l'intégrale (24), étendue à toute la surface S, est

$$\iiint \frac{d^2V}{dx^2}\,dx\,dy\,dz = \iint \frac{dV}{dx}\,\alpha\,d\sigma.$$

Un raisonnement analogue donnera

$$\int\int\int \frac{d^2V}{dy^2} dx\,dy\,dz = \int\int \frac{dV}{dy} \beta\, d\sigma,$$

$$\int\int\int \frac{d^2V}{dz^2} dx\,dy\,dz = \int\int \frac{dV}{dz} \gamma\, d\sigma.$$

En ajoutant ces trois dernières équations membre à membre, on a

$$(26) \qquad \int \Delta V\, dv = \int\int \left(\frac{dV}{dx}\alpha + \frac{dV}{dy}\beta + \frac{dV}{dz}\gamma \right) d\sigma.$$

Désignons enfin par dn un élément pris extérieurement sur la normale à la surface S. On a

$$\alpha = \frac{dx}{dn}, \quad \beta = \frac{dy}{dn}, \quad \gamma = \frac{dz}{dn},$$

et, en substituant dans l'équation (26), on reconnaît que la quantité sous le signe $\int$, dans le second membre, est la différentielle complète de V par rapport à n. On a donc finalement [1]

$$(27) \qquad \int \Delta V\, dv = \int\int \frac{dV}{dn} d\sigma.$$

Nous avons démontré la relation générale

$$\Delta V = -4\varpi\rho;$$

on a donc

$$\int \Delta V\, dv = -4\varpi \int \rho\, dv.$$

On remarquera que $\int \rho\, dv$ est la somme M des masses électriques enfermées par la surface S; par suite,

$$\int\int \frac{dV}{dn} d\sigma = -4\varpi M.$$

---

[1] L'équation (20) n'est qu'un cas particulier d'une formule plus générale démontrée par Green (*Essay on the Application of Mathematical Analysis*, etc., art. 3). Soit U une fonction continue quelconque de x, y, z. On a

$$\int U \Delta V\, dv = \int\int U \frac{dV}{dn} d\sigma - \int\int\int \left(\frac{dU}{dx}\frac{dV}{dx} + \frac{dU}{dy}\frac{dV}{dy} + \frac{dU}{dz}\frac{dV}{dz} \right) dx\,dy\,dz.$$

Cette formule se réduit à l'équation (20) quand on y fait $U = 1$.

Quand M est nul, l'intégrale renfermée dans le premier membre de l'équation est nulle aussi; il en résulte plusieurs conséquences importantes.

CONSÉQUENCES DU THÉORÈME DE GREEN. — Prenons pour la surface S le cylindre ayant pour bases deux éléments $d\sigma_1$ et $d\sigma_2$ de surfaces de niveau infiniment voisines, et pour génératrices des normales communes à ces surfaces. On remarquera que $\frac{dV}{dn}$ représente la composante, normale à la surface, de la force exercée au point P que l'on considère. Or, la force électrique étant normale aux surfaces de niveau, la surface latérale ne fournit à l'intégrale $\int\int \frac{dV}{dn}\,d\sigma$ que des éléments nuls, et, par suite, cette intégrale se réduit aux éléments fournis par les deux bases

$$\left(\frac{dV}{dn}\right)_1 d\sigma_1 + \left(\frac{dV}{dn}\right)_2 d\sigma_2.$$

1° S'il n'y a pas de masses électriques contenues entre les deux éléments de surface, cette somme est nulle :

$$\left(\frac{dV}{dn}\right)_1 d\sigma_1 + \left(\frac{dV}{dn}\right)_2 d\sigma_2 = 0;$$

mais, à la limite, on a

$$d\sigma_1 = d\sigma_2$$

et, par suite,

$$\left(\frac{dV}{dn}\right)_1 = -\left(\frac{dV}{dn}\right)_2.$$

Comme nous avons supposé, en établissant le théorème de Green, que toutes les normales sont dirigées de l'intérieur à l'extérieur de la surface, cette dernière équation signifie que la force électrique F varie d'une manière continue partout où il n'y a pas de masses électriques agissantes.

2° S'il y a entre les deux éléments de surface une masse électrique égale à m, on a

$$(28)\qquad \left(\frac{dV}{dn}\right)_1 d\sigma_1 + \left(\frac{dV}{dn}\right)_2 d\sigma_2 = -4\varpi m.$$

Traçons en avant et en arrière de la surface d'un conducteur électrisé, à des distances égales ε, deux portions de surfaces de niveau ([1]), et réunissons-les par des normales. Soient ρ la densité électrique, $d\sigma_3$ l'élément de surface électrisée; l'équation (28) devient

$$\left(\frac{dV}{dn}\right)_{-\varepsilon} d\sigma_1 + \left(\frac{dV}{dn}\right)_{+\varepsilon} d\sigma_2 = -4\varpi\rho\, d\sigma_3;$$

mais, à l'intérieur du conducteur, $\frac{dV}{dn}$ est nul, et l'on a, à la limite,

$$d\sigma_2 = d\sigma_3;$$

il en résulte

$$\left(\frac{dV}{dn}\right)_{+\varepsilon} = -4\varpi\rho.$$

C'est la proposition que nous avons annoncée (p. 18*).

3° On a vu que, en chaque point d'une surface équipotentielle, la force exercée est représentée par $-\frac{dV}{dn}$; il en est de même à la surface d'un corps électrisé. Il résulte de là que l'on ne modifie pas l'action exercée sur tous les points extérieurs à une surface équipotentielle donnée S, par les masses électriques intérieures à cette surface, quand on substitue à ces masses électriques une distribution fictive d'électricité répandue sur S et possédant en chaque point une densité ρ

$$\rho = -\frac{1}{4\varpi}\frac{dV}{dn}. \tag{29}$$

En effet, l'action sur les points extérieurs infiniment voisins de S ne sera pas changée par cette substitution; la fonction V conservera sur toute la surface S la valeur constante qu'elle possédait auparavant, et par suite V restera déterminé pour tout point extérieur à S, comme il l'était précédemment.

On remarquera que, la force électrique en chaque point de

([1]) Le potentiel étant constant à l'intérieur du corps électrisé, on prendra arbitrairement une surface parallèle à la surface du corps pour surface de niveau intérieure.

cette couche étant normale à la surface et dirigée vers l'extérieur, l'électricité, distribuée d'après la formule (29), est en équilibre. On pourra faire usage de cette propriété, dans un certain nombre de cas, pour la transformation des problèmes électriques.

Considérons une série de surfaces équipotentielles S, S', ..., et des lignes de forces limitant sur l'une d'elles un élément de surface. Ces lignes forment une sorte de tube continu qui intercepte sur les surfaces suivantes des éléments de grandeur variable $d\sigma$, $d\sigma'$, ... Nous avons vu que l'on peut remplacer l'action des masses électriques intérieures à un de ces tubes par une distribution fictive d'électricité effectuée sur l'élément $d\sigma$, de telle sorte que l'action exercée sur un point extérieur à S demeure la même ; on pourrait établir une distribution analogue sur l'élément $d\sigma'$ de S', ... La densité électrique de chacune de ces distributions est

$$\rho = -\frac{1}{4\varpi}\frac{dV}{dn}.$$

En appliquant le théorème de Green à une portion de tube limitée à deux surfaces équipotentielles, on reconnaît immédiatement que la quantité $\rho d\sigma$ de ces distributions est invariable. Il en est de même si l'on considère un tube de lignes de force interceptant sur les surfaces équipotentielles des surfaces finies.

Cette propriété des lignes de force est caractéristique ; elle nous sera utile dans la suite.

DIAGRAMMES ÉLECTRIQUES. — Les diagrammes construits au moyen des surfaces équipotentielles et des lignes de force peuvent être d'un grand secours pour la solution d'un grand nombre de problèmes d'électricité pratique. Il importe donc de se familiariser avec leur usage. Nous en fournirons ici quelques exemples, auxquels se rapporte la *Pl. II*.

1° *Point unique.* — Les surfaces équipotentielles ont pour équation

$$V = \frac{m}{r};$$

ce sont des sphères ayant pour centre le point A. Si l'on fait croître V en progression arithmétique, les valeurs correspondantes de r deviennent de plus en plus rapprochées à mesure que V est plus grand. Supposons notamment la charge m égale à 1, et donnons à V les valeurs

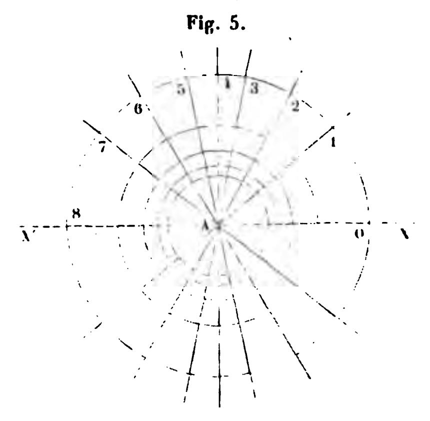
$$V = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ \ldots,\ \infty;$$

elles correspondent à $r = \infty,\ 1,\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{3},\ \frac{1}{4},\ \ldots,\ 0$.

Les lignes de force sont des droites issues du point A. Les segments interceptés sur ces lignes par les sphères équipotentielles sont d'autant plus grands, et par suite la force est d'autant plus petite qu'on s'éloigne davantage du point A.

Pour donner au diagramme électrique toute la précision possible, il convient de faire partir du point électrisé un nombre de lignes de force proportionnel à la charge et que l'on devra supposer également réparties dans l'espace. Il résulte de là, pour les diagrammes plans, une difficulté que l'on écartera d'après M. Maxwell, grâce à la convention suivante. On supposera que l'on fait tourner le diagramme autour d'un axe XX'

Fig. 5.



passant par le point A (*fig.* 5). Dans ce mouvement, une droite telle que A1, faisant un angle θ_1 avec XX', décrit un cône, et intercepte sur une sphère, décrite de A comme centre avec l'unité pour rayon, une zone de surface $2\varpi(1 - \cos\theta_1)$. Si l'on désigne par m la charge du point A, m étant un nombre entier, on placera dans l'intervalle XX' m lignes de force, auxquelles

on donne des directions $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_m$, telles que

$$2\varpi(1-\cos\theta_1) = \frac{4\varpi}{m},$$

$$2\varpi(1-\cos\theta_2) = 2\frac{4\varpi}{m},$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$

$$2\varpi(1-\cos\theta_m) = 4\varpi,$$

de telle sorte que les zones comprises entre deux lignes consécutives soient toutes égales à $\frac{1}{m}$ de la surface entière de la sphère. La dernière de ces lignes coïncide avec AX'. La *fig.* 5 se rapporte à $m = 8$.

Au lieu de déterminer $\theta_1, \theta_2, \ldots$ par les équations précédentes, il sera plus simple de construire graphiquement les droites A1, A2, .. , en divisant le diamètre de l'un des cercles du diagramme en m parties égales, élevant en ces points des perpendiculaires à XX' et joignant au centre les points d'intersection avec la circonférence.

D'après un théorème précédent, relatif aux surfaces équipotentielles, le diagramme, construit pour un point électrisé, est encore exact pour un conducteur électrisé ayant la forme sphérique, et possédant une charge, égale à celle du point A, uniformément répandue sur sa surface.

2° *Deux points électrisés possédant des charges égales et de signe contraire.* — Le potentiel, en un point dont les distances aux points A et B sont r et r', est

$$V = m\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right).$$

L'équation des surfaces équipotentielles est donc

$$\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} = \frac{V}{m}. \quad (30)$$

Elles sont de révolution autour de la ligne AB qui joint les deux points. Leurs méridiennes sont en général des courbes du quatrième degré.

Suivant que $r \lesseqgtr r'$, le potentiel est positif ou négatif. Quand V est positif et très-grand, r est très-voisin de zéro; la courbe

représentée par l'équation (30) se confond sensiblement avec un cercle ayant pour centre le point A. Pour $V = 0$, on a $r = r'$; l'équation (30) représente une droite perpendiculaire au milieu de AB; pour des valeurs intermédiaires du potentiel, l'équation (30) représente des surfaces en forme d'œuf, aplaties vers B, et protubérantes en dehors. En attribuant à V des valeurs négatives, on retrouve en ordre inverse les mêmes surfaces.

Les *fig.* 1, 2, 3 de la *Pl. II* sont destinées à montrer comment on peut construire graphiquement les méridiennes des surfaces équipotentielles d'un système de deux points, et les lignes de force correspondantes.

Occupons-nous d'abord des surfaces équipotentielles (*Pl. II*, *fig.* 1). Le potentiel total V en un point est la somme algébrique du potentiel V_1 relatif au point A, et du potentiel V_2 relatif au point B :

$$V = V_1 + V_2.$$

Traçons autour des points A et B les surfaces équipotentielles correspondant à des valeurs de V_1 et de V_2 croissant en progression arithmétique. Soient, en particulier, deux de ces surfaces, les sphères $V_1 = p$, $V_2 = q$. Le potentiel à leur intersection a pour valeur

$$V = p + q;$$

donc, sur le diagramme, la méridienne de la surface $V = p + q$ passe par tous les points d'intersection des cercles équipotentiels, tels que la somme de leurs numéros d'ordre soit égale à $p + q$.

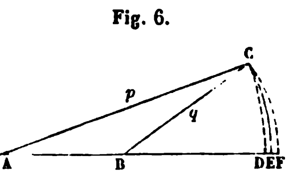
On peut rapprocher autant qu'on veut la raison de la progression arithmétique, et par suite obtenir autant de points que l'on voudra de chacune des surfaces équipotentielles.

Dans le cas particulier qui nous occupe, le potentiel relatif au point B est négatif, et l'on a tracé sur la figure les cercles correspondant aux potentiels 2, 3, 4, 5, 6, 7 et 8 fournis par le point A, — 2, — 3, — 4, — 5, — 6, — 7, — 8 fournis par le point B. La surface de potentiel zéro passe par les intersections (3, — 3), (4, — 4), (5, — 5), ... La surface de potentiel + 1, par (3, — 2), (4, — 3), (5, — 4), ...

On voit sur la *fig.* 2 (*Pl. II*) comment on trace les lignes de

force. On attribue aux lignes de force de chacun des points A et B un numéro d'ordre; considérons le point d'intersection C de deux de ces lignes (*fig.* 6) possédant les nos p et q. La première limite sur la sphère, décrite du point A comme centre et passant par le point d'intersection, une zone de p unités, c'est-à-dire que, si l'on remplace le point A par une distribution électrique effectuée sur cette sphère, la zone CD limitée par AC possédera p unités d'électricité; de même sur la sphère décrite du point B comme centre, avec BC pour rayon, la ligne de force q limite une zone CF à laquelle on peut attribuer la charge q. Considérons maintenant la surface équipotentielle du système A et B passant au point C; on peut de même remplacer le système AB par une distribution d'électricité sur cette surface, de telle sorte que la zone CE correspondante comprenne p unités d'électricité pour le point A, q unités pour le point B, en tout $p+q$ unités. La ligne de force d'ordre $p+q$ passe donc par le point C.

Fig. 6.



On obtiendra autant de points que l'on voudra de cette ligne de force en prenant l'unité d'électricité assez petite pour que les points d'intersection soient très-rapprochés.

Dans le cas actuel, les lignes de force correspondant au point B, dont la charge est négative, doivent porter des numéros d'ordre négatifs (*Pl. II, fig.* 2).

La *fig.* 3 (*Pl. II*) montre le diagramme complet dont les *fig.* 1 et 2 indiquent la construction. Les surfaces équipotentielles sont marquées en trait plein; les lignes de force en ponctué.

3° *Deux points électrisés possédant des charges de même signe.* — On a

$$V = \frac{m}{r} + \frac{m'}{r'},$$

et les surfaces de niveau électrique ont pour équations

$$(31) \qquad \frac{m}{r} + \frac{m'}{r'} = \text{const.}$$

La *fig.* 4 de la *Pl. II* se rapporte au cas $m = m'$; la *fig.* 5 au cas $m = 4m'$ (¹). Dans ces figures, les lignes de force sont dessinées en trait plein, et les surfaces équipotentielles en ponctué.

Pour de très-grandes valeurs positives de V les surfaces de niveau se dédoublent en deux nappes sensiblement sphériques enveloppant les points A et B; pour des valeurs de V plus faibles, les deux nappes ressemblent à celles de surfaces de révolution ayant pour méridiennes des lemniscates; elles se réunissent en une surface dont la méridienne est une courbe en ∞, et qui présente par conséquent un double point conique : c'est ce qui se présente dans le cas de la *fig.* 4 (*Pl. II*) ($m = 12$, $AB = 12$) pour une valeur entière du potentiel $= 4$, et dans la *fig.* 5 ($m = 20$, $m' = 4$) pour une valeur égale à $\frac{45}{AB}$. Au delà les surfaces équipotentielles se déforment encore et tendent vers la forme sphérique à mesure que la valeur de V décroît indéfiniment.

Au point nodal, la valeur de $\frac{dV}{dn}$ est indéterminée, mais la force électrique est nulle. On reconnaît sans peine que ce point correspond à une position d'équilibre instable. C'est ce qui se produit chaque fois qu'une surface équipotentielle présente un nœud.

4° *Deux points électrisés possédant des charges de signe contraire.* — La *fig.* 6, *Pl. II*, se rapporte à ce cas, pour des valeurs de $m = -5$ et $n = 20$. Il est à remarquer que dans ce cas la surface équipotentielle de potentiel zéro est une sphère entourant le point B; elle a pour équation

$$V = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{m}{r} = \frac{n}{r'}.$$

La distance des deux points étant désignée par a, le centre C de la sphère est à une distance de B égale à $\frac{n^2}{m^2 - n^2} a$, et son rayon est $\frac{mn}{m^2 - n^2} a$. Ces quantités deviennent infinies pour

(¹) Les *fig.* 1, 2, 3, 5 et 6 de la *Pl. II* ont été dessinées d'après Maxwell.

$m = n$, et en effet, dans ce cas, nous avons vu que la surface de potentiel zéro est un plan perpendiculaire au milieu de AB.

Toutes les surfaces équipotentielles intérieures au cercle C ont un potentiel négatif, celles qui sont extérieures ont un potentiel positif. On remarquera que toutes les lignes de force parties de B vont se terminer en A, tandis qu'un nombre $m - n$ de celles qui partent de A vont se terminer à l'infini. Nous verrons plus loin l'importance de cette observation.

Une remarque non moins importante, c'est que, puisque la sphère C est au potentiel zéro, on ne changera rien à la force exercée aux points extérieurs à cette sphère, si on la remplace par une surface conductrice en communication avec le sol. Celle-ci ne possédera alors aucune charge; mais, si l'on venait à supprimer la charge du point B, la sphère conductrice, soumise désormais à la seule influence de A, prendrait une charge déterminée, et le potentiel, nul en un point quelconque du conducteur, serait nul aussi dans son intérieur. A l'extérieur, le potentiel serait partout le même que si le point B existait.

Nous avons montré que la charge qu'il faut supposer répartie sur une surface équipotentielle entourant un point B électrisé, pour produire à l'extérieur la même action, est égale à celle du point. La sphère C posséderait donc une charge négative, égale à celle du point B.

Nous verrons un peu plus tard l'utilité de cette observation pour l'étude de l'influence d'un point sur une sphère.

5° Nous nous demanderons encore quel est le diagramme qui convient pour représenter une portion de l'espace où la force électrique conserve partout la même grandeur et la même direction : c'est ce qu'on appelle un *champ électrique constant*. Le potentiel est alors une fonction linéaire des coordonnées, les surfaces équipotentielles sont des plans parallèles équidistants et les lignes de forces des droites perpendiculaires à ces plans et équidistantes entre elles; le diagramme se compose donc de deux systèmes de droites rectangulaires régulièrement espacées.

CHAPITRE II.

CAPACITÉS ÉLECTRIQUES. — INFLUENCE.

Sources constantes d'électricité. — Définition expérimentale du potentiel. — Capacités électriques. — Partage des charges électriques entre des conducteurs en communication lointaine. — Mesures des capacités et des potentiels. — Analogie du potentiel et de la température, des capacités électriques et calorifiques.

Influence électrique. — Influence d'un point sur une sphère. — Images électriques. — Influence sur un conducteur présentant des cavités intérieures. — Écrans électriques. — Applications diverses. — Condensateurs sphériques. — Condensateurs fermés quelconques.

Les généralités qui font l'objet du Chapitre précédent appartiennent au domaine de l'Analyse mathématique. Les propriétés du potentiel et de ses dérivées partielles, la formule de Green, les théorèmes généraux que nous avons démontrés possèdent un tel degré d'abstraction, qu'ils s'appliquent aussi bien à la solution des problèmes de la gravitation et du magnétisme qu'aux questions d'électricité. Ils s'étendent à la recherche des attractions ou des répulsions qui s'exercent en raison inverse du carré de la distance, et plus généralement au calcul de tout effet mesurable, statique ou dynamique, variant d'après la même loi.

Il est temps de particulariser davantage les conditions du problème, afin d'arriver à des résultats pratiques; nous chercherons à rapprocher le plus possible l'enchaînement des faits et des idées de celui qui a guidé les physiciens expérimentateurs dans leurs recherches et dans la construction des appareils dont nous nous servons.

SOURCES CONSTANTES D'ÉLECTRICITÉ. — Rappelons que l'électricité peut être développée soit à la suite d'actions mécaniques, telles que le frottement, ou d'actions chimiques comme celles qui se produisent dans les bocaux de piles. Les deux électricités prennent toujours naissance en quantités égales, et, si la cause de production d'électricité est permanente, comme dans une machine électrique en mouvement ou dans une pile, l'électricité se reproduit à mesure qu'on lui fournit un écoulement, de manière à ramener la source à un état d'électrisation constant.

On pourrait le démontrer en touchant un point déterminé du conducteur d'une machine électrique, à l'état de mouvement uniforme, avec une petite sphère d'épreuve. On reconnaîtrait, à l'aide de la balance de Coulomb, que, pour un éta atmosphérique invariable, la petite sphère reçoit toujours la même charge, quelles que soient les pertes d'électricité que la machine ait subies dans l'intervalle des mesures, par exemple en chargeant des batteries, donnant des étincelles, etc. La même constatation est plus facile et plus précise pour les piles électriques isolées, en employant à cet effet les électromètres très-délicats que nous décrirons par la suite.

Au lieu de toucher directement un point d'une source électrique avec la sphère d'épreuve, il est préférable de mettre celle-ci en communication lointaine avec la source par un fil assez délié, pour n'avoir par lui-même qu'un effet négligeable sur la distribution électrique en équilibre sur la sphère. Dans ces conditions, on observe que la charge reçue est la même en quelque point de la source que soit attachée la seconde extrémité du fil, ce qui n'avait pas lieu dans le cas du contact direct de la sphère d'épreuve. La charge qu'elle reçoit dans ces conditions nouvelles est donc une constante caractéristique de l'état de la source.

Puisque la sphère et la source, réunies par le fil, ne forment qu'un conducteur unique, à l'intérieur duquel le potentiel doit être constant, on voit que le potentiel de la source est égal à celui de la sphère, et qu'il suffit de déterminer celui-ci pour connaître celui-là. On voit aussi que toute source électrique est caractérisée par une valeur particulière du potentiel qu'elle possède et qu'elle peut communiquer : les machines élec-

triques communes sont des sources à potentiel très-élevé ; les piles, des sources à faible potentiel.

DÉFINITION EXPÉRIMENTALE DU POTENTIEL. — Le potentiel d'une sphère de rayon R portant une charge M est

$$V = \frac{M}{R}. \tag{1}$$

Pour $R = 1$, le potentiel est égal à la charge.

Ainsi *le potentiel d'une source électrique constante est la charge qu'elle communique à une sphère de rayon* 1, *que l'on met en communication lointaine avec la source par un fil de masse négligeable.*

Quand on a chargé, à l'aide d'une même source, plusieurs corps assez éloignés les uns des autres pour ne pas exercer entre eux d'influence appréciable, ils sont tous au potentiel V de la source, et, si on les met en communication lointaine, ils conservent leur potentiel. De là cette définition expérimentale du potentiel d'un corps : *c'est la charge qu'il faut donner à une sphère de rayon* 1 *pour que, mise en communication lointaine avec le corps, elle ne lui fournisse pas d'électricité et n'en reçoive pas de lui.*

CAPACITÉ ÉLECTRIQUE (¹). — Quand une distribution d'électricité est en équilibre sur un conducteur, la densité électrique ρ possède en chaque point de sa surface une valeur déterminée, et la charge totale M a pour valeur $\int \rho\, d\sigma$, la sommation étant étendue à tous les éléments de surface du conducteur. Le potentiel V à l'intérieur du corps est constant, et égal à $\int \frac{\rho\, d\sigma}{r}$, r étant la distance de l'élément $d\sigma$ au point intérieur que l'on considère.

Si l'on suppose maintenant que l'on communique au même conducteur une charge pM, elle sera en équilibre, si on la suppose distribuée de telle sorte que la densité en chaque point

(¹) La notion expérimentale de capacité électrique est due à Volta (*Journal de Physique de l'abbé Rozier*, avril 1779).

de la surface soit $p\rho$; car le potentiel deviendra alors pV, et sera constant dans tout l'intérieur du corps, ce qui est justement la condition de l'équilibre électrique. Nous admettrons que cet équilibre n'est possible que d'une seule manière (¹).

Ainsi, quand la charge augmente dans un certain rapport, le potentiel croît dans le même rapport, c'est-à-dire que ces deux quantités sont proportionnelles ; on a

$$M = CV \tag{2}$$

et C désigne une constante, dépendant seulement de la forme et des dimensions du conducteur que l'on considère. Le coefficient C se nomme *capacité électrique* du corps : *c'est la charge que prend le corps quand on le porte au potentiel* 1.

Nous savons que, pour une sphère de rayon R, on a

$$V = \frac{M}{R}, \quad M = RV.$$

La capacité d'une sphère est donc égale à son rayon.

Pour un corps quelconque

$$C = \frac{M}{V} = \frac{\int \rho\, d\sigma}{\int \frac{\rho\, d\sigma}{r}},$$

(¹) Quand deux distributions électriques sont en équilibre sur un conducteur, chacune séparément, leur ensemble est évidemment en équilibre ; observons de plus que, si une distribution d'électricité positive est en équilibre, de telle sorte que la densité en un point quelconque du conducteur soit ρ, une distribution d'électricité négative, ayant en chaque point la densité $-\rho$ sera aussi en équilibre d'elle-même.

Cela posé, supposons que la même charge M puisse affecter sur un corps deux distributions correspondant à des densités ρ et ρ' différentes ; l'ensemble de la distribution ρ de quantité $+M$ et de la distribution $-\rho'$, de quantité $-M$, constitue un état d'équilibre possible, caractérisé par une masse totale nulle, et une densité variable $\rho - \rho'$.

Nous admettons que $\rho = \rho'$, c'est-à-dire qu'un corps conducteur, possédant des charges égales d'électricité contraire, est à l'état neutre en tous ses points. L'expérience confirme qu'il en est toujours ainsi, et l'on peut fournir de ce théorème une démonstration rigoureuse, déduite de la formule de Green (*voir* le *Traité d'électricité* de M. Mascart, t. Iᵉʳ, p. 236).

et la capacité est une fonction des dimensions linéaires r du conducteur, de degré $+1$. La capacité électrique doit donc être considérée comme une longueur.

PARTAGE DES CHARGES ÉLECTRIQUES ENTRE DES CONDUCTEURS TRÈS-ÉLOIGNÉS. — Soient $V, V', \ldots$ les potentiels, $C, C', \ldots$ les capacités électriques de corps trop éloignés les uns des autres pour exercer entre eux une influence sensible. Leurs charges sont $CV, C'V', \ldots$

Si l'on vient à établir entre eux des communications lointaines, par des fils de masse négligeable, ils prendront tous un même potentiel U, et, comme la charge totale demeure invariable, on a

$$(3)\quad \begin{cases} (C + C' + \ldots) U = CV + C'V' + \ldots, \\ U = \dfrac{CV + C'V' + \ldots}{C + C' + \ldots}. \end{cases}$$

MESURES DES CAPACITÉS ET DES POTENTIELS. — Il résulte de là une méthode générale pour la mesure des capacités, des potentiels et des charges électriques.

Considérons seulement deux corps : une petite sphère à l'état neutre et le corps que l'on veut étudier. La capacité de la sphère est r, sa charge et son potentiel initiaux sont nuls : on a donc simplement

$$(4)\qquad (C + r) U = CV;$$

on mesurera sans peine le potentiel final U de la petite sphère, par exemple en déterminant sa charge rU au moyen de la balance de Coulomb. L'équation (4) ne renferme plus que deux quantités inconnues C et V.

1° Si le corps est de petites dimensions, on pourra mesurer sa charge initiale dans la balance de Coulomb. Quand on connaît la charge initiale $M = CV$, l'équation (4) permet de déterminer la capacité C, et par suite le potentiel initial V ; de même, si l'on connaît C ou V, on pourra déterminer M.

2° Si le corps est de très-grandes dimensions, sa capacité est très-grande par rapport à la capacité r de la sphère, et par suite

U est très-voisin de V; à la limite, c'est-à-dire pour $C = \infty$, on a $U = V$; on peut ainsi prendre le potentiel final de la sphère pour mesure du potentiel initial du conducteur. Un corps de capacité infinie possède donc la propriété des sources électriques constantes.

3° Si l'on ne connaît pas la charge initiale M du corps et si ses dimensions ne sont pas très-grandes, on pourra, après l'avoir mis en relation une première fois avec la sphère d'épreuve, décharger celle-ci (en la mettant en communication avec le sol), rétablir la communication avec le corps et déterminer son potentiel U_1; on aura

$$(C + r)\,U_1 = CU. \tag{5}$$

L'équation (5), dans laquelle U et U_1 sont connus, détermine la capacité C; l'équation (4) détermine alors le potentiel initial V et, par suite, la charge initiale M.

Au lieu de mettre directement le corps en relation avec la sphère d'épreuve, ce qui ne donnerait de résultats exacts que pour des corps de faibles dimensions, on peut employer une sphère R de grand rayon, dont on détermine à chaque fois le potentiel au moyen de la sphère d'épreuve, etc.

ANALOGIE DU POTENTIEL AVEC LA TEMPÉRATURE ET DE LA CAPACITÉ ÉLECTRIQUE AVEC LA CAPACITÉ CALORIFIQUE. — Si l'on considère, dans l'équation (3), les lettres V comme représentant des températures, les lettres C des capacités calorifiques, on reconnaît que cette équation détermine la température finale U d'un système de corps de capacités calorifiques C, C', .. , et de températures initiales V, V', ... On peut, en effet, écrire l'équation (3)

$$\Sigma C (V - U) = 0;$$

elle exprime alors que la somme des quantités de chaleur, reçues par les corps dont la température initiale V est inférieure à U, est égale à la somme des quantités de chaleur perdues par les autres; de sorte qu'il n'y a de chaleur ni reçue, ni perdue par le système.

Toutefois, cette analogie remarquable ne subsiste que sous

un certain point de vue. Nous savons, en effet : 1° que les capacités calorifiques ne sont pas rigoureusement indépendantes de la température, tandis que les capacités électriques, par leur définition même, sont indépendantes du potentiel ; 2° que la capacité calorifique d'un corps est proportionnelle à son volume, c'est-à-dire, pour des solides semblables, au cube des dimensions homologues ; la capacité électrique varie proportionnellement à la première puissance de ces dimensions ; 3° que la capacité calorifique est proportionnelle à un coefficient spécifique, variable avec la *matière*, non avec la *forme* du corps, tandis que la capacité électrique d'un conducteur est indépendante de sa *matière* et proportionnelle à un coefficient spécifique, caractéristique de sa *forme* extérieure.

Ces restrictions établies, on pourra, en toute sûreté, traiter par analogie les questions d'électricité, en appliquant les théorèmes analogues démontrés pour la chaleur. La sphère d'épreuve, établie en communication lointaine avec un corps, jouera le rôle d'un *thermomètre à potentiels ;* et, quand elle sera choisie assez petite, elle donnera directement les potentiels, comme le thermomètre donne les températures et pour les mêmes motifs.

On voit de même que, quand deux corps sont au même potentiel (même température électrique), il ne peut passer d'électricité de l'un sur l'autre par voie de communication lointaine ; que s'ils sont à des potentiels différents, l'électricité passera du corps à haut potentiel sur le corps à faible potentiel, etc.

INFLUENCE ÉLECTRIQUE. — Jusqu'ici nous n'avons considéré que des corps assez éloignés pour que leur action réciproque soit négligeable. Mais le problème de l'équilibre électrique sur un système de conducteurs voisins est, en général, beaucoup plus compliqué ; le potentiel, sur chacun d'eux, dépend de la charge communiquée à tous les autres, et peut être considéré comme la somme d'autant de termes qu'il y a de corps distincts. Soient $M_1, M_2, \ldots$ les charges de ces divers corps ; $\rho_1\ \rho_2, \ldots$ les densités électriques correspondantes ; $V_1, V_2, \ldots$ les potentiels constants à l'intérieur de chacun de ces corps. On a, en désignant par $r_1, r_2, \ldots$ les distances d'un point quelconque

de la surface de l'un des corps du système à un point intérieur au corps 1,

$$V_1 = \int \frac{\rho_1 d\sigma_1}{r_1} + \int \frac{\rho_2 d\sigma_2}{r_2} + \ldots = A_1 + A_2 + \ldots.$$

Si l'on suppose que les charges deviennent respectivement $p_1 M_1$, $p_2 M_2$, ... sans que les distributions soient modifiées, les n termes dont se compose le potentiel V_1 deviendront respectivement $p_1 A_1, p_2 A_2, \ldots$, c'est-à-dire que chaque terme variera proportionnellement à la charge correspondante; V_1 est donc une fonction linéaire des charges des n corps du système, et il en est de même de V_2, V_3, ... :

$$(6) \qquad \left\{ \begin{array}{l} V_1 = K_1^1 M_1 + K_2^1 M_2 + \ldots, \\ V_2 = K_1^2 M_1 + K_2^2 M_2 + \ldots, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array} \right.$$

Il est facile de préciser le sens des coefficients des équations (6). Si l'on y fait $M_1 = 1$, $M_2 = M_3 = \ldots = 0$, elles se réduisent respectivement à

$$V_1 = K_1^1, \quad V_2 = K_1^2, \quad V_3 = K_1^3, \quad \ldots.$$

Les coefficients K_1^1, K_1^2, ... représentent donc les potentiels des n corps, quand on communique au premier une charge égale à l'unité, tous les autres étant primitivement à l'état neutre; en faisant $M_2 = 1$, $M_1 = M_3 = \ldots = 0$, on définirait de même le coefficient $K_2^1, \ldots$.

Il est à remarquer que les n^2 coefficients K ne sont pas tous distincts; on démontre (¹) que l'on a, en général,

$$K_p^q = K_q^p.$$

Si l'on résout les équations (6) par rapport aux charges, on voit que celles-ci sont des fonctions linéaires des potentiels

$$(7) \qquad \left\{ \begin{array}{l} M_1 = C_1^1 V_1 + C_2^1 V_2 + \ldots, \\ M_2 = C_1^2 V_1 + C_2^2 V_2 + \ldots. \end{array} \right.$$

(¹) *Voir* MAXWELL, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, t. I, p. 91; London, 1875.

Les coefficients C donnent lieu aux mêmes observations que les coefficients K; le coefficient C_p^q représente la charge du conducteur p quand le conducteur q est au potentiel 1, tous les autres étant au potentiel zéro, c'est-à-dire en communication avec le sol. On a encore

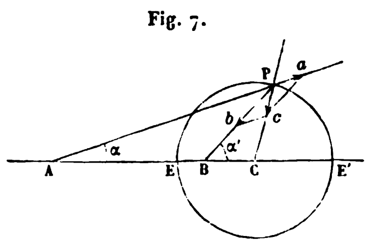
$$C_p^q = C_q^p;$$

enfin, chacun de ces coefficients joue un rôle analogue à la capacité électrique d'un conducteur unique.

Le problème général de l'influence et de la détermination des coefficients C et K est extrêmement difficile. Nous nous bornerons à l'étude de quelques cas particuliers élémentaires.

INFLUENCE D'UN POINT ÉLECTRISÉ SUR UNE SPHÈRE. — IMAGES ÉLECTRIQUES. — Considérons deux points A et B possédant respectivement des charges $+m$ et $-n$; nous supposerons, pour préciser, $m > n$. La surface équipotentielle de potentiel zéro est déterminée par la condition

Fig. 7.



$$(8) \qquad \frac{m}{r} = \frac{n}{r'};$$

nous avons démontré (p. 30*) que c'est une sphère (*fig.* 7) dont le centre C est à des distances de A et de B ayant pour valeurs respectives

$$(9) \qquad AC = \frac{m^2 AB}{m^2 - n^2}, \quad BC = \frac{n^2 AB}{m^2 - n^2},$$

et dont le rayon R est

$$(10) \qquad R = \frac{mnAB}{m^2 - n^2} = \sqrt{AC.BC}.$$

Si l'on supprime le point B, et qu'on substitue à la surface équipotentielle de rayon R une sphère conductrice en communication avec le sol, celle-ci prendra (p. 31*), sous l'influence du point A, une charge égale à $-n$. Nous supposons données la charge m du point A, la distance $AC = d$ du point A au centre

de la sphère. Nous nous proposons d'abord de déterminer la charge $-\mathrm{M}' = -n$ de la sphère.

Des équations (9) et (10) on tire

$$\frac{n}{m} = \frac{\mathrm{R}}{d},$$

$$\mathrm{M}' = n = m\frac{\mathrm{R}}{d}. \tag{11}$$

La charge $-\mathrm{M}'$ varie proportionnellement à la masse électrique influente et en raison inverse de sa distance au centre de la sphère.

Cherchons maintenant comment cette charge est distribuée. Puisque la sphère est une surface de niveau, la force résultante en un point quelconque, très-voisin de sa surface, est dirigée normalement à celle-ci. Soit ρ la densité électrique au point P; l'unité d'électricité positive placée en P est soumise à une force résultante, dont la valeur comptée vers l'extérieur est $4\varpi\rho$; on a donc

$$\mathrm{P}c = -4\varpi\rho. \tag{12}$$

Mais, d'une part, la distribution portée par la sphère produit à l'extérieur le même effet qu'une charge égale concentrée au point B (*voir* p. 31*); elle exerce donc sur l'unité d'électricité une force attractive

$$\mathrm{P}b = \frac{n}{\overline{\mathrm{PB}}^2}. \tag{13}$$

D'autre part, l'action du point A est répulsive et a pour valeur

$$\mathrm{P}a = \frac{m}{\overline{\mathrm{PA}}^2}. \tag{14}$$

Pc est la résultante de ces deux forces et, par suite, la droite bc est parallèle à AP, et les deux angles APB, Pbc sont égaux. De plus, d'après l'équation (8), on a

$$\frac{m}{\mathrm{PA}} = \frac{n}{\mathrm{PB}} \tag{8 bis}$$

et, par suite, d'après (13), (14) et (8 *bis*),

$$\frac{Pa}{Pb} = \frac{\frac{m}{PA}}{\frac{n}{PB}} \frac{PB}{PA} = \frac{PB}{PA}.$$

Les deux triangles APB, P*bc*, ayant un angle égal compris entre deux côtés proportionnels, sont semblables, d'où

$$\frac{Pc}{AB} = \frac{Pa}{PB},$$

$$(15) \qquad Pc = AB\frac{Pa}{PB} = (AC - BC)\frac{Pa}{PB}.$$

Il ne reste qu'à substituer, dans l'équation (15), les valeurs

$$Pc = -4\varpi\rho, \quad AC = d, \quad BC = \frac{R^2}{d}, \quad Pa = \frac{m}{PA^2}, \quad PB = \frac{n}{m}PA,$$

tirées des équations (12), (10), (14) et (8 *bis*); on obtient

$$(16) \qquad \rho = -\frac{1}{4\varpi}\frac{d^2 - R^2}{R}\frac{m}{PA^3}.$$

La densité électrique au point P varie en raison inverse du cube de sa distance du point A.

Ainsi se trouve complétement traitée l'étude de l'influence exercée, sur une sphère en communication avec le sol, par un point électrisé extérieur. Pour passer au cas de l'influence d'un point sur une sphère isolée, on remarquera : 1° qu'une charge électrique quelconque est d'elle-même en équilibre sur une sphère quand sa densité est uniforme; que, de plus, l'influence subie par un conducteur isolé ne modifie pas la *quantité* de la charge qu'il possède, mais seulement la distribution qu'elle affecte; 2° que deux charges séparément en équilibre sur un conducteur sont encore en équilibre quand on les superpose l'une à l'autre.

Soient donc M la charge totale, $-M' = -\frac{mR}{d}$ celle qui serait maintenue sur la sphère par l'influence du point A, si la

sphère était en communication avec le sol. La distribution réelle pourra être considérée comme la somme de la distribution $-M'$, dont la densité en chaque point est en raison inverse du cube de la distance au point A, et de la distribution $M+M'$, de densité uniforme.

Si l'on suppose notamment que la sphère est primitivement à l'état neutre, la densité électrique en un point quelconque aura pour valeur

$$\rho=\frac{m}{4\varpi R}\left(\frac{1}{d}-\frac{d^2-R^2}{PA^3}\right).$$

Au point E de la sphère le plus voisin de A, on a

$$PA=d-R \quad \text{et} \quad \rho_E=\frac{m}{4\varpi}\frac{R-3d}{d(d-R)^2}.$$

Cette densité est négative. Au point E', diamétralement opposé, on a

$$\rho_{E'}=\frac{m}{4\varpi}\frac{R+3d}{d(d+R)^2};$$

la densité est positive. La ligne neutre est déterminée par la relation

$$\frac{1}{d}-\frac{d^2-R^2}{\overline{PA}^3}=0,$$

$$PA=\sqrt[3]{d(d^2-R^2)}.$$

Cette équation représente un cercle dont le plan est perpendiculaire à la ligne AB, et qui divise la sphère en deux zones inégales. La surface de la zone négative est la plus faible; elle tend vers zéro, quand le point influençant se rapproche indéfiniment, et vers la moitié de la surface de la sphère, quand le point s'éloigne à l'infini.

Quand la charge M de la sphère est positive, la densité ρ est

$$(17) \qquad \rho=\frac{1}{4\varpi R}\left(\frac{M}{R}+\frac{m}{d}-m\frac{d^2-R^2}{\overline{AP}^3}\right).$$

Si l'on suppose M et m donnés et d variable, pour une valeur très-grande de d, la densité sera positive, en tous les points de

la sphère; cette densité s'annulera au point E pour une valeur de d déterminée par l'équation

$$\frac{M}{R} + \frac{m}{d} - m\frac{d+R}{(d-R)^2} = 0,$$

qui n'admet qu'une seule racine positive entre R et $+\infty$. Enfin, pour des valeurs moindres de d, la densité E sera négative, et il y aura une ligne neutre dont on obtiendra l'équation en égalant à zéro la quantité entre parenthèses dans l'équation (17).

Tous les résultats qui précèdent sont applicables à l'influence exercée sur une grande sphère conductrice par une très-petite sphère isolée.

Nous n'avons considéré jusqu'ici que l'influence exercée par un point extérieur. On peut suivre la même marche pour étudier l'influence exercée par un point intérieur à la sphère. Si l'on revient à la considération des deux points A et B possédant les charges $+m$ et $-n$, et que l'on supprime le point A, l'effet produit sur les points intérieurs à la sphère C ne sera pas changé, si l'on remplace cette surface par une surface sphérique conductrice en relation avec le sol. Celle-ci prendra sur sa face interne une charge égale à $+n$, et, comme le conducteur est tout entier au potentiel zéro, l'action exercée à l'extérieur, par l'ensemble du point B et de la distribution portée par la sphère, sera nulle. Cette distribution possède, en chaque point, une densité égale et contraire à celle qui serait produite par l'influence de la charge m placée en A; par suite, sa densité ρ est donnée par l'équation (16); mais on peut en trouver une expression, en fonction de la distance BC $= d'$, à l'aide des mêmes relations qui ont servi à établir l'équation (16)

$$\rho = \frac{1}{4\varpi}\frac{R^2 - d'^2}{R}\frac{n}{\overline{PB}^3}.$$

On voit que l'influence de la charge positive m placée en A est la même que celle de la charge négative $-n = -m\frac{R}{d}$ placée en B. Les points A et B sont dits conjugués par rapport à la sphère. M. Thomson appelle le point B l'*image électrique* du point A, et inversement.

La considération des images électriques sert pour la transformation d'un certain nombre de problèmes d'électricité; un corps quelconque, extérieur à une sphère, pourra être remplacé, au point de vue de l'influence, par un autre intérieur à la sphère, et qui sera l'image du premier. M. W. Thomson [1] est parvenu, par une méthode purement géométrique fondée sur la considération de ces images, à étudier l'influence réciproque exercée par deux sphères. Cette question n'avait été résolue par Poisson [2] qu'à l'aide d'une analyse extrêmement laborieuse.

INFLUENCE SUR UN CORPS PRÉSENTANT DES CAVITÉS INTÉRIEURES. — ÉCRANS ÉLECTRIQUES. — Soit un conducteur fermé en relation avec le sol et présentant à son intérieur une ou plusieurs cavités. La surface interne de l'une quelconque d'entre elles est au potentiel zéro comme le conducteur lui-même, et la force électrique qui s'exerce en un point quelconque de la masse conductrice est nulle. Il en résulte que, s'il y a des masses électriques dans l'une des cavités, leur action en un point du conducteur est exactement contre-balancée par la distribution électrique appelée par influence sur la surface qui limite la cavité.

Il est aisé de voir que cette distribution a une quantité égale et un signe contraire à la somme algébrique M des masses électriques contenues dans la cavité; car, pour rétablir l'action des masses M à l'extérieur, il suffirait de ramener la paroi de la cavité à l'état neutre, et la distribution ainsi ajoutée, placée sur une surface de niveau et remplaçant à l'extérieur les masses M, doit posséder, d'après le théorème de Green, une quantité égale $+M$. La distribution qu'elle neutralise a donc une quantité $-M$.

Passons maintenant au cas d'un conducteur isolé. Un rai-

---

(1) W. Thomson, *Reprint of papers on Electricity and Magnetism* (*Geometrical investigations with reference to the distribution of electricity on spherical conductors*), p. 52 et suiv.; London, 1872.

(2) Poisson, *Mémoires de l'Institut*, 1811, p. 1 et 163. L'équation de Poisson a été résolue, par Cayley, d'une manière simple. (Voir *Journal de Physique*, t. VII.) Riemann, à son tour, a développé une méthode mixte, dans laquelle l'analyse de Poisson se trouve extrêmement simplifiée par la considération des images électriques (Riemann, *Schwere, Elektricität und Magnetismus*, bearbeitet von Hattendorff, p. 189 et suiv.; Hannover, 1876.)

sonnement analogue au précédent établit que la paroi interne de chaque cavité doit porter la distribution — **M**, égale et contraire à la somme des masses électriques intérieures. On sait d'ailleurs que l'influence ne modifie pas la charge d'un conducteur isolé : si celui que nous considérons possédait primitivement une charge N en équilibre sur sa surface externe, il doit conserver une charge totale N; et, comme l'ensemble des surfaces des cavités porte la charge $\Sigma(-\mathbf{M})$, la charge en équilibre sur la surface externe est

$$N + \Sigma M.$$

Si l'influence exercée sur le conducteur, isolé ou non, est produite par des masses électriques extérieures, l'électricité se distribue sur sa surface externe, de telle sorte que la force exercée en tout point intérieur soit nulle : elle est donc nulle aussi à l'intérieur des cavités que le corps peut présenter. Cette dernière propriété est utilisée pour protéger contre l'influence des objets extérieurs les appareils électriques délicats, tels qu'électromètres, etc. Il suffit de les entourer d'une feuille d'étain, qu'on jette dessus n'importe comment, pourvu qu'elle les environne de toutes parts. Cette enveloppe métallique s'appelle un *écran électrique*.

APPLICATIONS DIVERSES. — Soit un conducteur creux A, presque fermé, comme, par exemple, la sphère de Biot. Un tel conducteur ne jouit pas rigoureusement, mais il jouit physiquement des propriétés d'un conducteur présentant une cavité intérieure : l'électricité qu'on lui communique se porte, à très-peu près entièrement, sur sa surface extérieure; et, s'il y a des masses électriques dans son intérieur, elles appellent sur la surface qui les enveloppe une quantité égale d'électricité contraire, qui neutralise leur effet au dehors.

Supposons que la capacité électrique du corps A soit connue, et qu'on ait le moyen de mesurer son potentiel et, par suite, sa charge *libre*. On pourra déterminer la charge que possède un corps P quelconque, conducteur ou non, susceptible d'être introduit dans son intérieur. Nous supposerons A isolé et à l'état neutre. Le corps P appellera par influence sur la cavité

intérieure de A une charge égale et de signe contraire à la sienne, tandis qu'une quantité égale et de même signe se distribuera à la surface externe et produira un potentiel qu'on pourra mesurer. Quand le corps P est conducteur, on peut aussi l'amener en contact avec la surface interne de A; la charge qui s'y trouve appelée par influence neutralise la charge de P, et il ne reste sur A que la charge, égale à celle de P, distribuée librement à la surface extérieure. On résume ce phénomène complexe en disant que l'électricité de P s'est portée à la surface extérieure de A.

On peut profiter de la même propriété pour ajouter algébriquement les charges électriques de corps quelconques. Si on les plonge simultanément dans l'intérieur de A, une quantité d'électricité, égale à la somme algébrique de leurs charges, apparaîtra à la surface extérieure de ce corps; et si cette somme est nulle, cette surface demeurera à l'état neutre. C'est ce qui se produira, par exemple, avec deux corps isolés que l'on frotte l'un contre l'autre pour développer de l'électricité. Il ne sera plus besoin de recourir alors à des mesures de potentiel : il suffira de constater, à l'aide d'un électroscope sensible, que la surface extérieure de A est à l'état neutre.

On peut donner au corps A la forme d'un cylindre très-allongé, ouvert aux deux bouts. Physiquement, le cylindre peut être considéré comme un conducteur fermé, dès que sa longueur dépasse quatre ou cinq fois son diamètre.

CONDENSATEUR SPHÉRIQUE FERMÉ. — Considérons deux sphères A et B, concentriques et de rayons R et $R+e$. Supposons que l'on porte A au potentiel V, par exemple en le mettant en relation avec une source électrique connue, et que B communique avec le sol. Les deux sphères prendront des charges égales et contraires $+M$ et $-M$, faciles à déterminer. En effet, le potentiel au centre de la sphère B a pour valeur

$$V = M\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+e}\right) = \frac{Me}{R(R+e)},$$

d'où

$$M = RV\frac{R+e}{e}.$$

Si la sphère A était seule et au potentiel V, elle prendrait une charge

$$m = \mathrm{RV}.$$

L'introduction de la sphère B au potentiel zéro peut donc être considérée comme produisant une simple modification de la capacité de la sphère A, laquelle augmente dans le rapport

$$\frac{\mathrm{M}}{m} = \frac{\mathrm{R}+e}{e};$$

ce rapport est souvent désigné sous le nom de *force condensante*.

Si l'on porte A au potentiel V, B au potentiel V′, ces corps prennent respectivement des charges M et M′ qui se distribuent régulièrement sur leurs surfaces. On a [1]

$$\mathrm{V} = \frac{\mathrm{M}}{\mathrm{R}} + \frac{\mathrm{M}'}{\mathrm{R}+e}, \quad \mathrm{V}' = \frac{\mathrm{M}+\mathrm{M}'}{\mathrm{R}+e};$$

d'où

$$\mathrm{M} = (\mathrm{V}-\mathrm{V}')\frac{\mathrm{R}(\mathrm{R}+e)}{e}, \quad \mathrm{M}' = \frac{\mathrm{R}+e}{e}[(\mathrm{R}+e)\mathrm{V}' - \mathrm{RV}].$$

Pour $\mathrm{V}=\mathrm{V}'$, $\mathrm{M}=0$, et $\mathrm{M}' = (\mathrm{R}+e)\mathrm{V}'$; le conducteur interne est comme s'il n'existait pas; la sphère B garde sa capacité.

Pour $\mathrm{V} \gtrless \mathrm{V}'$, l'expression de M prend la même forme que pour $\mathrm{V}=0$; la charge de l'armature interne est celle que posséderait un corps de capacité $\frac{\mathrm{R}(\mathrm{R}+e)}{e}$ porté au potentiel $\mathrm{V}'-\mathrm{V}$. A ce point de vue, les valeurs de V et de V′ sont indifférentes, pourvu que leur différence soit constante. Par exemple, si l'on charge un condensateur sphérique avec une machine de Holtz, la charge de l'armature interne, mise en relation avec le pôle positif de la machine, conservera la même valeur, soit que le pôle négatif de la machine et l'armature externe de la bouteille communiquent au sol, ou que ce pôle soit directement en relation avec l'armature extérieure isolée.

(1) Ces formules, résolues soit par rapport à V et V′, soit par rapport à M et M′, fournissent un exemple remarquable de la détermination des coefficients d'induction (*voir* p. 39* et 40*). On peut vérifier sur ce cas particulier les relations $\mathrm{K}_p^q = \mathrm{K}_q^p$, $\mathrm{C}_p^q = \mathrm{C}_q^p$, que nous avons annoncées.

Quant à la charge M′ de l'armature extérieure, elle diffère de — M d'une quantité égale à $(R+e)V'$, c'est-à-dire à la charge qu'elle recevrait, si elle était seule, d'une source au potentiel V′. Dès que la différence $V'-V$ est notable, et pourvu que R soit grand par rapport à e, cette charge est négligeable par rapport à M, et l'on peut admettre pratiquement que les deux armatures possèdent la même charge.

Au même degré d'approximation, on peut négliger $R(V-V')$ et écrire la valeur de M

$$(17)\qquad M=(V-V')\frac{R^2}{e}=\frac{(V-V')S}{4\varpi e};$$

S est la surface $4\varpi R^2$ de l'armature interne.

Le condensateur sphérique étant chargé et isolé, si l'on met son armature externe en communication avec le sol, elle conserve une charge résiduelle M'_1 donnée par la relation

$$\frac{M'_1+M}{R+e}=0,\quad M'_1=-M.$$

La quantité d'électricité qui s'est écoulée dans le sol est donc égale à l'excès primitif de M′ sur — M : c'est la charge *libre* sur cette armature ; elle était distribuée exclusivement sur sa surface extérieure.

Si l'on avait mis d'abord l'armature interne en communication avec le sol, on aurait eu, en appelant M_1 sa charge résiduelle,

$$\frac{M_1}{R}+\frac{M'}{R+e}=0,$$

et la quantité d'électricité écoulée dans le sol aurait été

$$M-M_1=VR;$$

cette quantité, égale à la charge qu'aurait reçue d'une source au potentiel V l'armature interne supposée seule, était, comme le reste de la charge, entièrement distribuée sur la surface externe de l'armature, car il ne peut y avoir d'électricité *libre* sur un conducteur contenu dans la cavité d'un autre conducteur. Cette simple observation doit mettre en garde contre les asser-

tions trop générales déduites de l'ancienne théorie des condensateurs.

On reconnaîtrait sans peine que, si l'on met alternativement les deux armatures du condensateur isolé en relation avec le sol, les charges successivement conservées par chacune des armatures décroissent en progression géométrique. Les charges des deux armatures sont égales entre elles après chaque contact de l'armature externe, inégales après chaque contact de l'armature interne.

CONDENSATEURS FERMÉS QUELCONQUES. — On trouve aisément une formule approchée relative aux condensateurs fermés, dont les deux armatures sont portées aux potentiels V et V', quand l'épaisseur de la couche isolante est invariable et suffisamment mince. En effet, les deux armatures sont, dans ce cas, deux surfaces équipotentielles infiniment voisines, et, puisque leur distance normale est partout la même et égale à e, la force électrique en un point quelconque, compris entre les deux surfaces et très-voisin de l'armature interne, a pour expression approchée $\frac{V'-V}{e}$; cette force a d'ailleurs pour expression rigoureuse $-4\varpi\rho$: on a donc, avec un degré suffisant d'approximation,

$$\frac{V'-V}{e} = -4\varpi\rho.$$

Soient S la surface de l'armature interne, M sa charge; puisque la densité électrique ρ est rigoureusement constante sur toute l'étendue de la surface conductrice, on a

$$(18) \qquad M = \rho S = \frac{S}{4\varpi e}(V - V').$$

Quant à l'armature extérieure, sa charge diffère de la charge M d'une quantité égale à la charge que la source au potentiel V' communiquerait à cette armature si elle était seule. Mais cet excès est négligeable, vu la grandeur de M, dès que V — V' n'est pas très-petit.

La formule (18), qui donne la charge M, est identique à celle

que nous avons trouvée, au même degré d'approximation, pour les condensateurs sphériques.

Remarquons que la capacité $\frac{S}{4\varpi e}$ d'un condensateur, proportionnelle à sa surface et en raison inverse de l'épaisseur de la couche isolante, ne dépend pas de la forme de l'armature; au contraire, la capacité C de l'armature interne supposée seule dépend essentiellement de sa forme. La force condensante $\frac{S}{4\varpi e C}$ est donc le rapport de deux quantités qui ne sont guère comparables, et sa détermination n'a d'intérêt réel que dans des cas particuliers.

Bien qu'un condensateur rigoureusement fermé soit irréalisable, on peut admettre que la théorie qui précède se rapproche beaucoup de celle des condensateurs réels, et qu'elle est applicable même à un condensateur à plateaux, pourvu que ceux-ci soient très-larges par rapport à la distance qui les sépare. Les irrégularités produites soit par l'ouverture pratiquée dans l'armature externe pour laisser passer le conducteur aboutissant à l'armature interne, soit par les bords du condensateur à plateau, etc., sont de nulle importance eu égard aux perturbations bien plus graves résultant de l'emploi des milieux isolants ou *diélectriques,* dont le rôle est très-complexe et imparfaitement connu.

CHAPITRE III.

ÉLECTROMÈTRES.

Méthodes électrométriques de Coulomb. — Électromètre absolu de M. W. Thomson. — Électromètre portatif et électromètre à longue échelle de M. W. Thomson. — Électromètre à quadrants de M. W. Thomson. — Électromètre de Branly. — Dispositions adoptées pour l'électricité atmosphérique.

Le but que l'on se propose, dans la construction des électromètres, est très-variable. Suivant qu'on veut mesurer des charges ou des potentiels faibles ou considérables, obtenir des mesures absolues ou seulement des indications relatives, la forme des électromètres et le principe même de leur construction peuvent être absolument différents.

Nous ne chercherons pas à donner une classification comprenant tous les électromètres (1); nous nous bornerons à appliquer les notions théoriques que nous avons acquises à l'étude de quelques-uns des appareils les plus intéressants.

MÉTHODES ÉLECTROMÉTRIQUES DE COULOMB. — Coulomb a employé deux méthodes de mesure, la méthode de la balance et la méthode des oscillations. L'une et l'autre peuvent être employées à la mesure absolue des potentiels.

1° *Balance de Coulomb* (2). — Pour mesurer, au moyen de

(1) *Voir* une classification de ce genre dans l'ouvrage de M. W. Thomson (*Reprint of papers on electrostatics and magnetism*, London, 1872, p. 260). L'important Mémoire ayant pour titre *Report on electrometers and electrostatic measurements* nous a servi de guide principal dans tout ce qui suit (*Reprint of papers*, p. 260 à 310).

(2) *Voir* t. Ier, p. 370.

la balance, le potentiel V d'une source constante d'électricité, on commencera par déterminer en milligrammes la force qu'il faut appliquer à l'extrémité du levier mobile de la balance pour tordre le fil d'un certain angle. On remplacera le disque de clinquant par une boule égale à la boule fixe, puis on chargera séparément les deux boules en les mettant en relation avec la source : elles prendront des charges m égales. Il faut que leur distance d soit assez grande, par rapport à leur rayon r, pour que l'influence qu'elles exercent l'une sur l'autre soit absolument négligeable.

La force répulsive des deux boules, mesurée en unités absolues, a pour expression

$$F = \frac{m^2}{d^2}.$$

D'ailleurs le potentiel V de la source est égal à $\frac{m}{r}$, et l'on a par conséquent

$$F = \frac{m^2}{r^2}\frac{r^2}{d^2} = V^2\frac{r^2}{d^2}, \quad V = \frac{d}{r}\sqrt{F}.$$

On peut, par exemple, maintenir, par une torsion convenable du fil, les deux boules à une distance invariable d. Alors les potentiels seront entre eux comme les racines carrées des angles de torsion.

Si l'on ne se propose d'effectuer que des mesures relatives, on pourra remplacer la boule mobile par le disque de clinquant ordinaire ou par tout autre petit conducteur de capacité c arbitraire; la charge m' de ce conducteur sera $m' = cV$, et par suite on aura

$$V = \frac{d}{\sqrt{cr}}\sqrt{F};$$

V sera toujours proportionnel à la racine carrée de F.

Le défaut de la balance de Coulomb, c'est de se prêter malaisément à une mesure précise de la distance d des boules, et, comme d est nécessairement assez grand, les forces mesurées F ne sont notables que pour des valeurs considérables du potentiel V.

2° *Méthode des oscillations* (1). — On pourrait encore effectuer des mesures absolues en employant la deuxième méthode de Coulomb, la méthode des oscillations. Il suffirait de faire osciller une petite sphère, chargée au moyen de la source au potentiel V que l'on veut déterminer, à une assez grande distance d'une grosse boule électrisée. Pour qu'il y ait attraction, il faut que la boule fixe soit maintenue à un potentiel connu V_0, de signe contraire à celui de la source. Soient R et r les deux rayons; on aurait

$$V = - F \frac{d^2}{R r V_0}.$$

La valeur absolue de la force F serait calculée à la manière ordinaire, d'après la durée de l'oscillation et la valeur du moment d'inertie du système oscillant.

Dans le cas actuel, la distance d est mieux connue que pour la balance, et les mêmes simplifications se présentent quand on ne veut effectuer que des mesures relatives; mais il est nécessaire de disposer d'une source à potentiel V_0 invariable, et la méthode manque toujours de précision, quand les potentiels à mesurer sont peu considérables.

ÉLECTROMÈTRE ABSOLU DE M. W. THOMSON (2). — Pour mesurer, en unités absolues, des potentiels très-faibles, M. Thomson a créé une balance à très-petite distance, formée de deux plateaux conducteurs voisins A et B, dont l'un A est à un potentiel fixe V_0, tandis que l'autre B est mis en relation avec la source dont on veut mesurer le potentiel V. Les deux plateaux, supposés indéfinis, constituent deux surfaces de niveau planes et parallèles; ils sont revêtus de couches électriques de densités ρ, $-\rho$, égales et de signes contraires, et constantes dans toute l'étendue d'un même plateau; de telle sorte que les charges de A et de B, rapportées à l'unité de surface, sont elles-mêmes égales et de signes contraires.

---

(1) *Voir* t. Ier, p. 377.

(2) THOMSON, *Reprint of papers on electrostatics and magnetism*, p. 287.

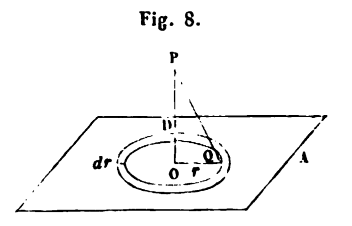
Pourvu que la distance D des deux plateaux soit suffisamment petite, la densité ρ est donnée par la relation

$$(1) \qquad \frac{V - V_0}{D} = -4\varpi\rho.$$

En effet, le second membre de cette équation (1) représente rigoureusement la force exercée en un point situé dans l'intervalle des deux plateaux et très-voisin de la surface supérieure de A; quant au premier membre, il représente aussi cette quantité, mais seulement à la limite, quand les deux plateaux peuvent être considérés comme des surfaces de niveau infiniment voisines.

Nous nous proposons de calculer l'attraction F exercée par le plateau A, supposé indéfini, sur une portion de surface de B égale à S. Pour cela nous chercherons d'abord l'action exercée par le plateau A sur l'unité d'électricité de nom contraire placée en un point P du second plateau (*fig.* 8).

Fig. 8.



Abaissons du point P la perpendiculaire PO sur le plateau A et décomposons la surface de celui-ci en zones annulaires ayant pour centre le point O. La zone comprise entre les circonférences de rayons r et $r + dr$ a pour surface $2\varpi r dr$, contient une quantité d'électricité $2\varpi r dr . \rho$, agissant à une distance $PQ = \sqrt{D^2 + r^2}$, et exerce une action $d\varphi$ qui est dirigée suivant PO, par raison de symétrie :

$$d\varphi = 2\varpi r dr . \rho \frac{1}{D^2 + r^2} \frac{D}{\sqrt{D^2 + r^2}} = 2\varpi\rho D \frac{r dr}{(D^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Pour obtenir l'action totale φ, il faut ajouter l'action de toutes les zones, c'est-à-dire intégrer l'expression précédente entre les limites $r = 0$ et $r = \infty$,

$$\varphi = 2\varpi\rho D \int_0^\infty (D^2 + r^2)^{-\frac{3}{2}} r dr.$$

La valeur de l'intégrale est $\frac{1}{D}$, et par suite

$$\varphi = 2\varpi\rho.$$

Il suffit actuellement de remarquer que la charge portée par la surface S, appartenant au plateau supérieur, est égale, en valeur absolue, à ρS. La force attractive F à laquelle cette surface est soumise est donc, en tenant compte de la valeur de ρ donnée par l'équation (1),

$$(2) \qquad F = 2\varpi\rho.\rho S = \frac{S}{8\varpi}\left(\frac{V-V_0}{D}\right)^2.$$

Si l'on parvient à mesurer F, on aura la différence des potentiels $V - V_0$

$$(3) \qquad V - V_0 = D\sqrt{\frac{8\varpi F}{S}}.$$

Comme on peut rendre très-petite la distance D et par suite le rapport $\frac{D}{\sqrt{S}}$, on mesurera, par des forces attractives F considérables, de très-faibles différences de potentiel. Mais cette mesure exige pour être précise :

1° Que l'on ait recours à une disposition supprimant l'irrégularité de distribution au voisinage des bords du plateau attiré; car nous avons supposé la densité ρ rigoureusement constante en tous ses points;

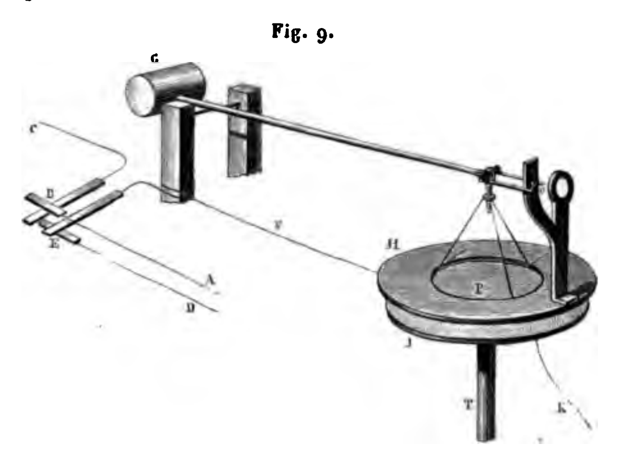
2° Que l'on dispose d'une source fixe dont le potentiel V_0 doit se maintenir absolument invariable; car, comme ρ est nul avec $V - V_0$, on est obligé, par la nature même de l'appareil, d'avoir recours à une source autre que celle dont on veut mesurer le potentiel V;

3° Enfin que l'on mesure D avec une entière précision, puisque la moindre erreur sur la valeur de cet élément entraîne une erreur considérable sur celle de $V - V_0$.

De la nécessité de remplir rigoureusement ces trois conditions résulte une assez grande complication de l'électromètre absolu, amplement rachetée, il est vrai, par son excessive exactitude.

1° *Anneau de garde.* — Pour supprimer l'effet des bords du plateau suspendu, M. Thomson a eu l'ingénieuse idée de découper dans le plateau supérieur un disque central P (*fig.* 9) qui est seul suspendu, et se trouve entouré d'une portion annulaire fixe H, à laquelle M. Thomson donne le nom d'anneau de garde (*guard-ring*). Le jeu entre le disque et son anneau est très-faible; et quand tous deux sont portés au même potentiel, la distribution électrique qu'ils possèdent est en quelque sorte continue, pourvu qu'ils soient rigoureusement dans le même plan.

Fig. 9.



La *fig.* 9 représente l'une des dispositions que l'on peut donner à un anneau de garde. Le plateau P est suspendu à un levier G par des fils isolants et équilibré par un contre-poids. Le levier se termine par une fourchette horizontale dans laquelle est tendu un cheveu très-fin *o*. On s'assure, au moyen d'une loupe, que ce cheveu se projette dans l'intervalle de deux points noirs très-rapprochés, portés par une tige verticale. Quand cette condition est réalisée, le disque est dans le plan de l'anneau de garde.

Dans l'électromètre absolu que nous avons à décrire, la disposition est un peu plus compliquée : le plateau central D (*fig.* 10) est attaché à trois petits ressorts d'acier en forme de fléau de balance, réunis à la tige verticale *o* par l'intermédiaire

d'une matière isolante. On relève cette tige à volonté au moyen de la vis micrométrique b dont on compte les tours à l'aide d'une petite règle, et les fractions de tour par un tambour de tête. Des loupes permettent de viser entre deux pointes p : quand le plateau D est dans le plan de l'anneau de garde P,

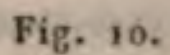


Fig. 10.



on doit voir entre les pointes l'image d'un fil tendu horizontal, porté par le plateau D, et mobile entre deux points noirs. La force à laquelle le plateau se trouve soumis par suite de la déformation des ressorts est proportionnelle au déplacement de la vis b; et l'on peut déterminer sa valeur absolue en chargeant le plateau D de poids, quand l'appareil n'est pas électrisé, de manière à produire une déformation quelconque du ressort, mesurée par la vis.

Le plateau de garde est en communication par les supports *c*, *c'* avec l'armature intérieure d'une bouteille de Leyde dans laquelle est logé tout l'appareil. Cette armature est maintenue à un potentiel fixe V_0 par les procédés que nous indiquerons tout à l'heure. Un ressort conducteur très-léger, s'appuyant sur le pied conducteur *i*, établit la communication du plateau D avec l'anneau de garde P.

Le plateau P', mobile par la vis B, est en relation par le ressort *f* avec une tige K conductrice qui est fixée par un support isolant sur la base de la bouteille, et que l'on met en communication avec la source dont on veut mesurer le potentiel V'.

2° *Reproducteur et jauge.* — Si la jarre qui renferme les plateaux est d'un verre peu hygrométrique, elle peut conserver très-longtemps sa charge; mais il faut avoir le moyen de porter, à un instant quelconque, son armature interne à un potentiel fixe V_0, et de s'assurer que cette condition est exactement remplie.

On charge la jarre à l'aide d'une petite machine électrique portée par l'appareil en *l*, *m*, *n* (*fig.* 10) et qu'on appelle le *reproducteur de charge* (*replenisher*). Cette petite machine fonctionne par influence, et, suivant qu'on tourne le bouton *l* dans un sens ou dans l'autre, on élève ou l'on abaisse à volonté le potentiel produit (¹).

(¹) Le reproducteur se compose essentiellement de deux morceaux de métal réunis à l'axe *l* de rotation par une tige isolante. Ces morceaux de métal tournent entre deux plaques métalliques *m* et *n*, munies chacune d'un ressort, isolées l'une de l'autre, et communiquant chacune avec une des armatures de la jarre. Dans l'intervalle des plaques sont deux autres ressorts isolés et reliés entre eux par un fil de métal. Quand on fait tourner l'axe *l*, les morceaux de métal frottent à chaque révolution contre les quatre ressorts.

Considérons, par exemple, le morceau de métal *a* en contact avec le ressort de la plaque *n* : il est à l'état neutre, puisqu'il est à l'intérieur d'un corps électrisé; quand il touche ensuite le premier resort isolé *c*, il est sous l'influence de l'armature qu'il quitte et dont il est encore en partie enveloppé, chargé par conséquent d'électricité contraire (soit positive), tandis que de l'électricité de même nom se trouve repoussée sur le deuxième ressort isolé *d* : le corps *a* va porter cette électricité positive à la plaque *m*, c'est-à-dire à l'armature de la bouteille qui est positive déjà; la charge de celle-ci augmente donc à chaque révolution.

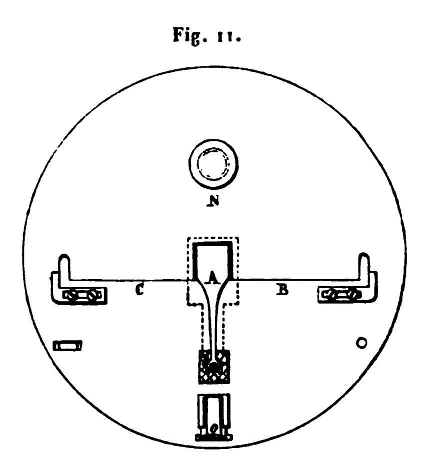
Si la révolution avait lieu en sens inverse, le signe de l'électricité emportée

La jauge J, représentée à part (*fig.* 11), est une petite plaque d'aluminium très-légère A, suspendue par le fil BC dans une ouverture de même forme pratiquée dans un plateau fixe. Cette plaque est munie d'un levier portant une fourchette avec fil tendu dont on observe la position avec la loupe *o*.

La plaque A est attirée par le plateau, lequel est en communication avec le plateau de garde P (*fig.* 10), par une tige conductrice. On règle la charge fournie par le reproducteur, de sorte que le fil de la jauge se maintienne entre ses repères. On a ainsi, sur l'armature interne et sur l'anneau de garde, un potentiel constant V_0.

3° *Méthode de mesure.* — Il est difficile de mesurer exactement la distance D; mais la vis micrométrique B permet de mesurer avec beaucoup de précision les déplacements verticaux imprimés au plateau P'. Quand on veut seulement mesurer la

Fig. 11.



différence de deux potentiels V' et V, on met le plateau P' en relation avec la source au potentiel V, et l'on fait tourner la vis *b* jusqu'à ce que le disque mobile soit dans le plan de l'anneau

par le morceau de métal *a* se trouverait changé, puisqu'il arriverait à la plaque *n* en venant du deuxième ressort *d*, où il prend une charge négative; par suite, la charge de la bouteille diminuerait à chaque révolution.

de garde; le déplacement de cette vis mesure la force F. Soit D la distance des deux plateaux, on a

$$V - V_0 = D\sqrt{\frac{8\varpi F}{S}};$$

on établit ensuite la communication du plateau P′ avec le corps à potentiel V′, et, sans toucher à la vis *b*, on fait tourner la vis B jusqu'à ce que le disque mobile se place de lui-même dans le plan de l'anneau de garde. La vis B ayant tourné d'une quantité *d* que l'on connaît exactement, la distance des deux plateaux est $D + d$, et la force répulsive F, équilibrée par la tension du ressort, n'a pas varié; on a donc

$$V' - V_0 = (D + d)\sqrt{\frac{8\varpi F}{S}}.$$

Retranchant membre à membre ces deux équations, on a

$$(4) \qquad V' - V = d\sqrt{\frac{8\varpi F}{S}};$$

cette dernière équation ne renferme que des quantités très-exactement connues.

Pour déterminer V′ en valeur absolue, il suffit de faire $V = 0$, c'est-à-dire de mettre, dans la première expérience, le plateau P′ en communication avec le sol.

D'après la disposition de l'appareil, il est évident qu'il est surtout destiné à la mesure de potentiels faibles.

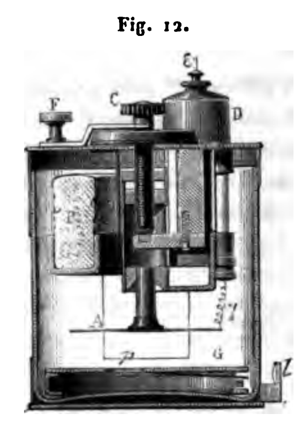
ÉLECTROMÈTRE PORTATIF ET ÉLECTROMÈTRE A LONGUE ÉCHELLE DE M. W. THOMSON. — L'électromètre absolu est un appareil trop parfait pour pouvoir être employé aux mesures courantes. M. Thomson l'a simplifié en remplaçant le plateau D et son anneau de garde par une simple jauge G; le plateau mobile A est alors à la partie supérieure; le reproducteur et sa jauge disparaissent (*fig.* 12). L'appareil ainsi modifié s'appelle *électromètre portatif* [1].

---

[1] *Reprint of papers*, p. 292.

Les mesures sont faites en mettant le plateau mobile A en communication, par la tige ε et le fil γ, d'abord avec le sol, puis avec le corps dont on veut mesurer le potentiel. L'emploi de la formule (4) n'est plus très-rigoureux dans ces conditions, mais on gradue l'appareil par comparaison avec un électromètre absolu. On charge la bouteille au moment de s'en servir, par exemple avec un électrophore.

Fig. 12.



P est de la pierre ponce imbibée d'acide sulfurique qui sert à maintenir absolument sec l'intérieur de l'appareil.

Un autre appareil de M. W. Thomson, fondé sur le même principe que les précédents, l'électromètre à longue échelle (1) sert à la mesure approximative des potentiels très-élevés. Il se réduit à un plateau fixe, isolé, en communication avec la source, et à une jauge en communication avec le sol.

ÉLECTROMÈTRE A QUADRANTS (2). — Mais le plus connu des électromètres de Thomson est son électromètre à quadrants, lequel ne fournit, il est vrai, que des mesures relatives, mais qui est d'une extrême sensibilité et d'un emploi particulièrement commode.

Principe. — La pièce essentielle de cet appareil est une aiguille très-légère en aluminium, que l'on porte à un potentiel constant assez élevé V_0. Elle est suspendue à l'intérieur d'une sorte de boîte métallique formée de quatre quadrants ou secteurs a, b, c, d, identiques entre eux (*fig.* 13). L'aiguille a la forme générale d'une sorte de 8. La suspension est telle que, quand les secteurs sont au même potentiel, le grand axe de l'aiguille coïncide avec la ligne de séparation de deux secteurs.

---

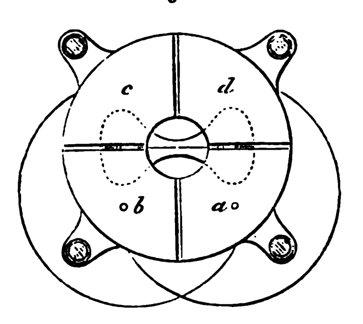
(1) *Reprint of papers*, p. 306.

(2) *Ibid.*, p. 262.

Supposons qu'on mette *a* et *c* en communication entre eux et avec une source à potentiel V; de même *b* et *d* avec une source à potentiel —V. L'aiguille est alors mobile dans un champ électrique tel que son axe, supposé dans la position initiale, le divise en deux moitiés parfaitement symétriques. L'aiguille ne doit se déplacer que très-peu, et sa forme a été choisie de façon que, malgré le déplacement de son axe, la symétrie ne soit pas notablement altérée.

Grâce à cette symétrie, la résultante des forces auxquelles l'aiguille se trouve soumise est perpendiculaire à son axe; elle est dirigée dans le sens des potentiels le plus rapidement décroissants, c'est-à-dire que, si le potentiel V_0 de l'aiguille est

Fig. 13.



positif, elle tournera vers les quadrants dont le potentiel —V est négatif. Enfin, entre des limites à déterminer par l'expérience, la force à laquelle l'aiguille se trouvera soumise, mesurée par l'angle dont elle se déplace, sera proportionnelle à son potentiel V_0 et au potentiel V. On a donc intérêt à prendre V_0 aussi grand que possible. La forme des quadrants adoptée par M. Thomson permet de porter l'aiguille à un potentiel élevé, sans avoir à craindre de décharges entre l'aiguille et les quadrants.

On voit que cet appareil est éminemment propre à mesurer les forces électromotrices des piles, lesquelles se traduisent, quand la pile est isolée, par des potentiels égaux et de signes contraires des deux pôles; mais on peut aussi employer l'électromètre à quadrants à mesurer des différences de potentiel

quelconques, pourvu que ces potentiels soient très-faibles par rapport au potentiel V_0 de l'aiguille. Alors, en effet, le champ dans lequel l'aiguille se trouve placée n'est plus rigoureusement, mais très-sensiblement symétrique, surtout au voisinage de l'aiguille; la force à laquelle elle est soumise est à peu près perpendiculaire à son axe, et sa valeur est proportionnelle à V_0 et à la différence $V' - V$ des potentiels à mesurer [1].

Accessoires. — Il faut maintenir l'aiguille à un potentiel V_0 invariable, pour qu'à une même différence de potentiel $V' - V$ corresponde toujours la même déviation. A cet effet (*fig.* 14) le fil de platine auquel se trouve suspendue l'aiguille se prolonge au-dessous de celle-ci et porte un poids *e* qui plonge dans de l'acide sulfurique contenu dans la jarre où tout l'instrument est enfermé [2]. Cette jarre, revêtue extérieurement d'une feuille d'étain, est en communication avec le sol par son armature extérieure, tandis que son armature intérieure est reliée avec un reproducteur (on en voit la tige en *t*), qui permet d'y établir un potentiel V_0 constant et assez élevé. Une jauge J sert à reconnaître que cette condition est réalisée. Les quadrants *a*, *b*, *c*, *d* sont reliés par les ressorts *i* aux bornes extérieures *r* et *r'*, que l'on met en communication avec les corps dont on veut mesurer la différence de potentiel.

La déviation de l'aiguille étant très-faible doit être mesurée avec beaucoup de précision. A cet effet, le fil métallique rigide qui soutient l'aiguille supporte un miroir concave très-léger *o*; au centre de courbure de ce miroir on place une fente lumineuse dont l'image réelle, formée par le miroir, vient se peindre sur une règle divisée horizontale, placée immédiatement au-

---

[1] M. Mascart (*Traité d'électricité statique*, t. Ier, p. 394 et suiv.) démontre qu'au deuxième degré d'approximation la formule qui convient à l'électromètre à quadrants est

$$F = lV_0(V' - V) + h(V^2 - V'^2),$$

où *l* et *h* sont des constantes. M. Maxwell (*A Treatise on electricity and magnetism*, t. I, p. 273 et 274) démontre une formule analogue.

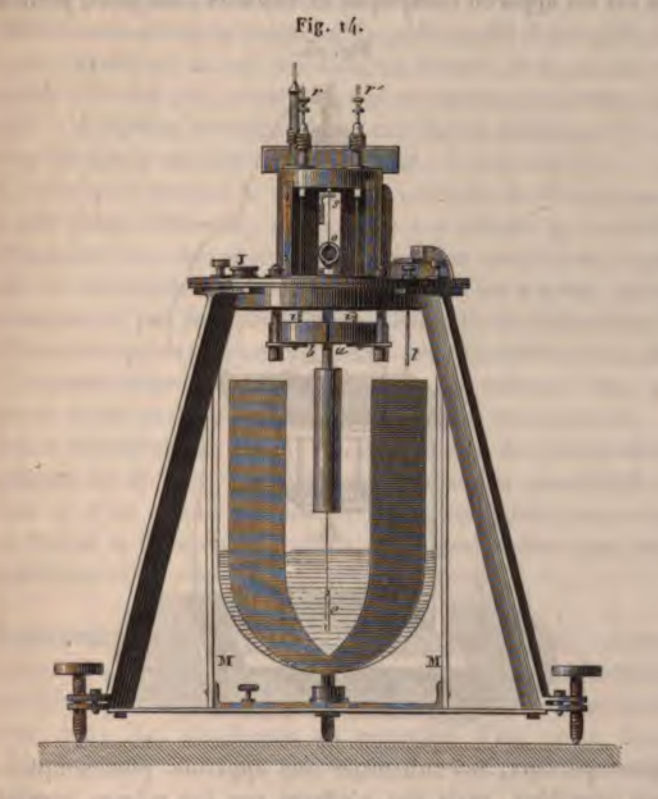
Cette formule se réduit à son premier terme, rigoureusement pour $V = -V'$, et approximativement quand V_0 est très-grand par rapport à V et V'.

[2] L'effet du poids *e* est d'amortir rapidement les oscillations de l'aiguille par le frottement.

dessus de la fente. La déviation se trouve ainsi amplifiée dans un rapport considérable ([1]).

L'aimant M que l'on voit dans la figure, autour de la cage de verre de l'instrument, agit sur une petite aiguille aimantée

Fig. 14.



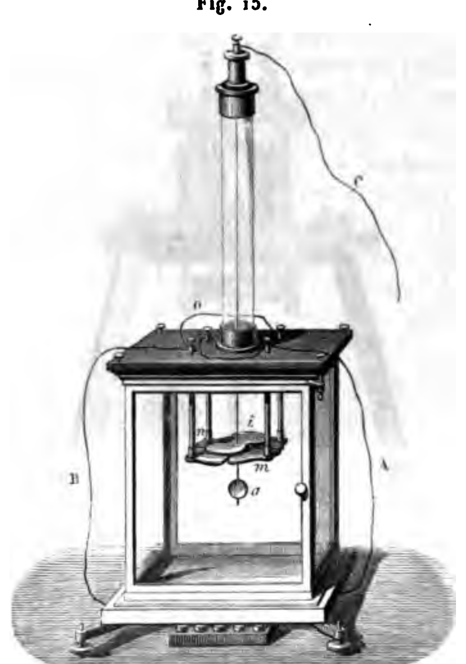
suspendue au-dessous de l'aiguille et a pour effet de lui donner une position d'équilibre fixe, que l'on fait coïncider avec le plan de symétrie de l'instrument, en donnant à l'aimant une position convenable. Le fil de platine qui porte le miroir et l'aiguille est lui-même suspendu par un fil de cocon. Dans d'autres appa-

([1]) *Voir*, pour plus de détails sur cette méthode de mesures par les déviations, le 2e fascicule du t. III, relatif à l'Optique géométrique.

reils ce mode de suspension est remplacé par une suspension bifilaire, et alors l'aimant peut être supprimé (¹).

Électromètre de M. Branly (²). — L'électromètre de Thomson est un appareil compliqué et coûteux ; on peut, pour des

Fig. 15.



objets spéciaux, lui substituer des appareils plus simples et aussi sensibles, mais qui n'offrent pas les mêmes garanties d'exactitude.

Dans l'électromètre modifié par M. Branly, les quadrants sont remplacés par quatre secteurs plats m, n, au-dessus desquels l'aiguille i est suspendue par un fil de torsion. Le miroir a

(¹) Pour plus de détails, *voir* le Mémoire de M. W. Thomson, *Reprint of papers*, p. 262 à 281, ou *Traité d'électricité* de M. Mascart, t. Iᵉʳ, p. 398.
(²) Branly, *Thèse de doctorat*, Paris, 1873.

est rattaché à l'aiguille par une tige rigide. L'aiguille reçoit sa charge par le fil C du pôle positif d'un élément de pile dont le pôle négatif est au sol. Les deux groupes de secteurs sont en relation par les fils A et B avec les deux corps dont on veut mesurer la différence de potentiel.

Malheureusement le potentiel du pôle positif d'une pile dont le pôle négatif est au sol (en d'autres termes, la force électromotrice de cette pile) n'est pas rigoureusement constant; par suite, la déviation correspondant à une même différence $V' - V$ des potentiels à mesurer n'est pas tout à fait invariable.

La pile qui convient le mieux est une pile de Volta formée de très-petits éléments; on modifiera à volonté la sensibilité de l'appareil en changeant le nombre des couples de la pile, mais on n'atteindra un potentiel comparable à celui qui est communiqué par le reproducteur à l'aiguille de l'électromètre de Thomson qu'en employant un très-grand nombre de couples.

L'appareil représenté par la *fig.* 15, est enfermé dans une cage de verre analogue à celle d'une balance de Coulomb.

Nous renverrons au tome IV la description de l'électromètre capillaire de M. Lippmann ([1]), appareil d'une sensibilité extrême et d'un emploi particulièrement commode, mais dont le principe et l'emploi se rapportent à des notions que nous acquerrons en étudiant l'électricité dynamique.

ÉLECTROMÈTRES POUR L'ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE ([2]). — L'électromètre à quadrants peut être appliqué à l'étude de l'électricité atmosphérique. Il faut y joindre une disposition permettant de porter deux des quadrants au potentiel d'un point donné de l'atmosphère; on peut employer à cet effet plusieurs dispositions.

1° A l'exemple de de Saussure ([3]), on peut placer une pointe effilée au lieu (le sommet d'un mât par exemple) auquel on veut rapporter les mesures. La pointe laisse fuir de l'électricité,

---

([1]) Lippmann, *Thèse de doctorat*, Paris, 1875; *voir* aussi *Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. V, p. 494.

([2]) Thomson, *Reprint of papers*, p. 191 à 236 et 311 à 317.

([3]) *Voir* t. Ier, p. 470.

jusqu'à ce qu'elle se trouve au potentiel des portions du milieu ambiant les plus voisines.

2° On peut remplacer l'écoulement de l'air électrisé (vent électrique), dont une pointe est le siége, par un écoulement d'eau. Un vase de Mariotte, muni d'un long tube dont le bec métallique correspond au point à étudier, laisse écouler l'eau goutte à goutte. Celle-ci part, chargée par influence d'électricité contraire à celle du milieu, tandis que le bec d'écoulement, en communication avec les secteurs de l'électromètre, se charge dans le même sens, jusqu'à égalisation de potentiel. Alors la force électrique agissant à l'extrémité du bec est nulle; l'eau s'écoule non électrisée, et le potentiel se maintient fixe sur l'instrument. Cette disposition est excellente pour un électromètre à poste fixe.

3° Mais, pour les observations faites en voyage, on trouvera plus commode de remplacer la pointe, préconisée par de Saussure, par une flamme [1], laquelle produit un écoulement de gaz bien plus rapide, et partant plus efficace, que la pointe. M. W. Thomson emploie des mèches formées de papier roulé imprégné d'azotate de plomb. Une de ces mèches peut durer pendant assez longtemps.

On peut aussi bien employer tout autre électromètre que l'électromètre à quadrants, par exemple l'électromètre portatif. Alors le plateau mobile est mis en communication avec le bec d'écoulement ou la mèche pour une première lecture; on fait la seconde en mettant ce plateau en communication avec le sol.

---

[1] L'idée de substituer une flamme à une pointe est due à Volta (*Lettre sur la Météorologie électrique*, dans les *Œuvres de Volta*, t. I.

CHAPITRE IV.

ÉNERGIE ÉLECTRIQUE.

Signification mécanique du potentiel. — Énergie électrique. — Décharges électriques. — Expériences de M. Riess. — Lois des températures. — Lois des quantités de chaleur. — Cascades.

SIGNIFICATION MÉCANIQUE DU POTENTIEL. — Considérons l'unité d'électricité placée en un point P de l'espace où le potentiel est V. Elle est soumise à une force F dont les composantes sont respectivement

$$X = -\frac{dV}{dx}, \quad Y = -\frac{dV}{dy}, \quad Z = -\frac{dV}{dz}.$$

Si cette masse se déplace de sorte que les coordonnées du point P prennent les accroissements dx, dy, dz, le travail de la force F a pour expression

$$(1) \qquad d\mathfrak{T} = X\,dx + Y\,dy + Z\,dz = -dV.$$

Si le point P s'éloigne jusqu'à l'infini, c'est-à-dire jusqu'à ce que le potentiel V soit nul, le travail total effectué par les forces électriques sera

$$(2) \qquad \mathfrak{T} = \int_V^0 -dV = V.$$

Ainsi le potentiel en un point est *le travail effectué par les forces électriques sur l'unité d'électricité supposée placée en ce point, quand celle-ci s'éloigne jusqu'à l'infini.* On peut dire aussi que c'est *le travail qu'il faut dépenser pour amener l'unité d'électricité depuis l'infini jusqu'au point* P.

ÉNERGIE ÉLECTRIQUE. — Considérons maintenant un système de points électrisés A, A', de masses électriques m, m', ... et

proposons-nous d'évaluer le travail des forces électriques quand on imprime au système une déformation quelconque infiniment petite.

Considérons en particulier deux points A et A', électrisés positivement, dont la distance r devient $r + dr$. La force qui s'exerce entre les deux points est dirigée suivant la ligne des centres et a pour valeur absolue $\frac{mm'}{r^2}$; elle tend à produire une augmentation de la distance r; le travail effectué par cette force, pour un accroissement dr positif, est lui-même positif et a pour valeur, quels que soient les déplacements absolus de A et de A',

$$\frac{mm'}{r^2}\, dr = -\, d\frac{mm'}{r},$$

et il est facile de voir que cette expression est générale. Le travail total dT est la somme de tous les termes analogues fournis par le système considéré.

Pour former cette somme, nous nous occuperons en premier lieu des termes qui contiennent la masse électrique du point A. Dans ceux-ci on peut mettre m en facteur, et la somme partielle correspondante est

$$-\, m\, d\sum\frac{m}{r} = -\, m\, d\mathrm{V},$$

V étant le potentiel en A. On aura de même pour la somme des termes contenant m', $m'\, d\mathrm{V}'$....

Mais il est évident qu'en formant toutes ces sommes individuelles on prend chaque terme élémentaire, tel que $\frac{mm'}{r^2}dr$ deux fois, une fois avec m, une fois avec m'. La quantité dT est donc seulement la demi-somme des produits $-\, m\, d\mathrm{V}$

$$d\mathrm{T} = -\tfrac{1}{2}(m\, d\mathrm{V} + m'\, d\mathrm{V}' + \ldots).$$

Posons $d\mathrm{T} = -\, d\mathrm{W}$. La fonction W aura pour expression, à une constante près,

$$\mathrm{W} = \tfrac{1}{2}(m\mathrm{V} + m'\mathrm{V}' + \ldots);$$

on fait, par convention, la constante égale à zéro.

Si, au lieu de considérer n points, on considère n conducteurs, on remarquera que le potentiel V est constant dans chacun d'eux et que par suite on peut mettre V en facteur dans tous les termes qui se rapportent à un même corps A. Le multiplicateur de V est la somme des charges de tous les éléments de surface dont le corps se compose, c'est-à-dire sa charge totale M. On a donc

$$(3) \qquad W = \tfrac{1}{2}(MV + M'V' + \ldots) = \tfrac{1}{2}\Sigma MV.$$

La fonction W s'appelle l'énergie électrique. Elle représente *le travail qu'effectueraient les forces électriques, si tous les corps du système revenaient au potentiel zéro*, ou *le travail qu'il faudrait faire à l'encontre de ces forces pour porter le corps* A *du potentiel* o *au potentiel* V, *le corps* B *du potentiel* o *au potentiel* V', *etc., dans la situation qu'ils occupent.*

Quand un corps est en communication avec le sol, son potentiel est nul, et le terme correspondant de W disparaît. Il en est de même du terme fourni par un conducteur primitivement à l'état neutre, c'est-à-dire dont la charge est algébriquement nulle.

Considérons en particulier le cas d'un corps A dont le potentiel est V et la charge M, et d'une série de corps au potentiel zéro. On a alors

$$(4) \qquad W = \tfrac{1}{2}MV.$$

Les autres corps du système ne modifient l'énergie totale qu'en faisant varier la capacité de A. C'est en particulier le cas des condensateurs dont une armature est en relation avec le sol.

Dans le cas auquel se rapporte l'équation (4), le potentiel V, d'après les formules générales relatives à l'influence (*voir* p. 39*), se réduit à $K_1^1 M$, et par suite

$$(5) \qquad W = \tfrac{1}{2}K_1^1 M^2;$$

l'énergie est proportionnelle au carré de la charge du conducteur A ; on voit de même qu'elle est proportionnelle au carré de son potentiel

$$(6) \qquad W = \tfrac{1}{2}C_1^1 V^2.$$

Pour un condensateur fermé, dont l'armature extérieure est au sol, nous avons démontré que la charge de l'armature intérieure A, en communication avec la surface au potentiel V, est

$$\mathbf{M} = \frac{1}{4\varpi}\frac{S}{e}V, \tag{7}$$

et l'on a, par conséquent,

$$\mathbf{W} = \frac{1}{8\varpi}\frac{S}{e}V^2. \tag{6 bis}$$

Pour un potentiel donné, l'énergie électrique est proportionnelle à la surface du condensateur et en raison inverse de l'épaisseur de la couche isolante. On a de même

$$\mathbf{W} = 2\varpi\frac{e}{S}M^2. \tag{5 bis}$$

Pour une charge fixe de l'armature interne du condensateur, l'énergie électrique est proportionnelle à l'épaisseur de la lame isolante, et en raison inverse de la surface de l'armature.

DÉCHARGES ÉLECTRIQUES. — La variation de l'énergie électrique d'un système de corps qui éprouve une modification quelconque est égale au travail effectué par les forces électriques. L'énergie W peut varier soit par suite du déplacement des masses matérielles qui portent les charges électriques, soit par suite de l'écoulement de l'électricité d'un corps sur un autre.

Dans le premier cas, les corps déplacés acquièrent une force vive sensible, équivalente au travail dépensé, c'est-à-dire à l'abaissement de l'énergie électrique.

Dans le second, et sous la condition expresse que l'écoulement de l'électricité ne soit accompagné d'aucun effet mécanique proprement dit, la diminution de l'énergie électrique a pour équivalent la production d'une certaine quantité de chaleur, et, conformément aux principes qui seront exposés ultérieurement (voir *Théorie mécanique de la chaleur*, t. II, IIe Partie), il y a un rapport constant entre l'énergie ou le travail dépensé et la chaleur produite.

C'est ce qui a lieu dans le cas où les *décharges électriques*

s'effectuent uniquement par l'intermédiaire de corps conducteurs. La quantité de chaleur développée dans le circuit est alors proportionnelle à la variation de l'énergie.

Considérons en particulier le cas d'un condensateur qui se décharge complétement; on doit pouvoir vérifier, par exemple, que la chaleur développée est, pour un même potentiel, proportionnelle à la surface de la batterie, ou, pour une même charge, en raison inverse de la surface; enfin qu'elle varie proportionnellement au carré de ce potentiel ou de cette charge.

EXPÉRIENCES DE M. RIESS (¹). — I. Pour réaliser des vérifications expérimentales de ces prévisions (²), il faut d'abord s'arranger pour que la décharge de la batterie n'effectue aucun travail extérieur, c'est-à-dire pour qu'elle n'ait à traverser, en la déchirant, aucune substance isolante. On y parvient en formant le circuit uniquement avec des corps conducteurs, dont l'un au moins est un fil très-fin, de telle sorte que la résistance électrique du circuit (*voir* t. IV) soit considérable. L'étincelle passe alors dans l'air sans trop de bruit, et le travail perdu est réduit au minimum.

II. Il faut en second lieu avoir un calorimètre approprié à ce genre d'expériences. Le *thermomètre électrique* de M. Riess est un calorimètre analogue par son principe à celui de MM. Favre et Silbermann, mais où la substance dont on mesure la dilatation est de l'air, au lieu de mercure. Cet appareil (*fig.* 16) se compose d'un ballon ABC communiquant avec une tige de verre graduée MNP, dans laquelle est une colonne d'un liquide coloré; son support peut se mouvoir autour d'une charnière F et se fixer par une vis G, ce qui permet d'incliner plus ou

---

(¹) Riess, *Annales de Poggendorff*, t. XL, et *Reibungs-Electricität*, t. Iᵉʳ, p. 410 et suiv.; *voir* aussi *Annales de Chimie et de Physique*, 2ᵉ série, t. LIX, p. 120.

La théorie des décharges électriques a été faite par Helmholtz (*Erhaltung der Kraft*) et surtout par Clausius (*Mémoires sur la Théorie mécanique de la chaleur*, traduction Folie, t. II).

(²) La description suivante des expériences de M. Riess est prise presque textuellement dans le tome III de la deuxième édition du *Cours de Physique de l'École Polytechnique* de M. Jamin.

moins la tige ; le ballon porte deux tubulures opposées B et C, que l'on peut fermer par des bouchons métalliques rodés et entre lesquels on dispose un fil de platine BC enroulé en spirale, terminé aux deux poupées B et C, et à travers lequel on fait passer la décharge.

Cette décharge échauffe le fil et le porte de t à T. Comme elle est pour ainsi dire instantanée, le fil se refroidit aussitôt qu'elle a passé et se met en équilibre de température avec l'air du ballon, qui s'échauffe de t à t'.

Fig 16.



Cet air, à son tour, finit par céder sa chaleur au ballon ; mais, comme ce dernier effet est très-lent, on admet qu'il est négligeable dans les premiers moments. Alors, si l'on désigne par p, p_1, c, c_1 les poids et les chaleurs spécifiques du fil et de l'air, on a

$$pc(\mathrm{T}-t')=p_1c_1(t'-t),$$

équation qui permettra de calculer $\mathrm{T}-t'$ quand on connaîtra l'échauffement du ballon ou $t'-t$; et, comme $t'-t$ est généralement très-petit, $\mathrm{T}-t'$ sera sensiblement égal à l'élévation de température $\mathrm{T}-t=\theta$ que le fil a éprouvée par l'effet de la décharge.

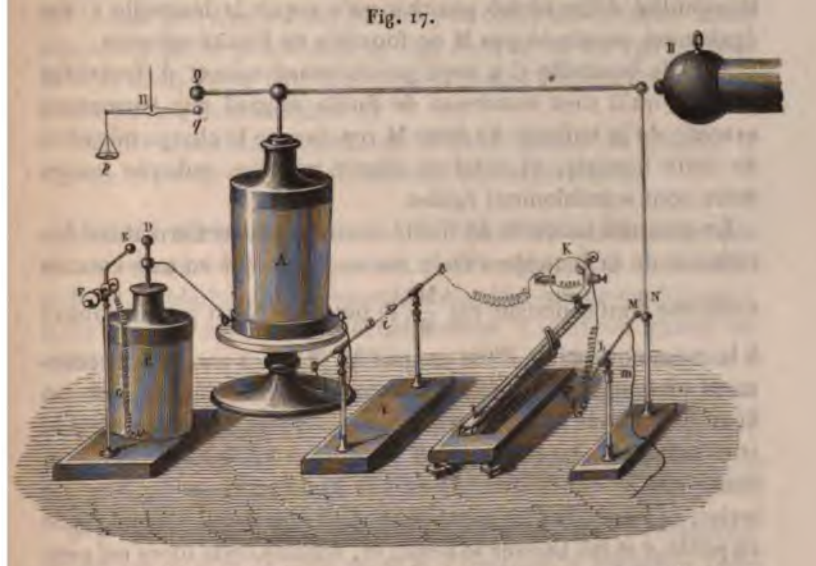
D'autre part, l'échauffement de l'air amène le niveau du li-

quide de M en N, et il est clair que, toutes choses égales d'ailleurs, $t' - t$ est proportionnel à MN ; on peut donc écrire

$$T - t' = \theta = \frac{p_1 c_1}{pc} \alpha (MN).$$

α est un facteur qu'il est facile de calculer et qui dépend de la sensibilité du thermomètre, de l'inclinaison qu'on lui donne et enfin de la pression et de la température initiales. Mais, quand

Fig. 17.



ces causes de variation restent les mêmes, on voit qu'il n'est pas nécessaire de calculer α, et qu'on peut prendre $\frac{MN}{pc}$ pour la mesure de l'échauffement θ d'un fil quelconque en fonction d'une unité arbitraire, mais constante.

III. Il faut enfin savoir mesurer la quantité d'électricité qui est accumulée sur la batterie A (*fig.* 17), et qui produit l'élévation de température θ en s'écoulant dans le fil. A cet effet, on isole la batterie, on met son armature extérieure en communication avec l'intérieur d'une bouteille électrométrique de Lane C, qui est posée sur un sol conducteur et dont les deux armatures aboutissent aux boutons égaux E et D ; ceux-ci

peuvent être placés à une distance convenue et invariable au moyen d'une vis micrométrique F.

Pendant qu'on charge la batterie A, elle envoie de l'électricité positive dans la bouteille C; il arrive un moment où une étincelle se produit en ED par la recomposition de deux quantités égales de fluides contraires, que M. Riess prend comme égales à l'unité; puis, la charge continuant de se faire, une série d'étincelles se succèdent, et, si M est leur nombre total, la quantité d'électricité positive qu'a reçue la bouteille C est également exprimée par M en fonction de l'unité adoptée.

Mais la bouteille C a reçu précisément autant d'électricité positive qu'il s'est condensé de fluide négatif sur l'armature externe de la batterie A; donc M représente la charge négative de cette batterie, et aussi sa charge positive, puisque toutes deux sont sensiblement égales.

La quantité totale M de fluide accumulée sur l'armature intérieure de la batterie s'étale sur sa surface S en une couche uniforme dont la densité est $\frac{M}{S}$; le potentiel V est proportionnel à la même quantité. C'est ce que M. Riess a montré directement au moyen d'un électromètre à poids H, formé par un fléau de balance isolé, chargé d'un poids p et maintenu sous le conducteur Q. Au moment où la tension atteint une certaine limite sur le conducteur Q et sur l'extrémité q du bras de levier, la force répulsive qui se produit entre eux devient égale au poids p et fait baisser le fléau; et, comme cette force est proportionnelle au carré du potentiel qui règne à cet instant sur l'armature, V est proportionnelle à $\sqrt{p}$. Or on trouve que le potentiel ainsi mesuré est proportionnel à $\frac{M}{S}$, comme on l'avait prévu.

On voit donc : 1° comment on pourra mesurer en unités arbitraires la charge M et le potentiel V de la batterie; 2° comment on déterminera l'élévation de température θ que la décharge de cette batterie déterminera dans le fil d'un thermomètre électrique. Voici comment les expériences étaient disposées (*fig.* 17).

L'extérieur de la batterie A communique, d'une part, à la bouteille électrométrique C, destinée à la fois à mesurer la

charge et à répandre dans le sol l'électricité positive repoussée par A; d'autre part, avec une série d'appareils isolés, qui sont : 1° un excitateur universel I, dans lequel on pourra intercaler telle résistance *l* qu'on voudra; 2° le thermomètre électrique K; 3° un déchargeur composé d'une tige métallique LM qu'on fait tomber, en la tirant par un cordon de soie *m*, sur le conducteur N, qui communique avec la machine électrique B et avec l'armature intérieure de la batterie. Grâce à cette disposition, on charge peu à peu cette batterie, on compte le nombre M des étincelles qui se produisent en ED, ensuite on fait agir le levier MN; la décharge a lieu, on mesure le mouvement du thermomètre et l'on peut calculer θ.

Disons maintenant comment θ varie quand on change la charge et les diverses circonstances des expériences.

LOIS DES TEMPÉRATURES. — 1° La série des conducteurs que doit traverser la décharge étant quelconque, mais invariable, et le fil de platine du thermomètre étant lui-même quelconque, mais fixe, on mesure son échauffement θ, d'abord quand on donne la même charge M à diverses batteries dont la surface S est différente. M. Riess a trouvé que θ est proportionnel à M^2 et en raison inverse de S.

$$\theta = a \frac{M^2}{S}.$$

2° a est un coefficient qui dépend à la fois de la résistance du circuit total et de celle du fil K : laissons la première constante et faisons varier le fil. A cet effet, M. Riess prenait deux fils de platine, plaçait l'un en K, l'autre en l, et mesurait l'échauffement θ du premier; puis il les changeait de place, ce qui ne faisait pas varier le circuit total, et il déterminait θ' pour le second fil, après avoir rendu à la même batterie la même charge que précédemment. Il trouva que θ et θ' sont indépendants de la longueur et en raison inverse de la quatrième puissance du diamètre d des fils échauffés; d'où il suit que a est égal à $\frac{b}{d^4}$ et que l'on a

$$\theta = \frac{b}{d^4} \frac{M^2}{S}.$$

3° M. Riess ayant toujours placé dans son thermomètre des fils de platine, on ne peut induire de ces expériences si b change, toutes choses égales d'ailleurs, avec la conductibilité du métal.

4° Mais b dépend du circuit total qui joint les deux armatures. Mesurons θ et calculons b quand la résistance de ce circuit est quelconque et égale à R, puis ajoutons extérieurement en i, entre les branches de l'excitateur, un fil dont la longueur, le diamètre et la conductibilité soient λ, δ et c; sa résistance est $\frac{4\lambda}{\pi\delta^2 c}$ et celle du circuit devient R' :

$$R' = R + \frac{4\lambda}{\pi\delta^2 c} = R\left(1 + \frac{4}{\pi}\frac{\lambda}{R\delta^2}\right) = R\left(1 + \frac{p\lambda}{\delta^2}\right);$$

elle a augmenté dans le rapport de $1 + \frac{p\lambda}{\delta^2}$ à 1. D'un autre côté, b s'est changé en b', et l'expérience prouve que l'on a

$$\frac{b'}{b} = \frac{1}{1 + \frac{p\lambda}{\delta^2}} = \frac{R}{R'}.$$

Par conséquent, le coefficient b est en raison inverse de la résistance totale du circuit ou égal à $\frac{m}{R}$, m étant une nouvelle constante; on a donc

$$\theta = \frac{m}{Rd^4}\frac{M^2}{S}. \tag{8}$$

Lois des quantités de chaleur. — On peut maintenant calculer la quantité de chaleur q développée dans le fil du thermomètre; elle est égale au produit du poids $\frac{\pi}{4} d^2 l\rho$ de ce fil par sa chaleur spécifique C et par son élévation de température ϑ :

$$q = \frac{\pi}{4} d^2 l\rho C \frac{m}{Rd^4}\frac{M^2}{S} = \frac{\pi}{4}\rho C m \frac{1}{R}\frac{l}{d^2}\frac{M^2}{S}.$$

En remarquant que $\frac{l}{d^2}$ est proportionnel à la résistance r du fil

considéré, et en réunissant tous les coefficients numériques en un seul égal à K, on a

$$q = K \frac{r}{R} \frac{M^2}{S}. \tag{9}$$

Cette quantité de chaleur est dégagée pendant le temps très-court de la décharge. Elle est très-grande, parce que V et M sont très-grands.

Le coefficient K ne pourrait varier qu'avec la nature des diverses substances employées ; mais, si tous les conducteurs qui composent le circuit sont formés d'un même métal, on aura pour chacun d'eux

$$q_1 = K \frac{r_1}{R} \frac{M^2}{S}, \quad q_2 = K \frac{r_2}{R} \frac{M^2}{S}, \quad \ldots,$$

et la somme de ces quantités, ou la chaleur totale développée dans le circuit, sera

$$Q = \frac{K}{R}(r_1 + r_2 + \ldots) \frac{M^2}{S} = K \frac{M^2}{S}. \tag{10}$$

Elle sera indépendante de la résistance du circuit et ne variera qu'avec la charge et la surface de la batterie.

Quand une batterie est formée de bouteilles égales, sa surface S est proportionnelle au nombre de bouteilles, et la quantité de chaleur Q, développée par une charge fixe M, est d'autant plus faible que le nombre des bouteilles est plus grand.

Mais si, au lieu de charger diverses batteries avec le même nombre d'étincelles, on les charge au même potentiel, les choses ne se passent plus de la même manière. En effet, le potentiel est proportionnel à $\frac{M}{S}$, et par conséquent la quantité de chaleur produite Q est proportionnelle à SV^2, c'est-à-dire à la surface totale, ou, ce qui revient au même, au nombre des bouteilles.

La valeur du coefficient K n'a pu être fixée par M. Riess, puisque, dans ces expériences, toutes les quantités sont évaluées en unités arbitraires. La théorie permet d'aller plus loin. Nous

avons en effet, pour équivalent mécanique de la décharge (5 *bis*),

$$W = 2\varpi e \frac{M^2}{S}.$$

Son équivalent calorifique est

$$(11) \qquad Q = \frac{W}{E} = 2\varpi \frac{e}{E} \frac{M^2}{S}.$$

Cette équation, identifiée avec l'équation (10), donne

$$(12) \qquad K = 2\varpi \frac{e}{E}.$$

e est l'épaisseur de la lame isolante, E le nombre qui exprime l'équivalent mécanique de la chaleur (¹).

Il faut toutefois observer que la formule théorique n'a été démontrée que pour le cas d'un condensateur à lame d'air. La valeur de K serait différente pour les condensateurs ordinaires, à cause du pouvoir inducteur spécifique de la lame isolante.

CASCADES. — M. Riess a fait aussi des expériences sur les batteries chargées en cascade.

Soient n bouteilles égales $A_1, A_2, \ldots, A_n$, disposées de telle sorte que l'armature interne A_1 de la première soit en relation avec une source au potentiel V, son armature interne en relation avec l'armature interne de A_2, etc., enfin l'armature externe de la dernière bouteille A_n en communication avec le sol. Désignons par V_1 le potentiel commun à l'armature interne de A_2 et à l'armature externe de A_1, et de même par V_2, V_3 les potentiels successifs des $n-1$ conducteurs intermédiaires, formés chacun d'une armature interne et d'une armature externe. Soient enfin S la surface de chaque bouteille, e l'épaisseur de la lame isolante.

L'énergie W de la cascade est

$$W = \tfrac{1}{2} MV.$$

(¹) *Voir* t. II, 2ᵉ fascicule.

Il s'agit de déterminer la charge M de l'armature interne de A_1. Elle est égale à $\frac{1}{4\varpi}\frac{S}{e}(V-V_1)$; or l'armature extérieure qui l'entoure doit posséder une charge égale en quantité et de signe contraire, et, comme elle forme avec l'armature interne de A_2 un conducteur primitivement à l'état neutre, cette dernière possède une charge égale à M, et ainsi de suite. On a donc la série d'égalités

$$M=\frac{1}{4\varpi}\frac{S}{e}(V-V_1)=\frac{1}{4\varpi}\frac{S}{e}(V_1-V_2)=\ldots=\frac{1}{4\varpi}\frac{S}{e}(V_{n-1}-0).$$

Il résulte de ces équations que les potentiels $V, V_1, \ldots$ décroissent en progression arithmétique depuis V jusqu'à zéro, et que la différence $V-V_1$ est égale à $\frac{V}{n}$. Par suite, $M=\frac{1}{4\varpi}\frac{S}{ne}V$. On voit donc que la charge que prend, pour un potentiel donné V, l'armature interne d'une bouteille placée en tête d'une cascade est n fois plus faible que si son armature extérieure était directement en communication avec le sol; en d'autres termes, la capacité de cette bouteille se trouve réduite dans le rapport $\frac{1}{n}$.

Quant à l'énergie de la cascade, elle a pour expression (¹)

$$W=\frac{1}{8\varpi}\frac{S}{ne}V^2=\frac{2\varpi ne}{S}M^2.$$

Lorsqu'on dispose d'un potentiel donné V, l'énergie varie en

(¹) Si l'on désigne par Σ la surface de la batterie dont on dispose, la surface S de chaque bouteille est $\frac{\Sigma}{n}$, et l'on a

$$W=\frac{1}{8\varpi}\frac{\Sigma}{n^2e}V^2=\frac{2\varpi n^2e}{\Sigma}M^2.$$

Pour un même potentiel V, l'énergie de la cascade est n^2 fois plus faible que si la batterie était chargée à la manière ordinaire; mais pour une charge M donnée, elle est n^2 fois plus forte. Suivant le cas, on préférera donc la charge en quantité (pour un potentiel donné) ou la charge en tension (pour une quantité donnée d'électricité).

raison inverse du nombre des bouteilles; mais, pour une charge déterminée, l'énergie est au contraire proportionnelle au nombre des bouteilles.

Ces résultats, ainsi que tous ceux qui précèdent, ont été trouvés expérimentalement par M. Riess, longtemps avant qu'on ne les eût déduits de la théorie du potentiel.

TABLE DES MATIÈRES

DU SUPPLÉMENT AU TOME PREMIER.

THÉORIE DES PHÉNOMÈNES ÉLECTRIQUES.

CHAPITRE PREMIER.

Du potentiel.

CHAPITRE II.

Capacités électriques. — Influence.

CHAPITRE III.

Électromètres.

CHAPITRE IV.

Énergie électrique.

FIN DE LA TABLE DU SUPPLÉMENT AU TOME PREMIER.

4318 Paris. — Imprimerie de GAUTHIER-VILLARS, 55, quai des Augustins.

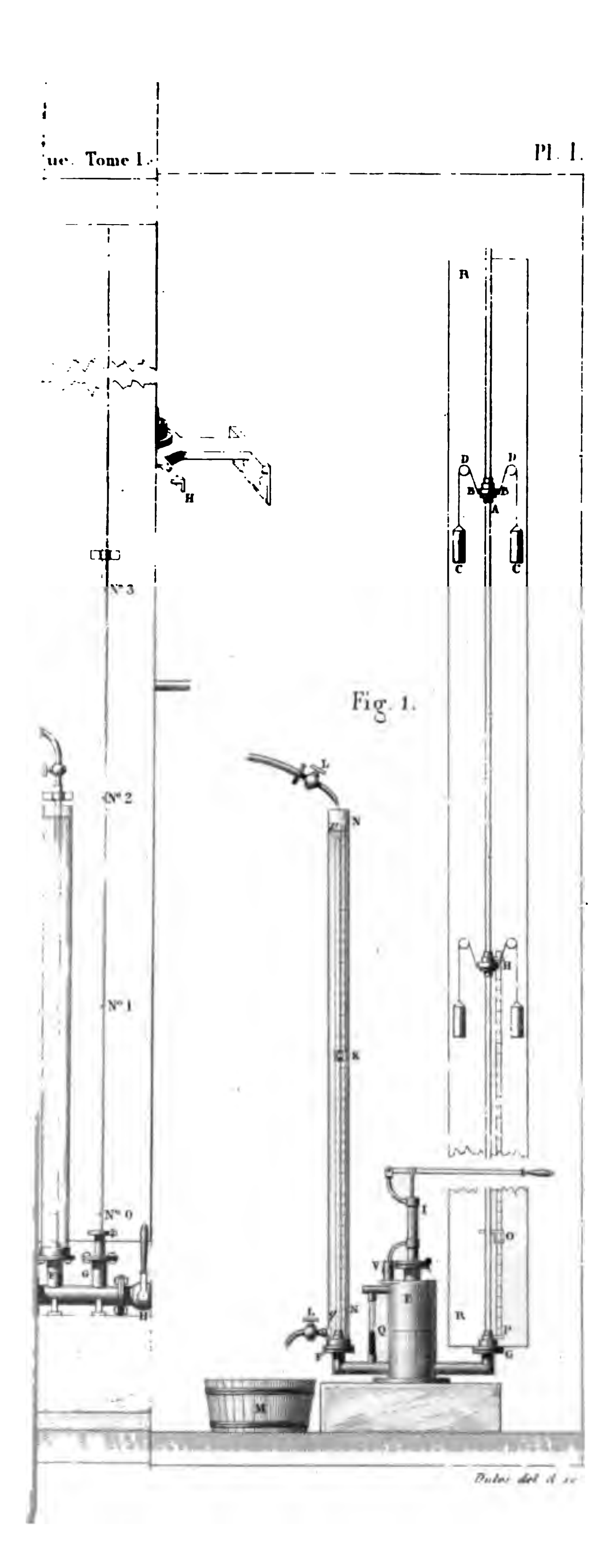
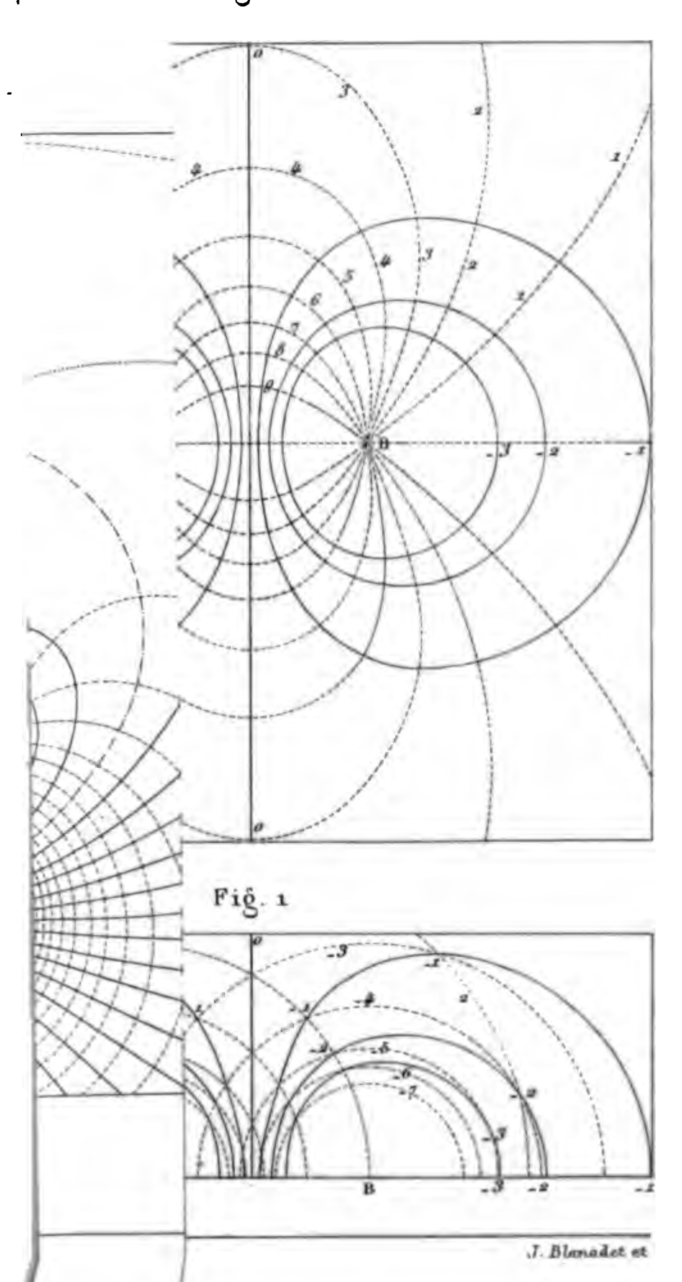
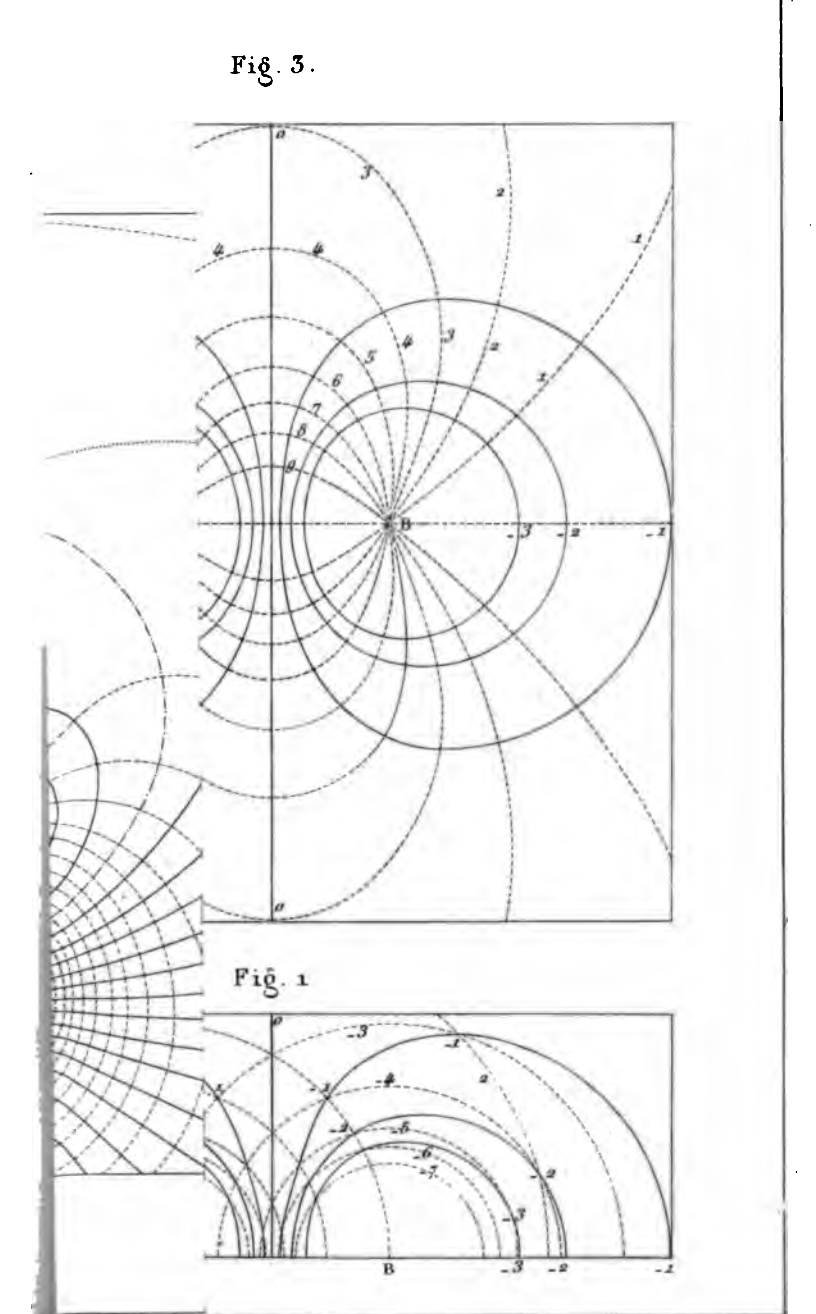


Fig. 1.

Dulos del. & sc.

Fig. 3.





J. Blanadet et E. Chauvet sc.

